



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

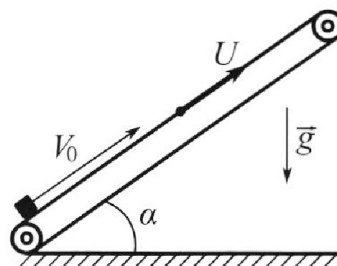
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление возд уха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,8$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.



1) За какое время T после старта коробка пройдет в первом опыте путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

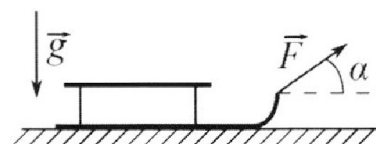
2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?

3) На какой высоте H , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g .

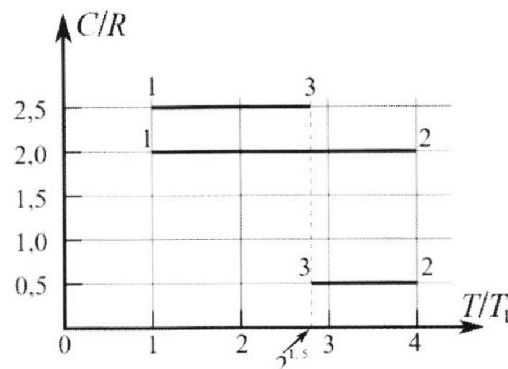
Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

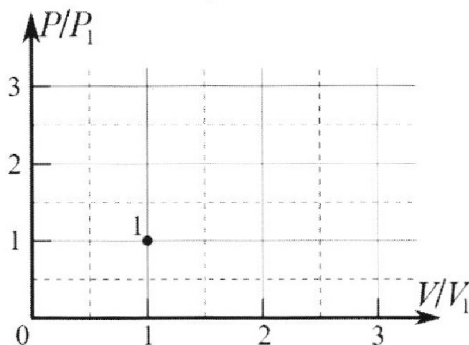
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



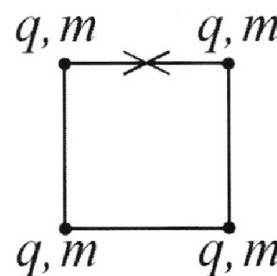
5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m , заряд q .

1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?



Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N1

Дано: | Решение:

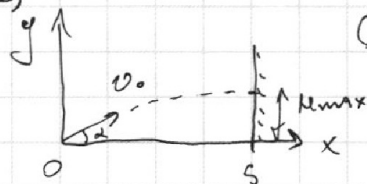
$$T = 2c \quad 1) v = v_0 - gt \Rightarrow 0 = v_0 - gT \Rightarrow v_0 = gT \Rightarrow v_0 = 10 \cdot 2 = 20 \left(\frac{m}{c}\right)$$

$$g = 10 \frac{m}{c^2}$$

$$S = 20 m$$

$$v_0 = ?$$

$$h_{max} = ?$$



Для гвики по ОХ: $x = x_0 + v_{x0}t + \frac{a_x t^2}{2}$
 $S = v_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{S}{v_0 \cos \alpha}$

По ОУ достигается max. высота b

$$\text{поиете } v_y = 0 \Rightarrow 0 = v_0 \sin \alpha - gt \Rightarrow v_0 \sin \alpha = \frac{gt}{\sin \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2gs}{v_0^2} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 20}{20^2} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ, \text{ отсюда } t = \frac{S}{v_0 \cos 45^\circ} = \frac{20 \cdot 2}{20 \sqrt{2}} = \sqrt{2} (c)$$

$$h = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} - \frac{10 \cdot 2}{2} = 20 - 10 = 10 (m)$$
$$h = h_{max} = 10 m$$

$$\text{Ответ: } v_0 = 20 \frac{m}{c}; h_{max} = 10 m$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

Дано:

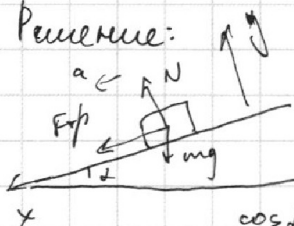
$$\sin \alpha = 0,8$$

$$v_0 = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\mu = \frac{1}{3}, g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$s = 1 \text{ м}, u = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Решение:



$$1) \text{ ОХ: } F_{\text{тр}} + mg \sin \alpha = ma$$

$$\text{ОУ: } N = mg \cos \alpha$$

$$\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha = ma$$

$$g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = a$$

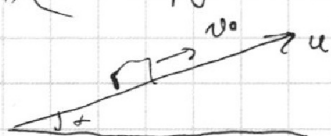
$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,64} = 0,6 \Rightarrow a = 10 \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{10} + 0,8 \right)$$

$$a = 10(0,2 + 0,8) = 10 \left(\frac{1}{1} \right)$$

$$\text{Заметим что } s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \text{ если } v = 0, \text{ а } v_0 = 4, \text{ то}$$

$$s_{\text{max}} = \frac{16}{2 \cdot 10} = \frac{16}{20} = 0,8 \text{ (м)} \Rightarrow \text{Коробка не достигнет 1 м.}$$

(см. п.1 продолжение) 2) перейдем в ИСО транспорта.



Тогда $v_{\text{отн}} = v_0 - u$. На тело действуют все те же силы, т.к. коробка скользит, обходя ленту (сила трения направ. вниз по ленте).

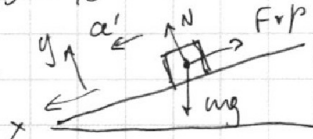
пока скорости ленты и коробки не сравняются. При этом

$$0 = v_{\text{отн}} - at \Rightarrow t = \frac{v_{\text{отн}}}{a} = \frac{v_0 - u}{a} = \frac{4 - 2}{10} = 0,2 \text{ (с)}$$

$$L = ut = u \cdot \frac{v_0 - u}{a} = 2 \cdot \frac{4 - 2}{10} = \frac{4}{10} = 0,4 \text{ м}$$

$$L = \frac{u^2 - v_0^2}{-2a} = \frac{0^2 - 4^2}{-2 \cdot 10} = \frac{16}{20} = 0,8 \text{ (м)}$$

3) Поиск момента ~~становления~~ когда $v_{\text{отн}} = 0$:



$$\text{ОХ: } mg \sin \alpha' - F_{\text{тр}} = ma' \quad \text{ОУ: } N = mg \cos \alpha' \Rightarrow mg \sin \alpha' - \mu mg \cos \alpha' = ma'$$

$$a' = g(\sin \alpha' - \mu \cos \alpha') = 10(0,8 - \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{10}) = 10(0,8 - 0,2) = 6 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$

$$\text{чтобы } v = 0 \text{ отн. Значит, } v_{\text{отн}} = -2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_{\text{отн}} = v_0 - a't \Rightarrow -2 = 0 - a't \Rightarrow t = \frac{2}{a'} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ (с)}$$

Тело проедет путь $l_1 = L$ на укл. до $v_{\text{отн}} = 0$

$$\text{и путь } l_2 = \frac{v_0^2 - v_{\text{отн}}^2}{2a'} = \frac{4^2 - 0^2}{2 \cdot 6} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} \text{ (м)}$$

Это путь по ленте, отн. Значит, направ. вверх.

$$\text{Тогда } H = (l_1 + l_2) \sin \alpha = \left(0,6 + \frac{4}{3} \right) \cdot 0,8 = \frac{1,8 + 1,6}{3} \cdot 0,8 = \frac{3,4}{3} \cdot 0,8 = \frac{2,72}{3} \text{ (м)}$$

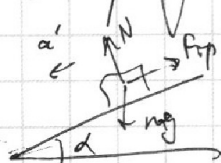
1) Продолжение:

~~Ответ: тело не пройдет~~

Тело пройдет 0,8 м по транспортеру, останется, далее оно начнет скользить вниз с укл. α'

$$N = mg \cos \alpha' \Rightarrow mg \sin \alpha' - \mu mg \cos \alpha' = ma' \Rightarrow a' = g(\sin \alpha' - \mu \cos \alpha') = 6 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$

$\Rightarrow$ тело должно пройти еще 0,2 м $\Rightarrow$ ~~2,6 м~~ м. продолжение на фр. листе





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

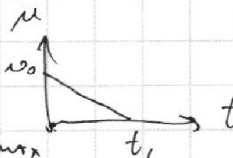
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 продолжение:

$$S' = 2 \text{ м.} \quad S' = \frac{a' t_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2S'}{a'}}$$

$$S_{\max} = v_0 t_1 - \frac{a t_1^2}{2} = \frac{v_0 t_1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{2S_{\max}}{v_0}$$



$$T = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2S'}{a'}} + \frac{2S_{\max}}{v_0} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{6}} + \frac{2 \cdot 0,8}{4} = \sqrt{\frac{0,4}{6}} + \frac{0,8}{2} = \sqrt{\frac{4}{60}} + 0,4 = \sqrt{\frac{2}{30}} + 0,4 = \sqrt{\frac{1}{15}} + 0,4 \text{ (с)}$$

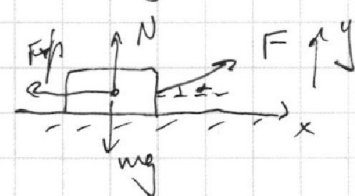
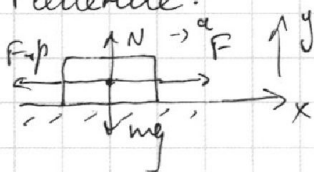
$$\text{Ответ: } T = (0,4 + \sqrt{\frac{1}{15}}) \text{ с}; \quad L = 0,6 \text{ м}; \quad H = \frac{944}{3000} \text{ м}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:
 v_0, α, g
 $\mu = ?$ $T = ?$

Решение:



1) Когда F действует горизонтально, имеем

$$OY: N = mg$$

$$OX: F - F_{tr} = ma \Rightarrow F - \mu mg = ma$$

Когда F действует под углом к горизонту

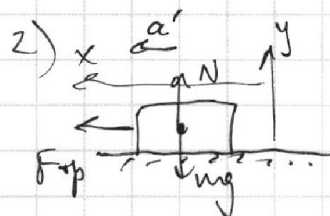
$$OY: N + F \sin \alpha = mg \Rightarrow N = mg - F \sin \alpha$$

$$OX: F \cos \alpha - F_{tr} = ma$$

$$\begin{cases} F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha = ma \\ F - \mu mg = ma \end{cases}$$

$$F \cos \alpha + \mu F \sin \alpha - F = 0 \Rightarrow \cos \alpha + \mu \sin \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \mu \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$



2) Когда сила перестала
действовать, имеем

$$OX: F_{tr} = ma'$$

$$OY: N = mg \Rightarrow \mu mg = ma' \Rightarrow a' = \mu g$$

$$v_x = v_0 + a_x t \Rightarrow 0 = -v_0 + a' T \Rightarrow a' T = v_0$$

$$T = \frac{v_0}{a'} = \frac{v_0}{\mu g} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g(1 - \cos \alpha)}$$

$$\text{Ответ: } \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}; \quad T = \frac{v_0 \sin \alpha}{g(1 - \cos \alpha)}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

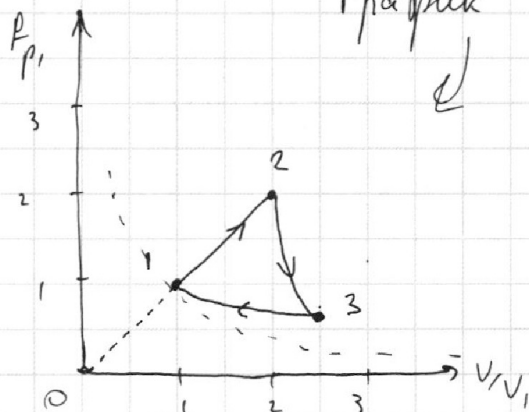
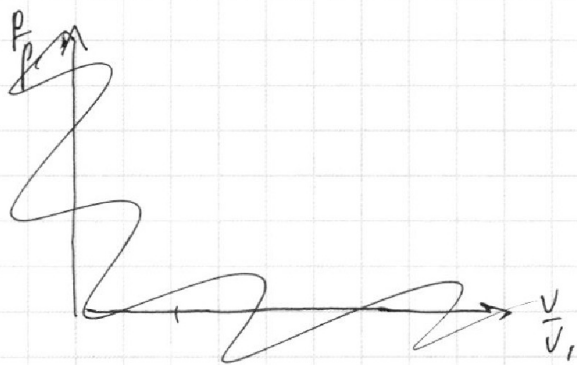
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



уч

$$\frac{2p_1}{p_3} = \frac{V_3}{\sqrt{2}V_1} \Rightarrow p_3 = \frac{2\sqrt{2}p_1V_1}{V_3}$$

$$p_1V_3 \leftarrow p_3V_1 = p_1V_3 - \frac{V_1}{V_3} 2\sqrt{2}p_1V_1$$



Заметим, что если $V_3 > 3V_1$, то т.к. $p_3V_3 = 2\sqrt{2}p_1V_1$, то

$$p_3 = \frac{2\sqrt{2}p_1V_1}{3V_1} = \frac{2\sqrt{2}}{3}p_1 \Rightarrow p_3 > p_1 \text{ т.к. } 2\sqrt{2} > 3$$

$$A_{23} = 0.8T, (4 - 2\sqrt{2}) < A_{12} = 1.50.8T,$$

$$(4 - 2\sqrt{2} < 1.5 \quad 2.5 < 2\sqrt{2}, \text{ верно, т.к. } 2\sqrt{2} \approx 2.8)$$

$\Rightarrow$ если $p_3 > p_1$ и $V_3 > 3V_1$, то т.к. при лн. зависимости

$$A_{23} = \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2}, \text{ то } p_2 + p_3 > p_1 + p_2; V_3 - V_2 > V_1 \Rightarrow A_{23} > A_{12}, \text{ что ложно}$$

$\Rightarrow V_3$ лежит между $2V_1$ и $3V_1$.

если $V_3 \in (2V_1; 3V_1)$, то $p_3 \in (p_1\sqrt{2}; \frac{2\sqrt{2}}{3}p_1) \Rightarrow p_3 > p_1$.

$$\text{Ответ: } A_{12} = 4.986 \text{ Дж; } \eta = \frac{6.5 - 4\sqrt{2}}{6}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

$$3) \quad p_1 V_1 = \nu R T_1, \quad p_2 V_2 = 4 \nu R T_1, \quad p_3 V_3 = 2\sqrt{2} p_1 V_1$$

на ур. 1-2 $A > 0, \Delta U > 0, Q > 0$

если $p_2 V_2 = 4 p_1 V_1$, то $4 = 2, V_2 = 2V_1, p_2 = 2p_1$, при этом

$$Q = 6 \nu R T_1, \quad A = 1.5 \nu R T_1 = 1.5 p_1 V_1, \quad \text{но при } p_2 = 2p_1, V_2 = 2V_1, \text{ то}$$

$$A = \frac{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{3 p_1 V_1}{2} = 1.5 p_1 V_1 \Rightarrow \text{удовлетвор. ур.}$$

$\Rightarrow$ ур. 1-2 - линейн., $p \sim V$.

Рассм. ур. 2-3. На этом ур. $A > 0, \Delta T < 0, Q < 0 \Rightarrow$
гр. идёт вверх ввыш.

$$A_{23} = 2 \nu R T_1 (2 - \sqrt{2})$$

$$\Delta T = T_3 - T_2 = T_1 (2\sqrt{2} - 4) = 2 T_1 (\sqrt{2} - 2)$$

$$\Rightarrow A_{23} = 2(2\sqrt{2} - 4) T_1 \nu R = -\Delta T \nu R = -Q \Delta T \Rightarrow \text{адиабата}$$

$$pV^\gamma = \text{const.} \quad \gamma = \frac{5}{2} \quad \text{для } i=3 \Rightarrow p_1 V_1^{\frac{5}{2}} = p_2 V_2^{\frac{5}{2}}$$

$$p_1^2 V_1^5 = p_2^2 V_2^5$$

$$p_2 V_2 = 4 p_1 V_1 \Rightarrow p_2^2 V_2^2 = 16 p_1^2 V_1^2$$

$$p_1^2 V_1^5 = 16 p_1^2 V_1^2 \cdot V_2^3$$

$$V_1^3 = 16 V_2^3 \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^3 = 2^4$$

$$\frac{V_1}{V_2} = 2^{\frac{4}{3}}$$

$$V_1 = V_2 \text{ на гр. } V_2 = V_3 \text{ на гр.}$$

$$\frac{V_1}{V_3} = 2^{\frac{4}{3}} \Rightarrow V_3 =$$

Рассм. ур. 3-1. На этом ур. $A < 0$ ($A_{31} = \nu R T_1 (1 - 2\sqrt{2})$).

$$\Delta T < 0 \Rightarrow \text{точка 3}$$

~~должна находиться так, что она лежит на более высокой изотерме, но $V_3 < V_1$~~

$A_{23} = -\nu R \Delta T$. $\Delta U_{23} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T \Rightarrow Q_{23} < 0$. $\Rightarrow$ процесс идёт криво
вниз (круче адиабаты), но $\Delta V > 0$ т.к. $A_{23} > 0$. $T_2 > T_1 \Rightarrow$ точка
3 лежит на изотерме между 1 и 2.

Если 2-3 - изм. ур., то $A_{23} = \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2} =$

$$= \frac{p_2 V_3 - p_2 V_2 + p_3 V_3 - p_3 V_2}{2} = \frac{p_2 V_3 - p_3 V_2 - 4 p_1 V_1 + 2\sqrt{2} p_1 V_1}{2} = \frac{2 p_1 V_3 - 2 p_3 V_1 - p_1 V_1 (2 - 2\sqrt{2})}{2}$$

$$p_2 = 2 p_1, V_2 = 2 V_1 \quad \left| \quad = \frac{2 p_1 V_3 - 2 p_3 V_1 - 2(2 p_1 V_1 - \sqrt{2} p_1 V_1)}{2} = \frac{p_1 V_3 - p_3 V_1 - p_1 V_1 (2 - \sqrt{2})}{1} \right|$$

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{V_3 - V_2}{V_0 - V_3} \Rightarrow \frac{p_2}{p_3} = \frac{V_0 - V_1}{V_0 - V_3} \quad \frac{p_2 V_2}{p_3 V_3} = \frac{T_2}{T_3} = \frac{4 T_1}{2\sqrt{2} T_1} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{p_2}{p_3} = \frac{V_3 \sqrt{2}}{V_2}$$

$$\frac{V_0 - V_2}{V_0 - V_3} = \frac{V_3 \sqrt{2}}{V_2}$$

$$V_0 V_2 - V_2^2 = V_0 V_3 \sqrt{2} - V_3^2 \sqrt{2}$$

$$V_3^2 \sqrt{2} - V_2^2 = V_0 (V_3 \sqrt{2} - V_2)$$

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{2 p_1}{p_3} = \frac{V_3 \sqrt{2}}{2 V_1}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

Дано:

$$T_1 = 400 \text{ K}$$

$$i = 3, \rho = 1 \text{ мм/с}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$$A_{12} = ?$$

$$y = ?$$

$$p_1 \left(\frac{V}{V_1} \right) = ?$$

Решение:

$$c_{31} = 2,5R, \quad c_{12} = 2R, \quad c_{23} = \frac{R}{2}$$

$$T_2 = 4T_1, \quad T_3 = 2^{1,5}T_1 = 2\sqrt{2}T_1$$

$$1) \quad A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12}$$

$$Q_{12} = c_{12} \Delta T = 2R(T_2 - T_1) = 2R(4T_1 - T_1) = 6R T_1$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} R \Delta T = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} R \cdot 3T_1 = \frac{9}{2} R T_1$$

$$A_{12} = 6R T_1 - 4,5R T_1 = 1,5R T_1$$

$$A_{12} = 1,5 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 400 = 6 \cdot 831 = 4986 \text{ Дж}$$

$$y = \frac{A_{12}}{Q_{12}}. \quad \text{Заметим, что так } T_1 - T_3 < 0, \quad T_3 - T_2 < 0, \quad \text{то}$$

$$Q_{23} = c_{23} \Delta(T_3 - T_2) < 0, \quad Q_{31} = c_{31} \Delta(T_1 - T_3) < 0$$

$$\Rightarrow Q_{12} = Q_{12} = 6R T_1$$

$$A_{12} = A_{12} + A_{23} + A_{31}$$

$$(A_{12} = 1,5R T_1). \quad A_{23} = Q_{23} - \Delta U_{23} = \frac{R}{2}(T_3 - T_2) - \frac{3}{2} R(T_3 - T_2) =$$

$$= \frac{1}{2} R(2\sqrt{2}T_1 - 4T_1) - \frac{3}{2} R(2\sqrt{2}T_1 - 4T_1) = R T_1(\sqrt{2} - 2) - 3R T_1(\sqrt{2} - 2) =$$

$$= 3R T_1(2 - \sqrt{2}) - R T_1(2 - \sqrt{2}) = 2R T_1(2 - \sqrt{2})$$

$$(A_{23} = 2R T_1(2 - \sqrt{2}))$$

$$A_{31} = Q_{31} - \Delta U_{31} = \frac{5}{2} R(T_1 - T_3) - \frac{3}{2} R(T_1 - T_3) = R(T_1 - T_3) =$$

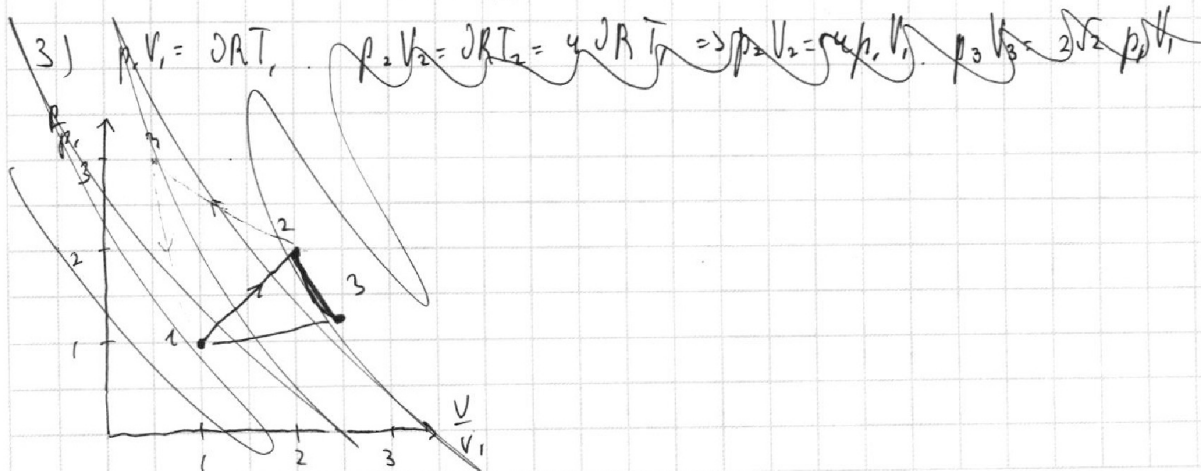
$$= R(T_1 - 2\sqrt{2}T_1) = R T_1(1 - 2\sqrt{2})$$

$$(A_{31} = R T_1(1 - 2\sqrt{2}))$$

$$A_{12} = 1,5R T_1 + 2R T_1(2 - \sqrt{2}) + R T_1(1 - 2\sqrt{2}) = R T_1(1,5 + 4 - 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2}) =$$

$$= R T_1(6,5 - 4\sqrt{2})$$

$$y = \frac{R T_1(6,5 - 4\sqrt{2})}{6R T_1} = \frac{6,5 - 4\sqrt{2}}{6}$$





1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

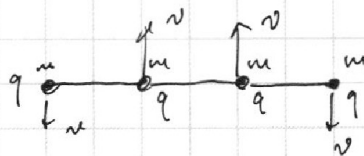
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

15 продолжение

$$W = W_n + W_k, \quad W_k = 2mv^2$$

$$W_n = 3 \frac{kq^2}{b} + 2 \cdot \frac{kq^2}{2b} + \frac{kq^2}{3b} = \frac{4kq^2}{b} + \frac{kq^2}{3b}$$

$$= \frac{12kq^2}{3b} + \frac{kq^2}{3b} = \frac{13kq^2}{3b}$$

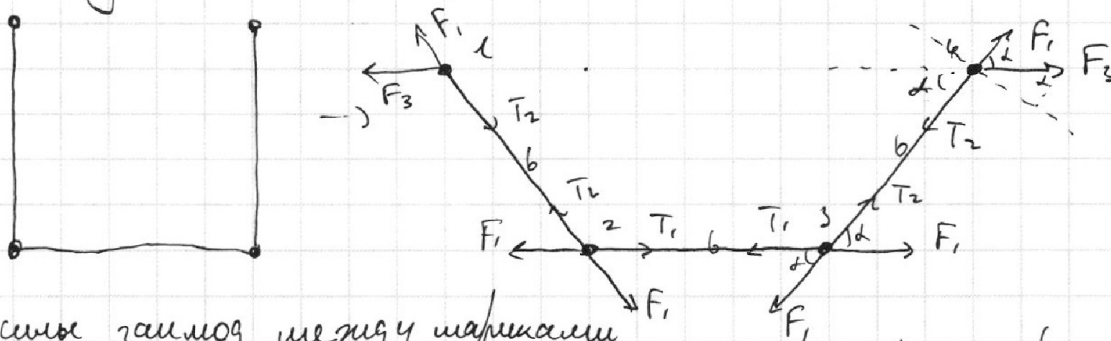


$$\text{Имеем } \frac{kq^2}{b}(4 + \sqrt{2}) = 2mv^2 + \frac{13kq^2}{3b} \Rightarrow 2mv^2 = \frac{kq^2}{b}(4 + \sqrt{2}) - \frac{13kq^2}{3b}$$

$$2mv^2 = \frac{kq^2}{b}(4 + \sqrt{2} - \frac{13}{3}) = \frac{kq^2}{b}(\sqrt{2} - \frac{1}{3}) \Rightarrow v^2 = \frac{kq^2(\sqrt{2} - \frac{1}{3})}{2mb}$$

$$v = q \sqrt{\frac{k(\sqrt{2} - \frac{1}{3})}{2mb}} \text{ в ответ}$$

3) Рассмотрим силы, действующие в системе в какой-то момент времени после перемещения нити, но до того, как шарик выстроится в линию.



силы взаимод. между шариками не изменились, т.к. они всё ещё на b друг от друга (нити натянуты). F_1, F_2, F_3 в любой момент времени. т.к. симметрия.

$$T_1 + F_1 \cos \alpha = F_1 + T_2 \cos \alpha$$

$$F_1(1 - \cos \alpha) = T_1 - T_2 \cos \alpha$$

Заметим что верхние шарик движ. по окр. отн. нижних.

т.е. шар. 1 движ. по окр. отн. 2, а отн. 3.

Заметим что в СО 2 шарик будет движ. по окр. вокруг 2. Аналогично в СО 3 и будет движ. по окр. вокруг 3.

при этом $m a_2 = F_3 \sin \alpha$

$$F_1 = \frac{kq^2}{b^2} \quad m a_2 = T_2 - F_1 - F_3 \cos \alpha$$

$$F_3 = \frac{kq^2}{(b + 2b \cos \alpha)^2} = \frac{kq^2}{b^2(1 + 2 \cos \alpha)^2}$$

$$m a_2 = T_2 - \frac{kq^2}{b} - \frac{kq^2 \cos \alpha}{b^2(1 + 2 \cos \alpha)^2}$$

В эту симметрии все шарик пройдут $\frac{b}{2}$ по вертикали

$$\text{Ответ: } v = q \sqrt{\frac{k(\sqrt{2} - \frac{1}{3})}{2mb}}; \quad T = \frac{kq^2}{b^2}(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}); \quad d = \frac{b}{2}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

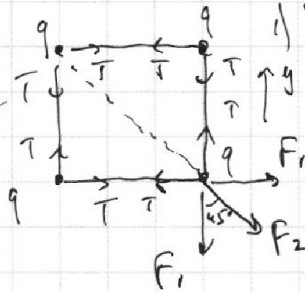
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



15

Дано:
b, m, q, k
T = ?
v = ?
d = ?

Решение:



1) Так как картинка симметричная, все натяжения нитей одинаковы. Рассмотрим правый нижний заряд для удобства

$$F_1 = \frac{kq^2}{b^2}, F_2 = \frac{kq^2}{(b\sqrt{2})^2} = \frac{kq^2}{2b^2} = \frac{F_1}{2}$$

по ОУ: $T = F_1 + F_2 \cos 45^\circ = F_1 + \frac{F_1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = F_1 + F_1 \frac{\sqrt{2}}{4}$

$$T = F_1 \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{kq^2}{b^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) = T \text{ в ответ}$$

2) Из симметрии заметим, что нижние заряды могут двигаться только по вертикали, т.к. при отклонении боковых нитей силы на систему, сост. из 2 нижних зарядов, будут скомпенсированы по горизонтали. Также из симметрии их скорости равны и сонаправлены. Если они направлены вверх, то вертикальная сост. скоростей верхних зарядов в конце направ. вниз. при этом все заряды не имеют проекции их скор. на горизонт. напр. нулевые. Имеем:

Скорости равны, т.к. по 3-ей зак. и конеч. импульс по вертикали нулевой

Теперь можно записать 3-ю.

$W = W_0$, т.к. в системе действуют только потенц. силы.

$W_0 = 4W_1 + 2W_2$, где $W_1 = \frac{kq^2}{b}$, $W_2 = \frac{kq^2}{b\sqrt{2}}$ — взаимод. диагональ зарядов

$$W_0 = 4 \frac{kq^2}{b} + \frac{2kq^2}{b\sqrt{2}} = \frac{4kq^2}{b} + \frac{kq^2\sqrt{2}}{b} = \frac{kq^2}{b} (4 + \sqrt{2}), W_{\text{ко}} = 0 \text{ т.к. } v_0 = 0$$

$$W = W_n + W_k = W_k = \frac{4mv^2}{2} = 2mv^2, W_n = W_1' + W_2' + W_3' + W_4'$$

$$W_n = 2 \left(\frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{2b} + \frac{kq^2}{3b} + \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{2b} + \frac{kq^2}{3b} \right) = 2 \left(\frac{3kq^2}{b} + \frac{2kq^2}{2b} + \frac{kq^2}{3b} \right) =$$

$$= 2 \left(\frac{3kq^2}{b} + \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{3b} \right) = 2 \left(\frac{4kq^2}{b} + \frac{kq^2}{3b} \right) = 2 \left(\frac{12kq^2 + kq^2}{3b} \right) = \frac{2 \cdot 13kq^2}{3b} = \frac{26kq^2}{3b}$$

$$\frac{kq^2}{b} (4 + \sqrt{2}) = \frac{26kq^2}{3b} + 2mv^2 \Rightarrow 2mv^2 = \frac{kq^2}{b} (4 + \sqrt{2}) - \frac{26kq^2}{3b} =$$

$$= \frac{kq^2}{b} \left(4 + \sqrt{2} - \frac{26}{3} \right) = \frac{kq^2}{b} \left(\sqrt{2} - \frac{14}{3} \right)$$

см. продолжение на др. листе

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

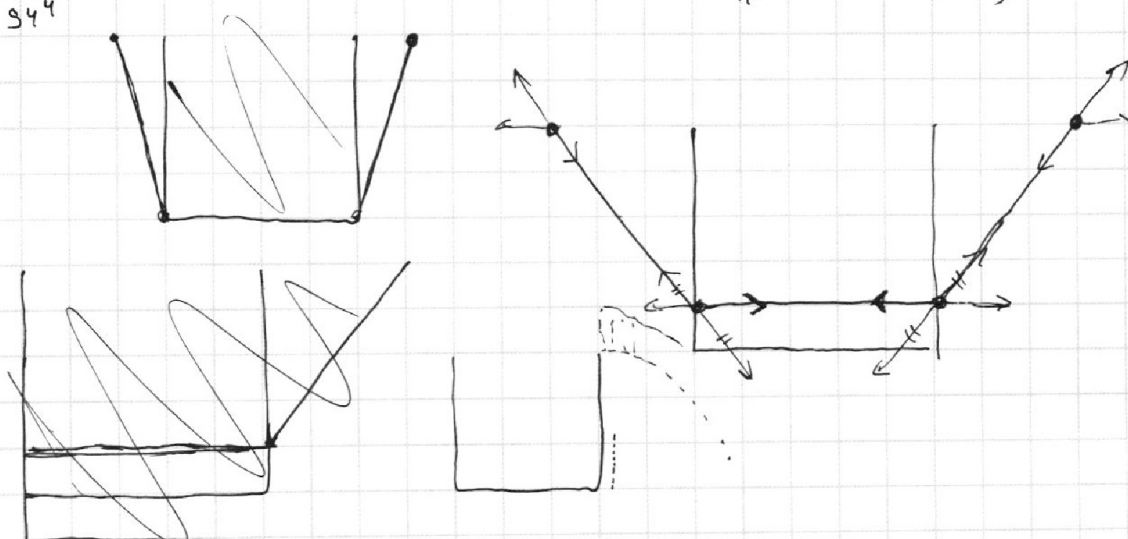
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$Q = c \Delta T$ 1-2: $c = 2R \Rightarrow Q_{12} = 2R \Delta T$ $Q_{12} = 2R(4T_1 - T_1) = 6R T_1$
 $Q = A_{12} \Delta T$
 $A_{12} = Q_{12} / \Delta T = 2R \Delta T / \Delta T = 2R$
 $A_{12} = \frac{3}{2} R T_1 = 1,5 \cdot 1,8 \cdot 31 \cdot 400 = 4986 \text{ Вт}$
 $8,31 \cdot 400 = 8,31 \cdot 4 \cdot 1,5$ $1,8 \cdot 4 = 6$
 $\Delta T = 4T_1 - T_1 = 3T_1$
 $\frac{T}{T_1} = 4 \Rightarrow T = 4T_1$
 $\frac{831}{4986}$
 $y = \frac{A_{12}}{Q} = \frac{2R \Delta T}{Q_{12}}$
 $A_{31} = Q_{31} / \Delta T_{31} = 2,5 R \Delta T_{31}$
 $Q_{31} = c \Delta T_{31} = 2,5 R \Delta T_{31}$
 $A_{31} = 2,5 R (T_1 - 2\sqrt{2} T_1) - \frac{3}{2} R (T_1 - 2\sqrt{2} T_1)$
 $= \frac{5}{2} R T_1 (1 - 2\sqrt{2}) - \frac{3}{2} R T_1 (1 - 2\sqrt{2})$
 $= R T_1 (1 - 2\sqrt{2})$
 $A_2 = \frac{3}{2} R T_1 + 2 R T_1 (2 - \sqrt{2}) + R T_1 (1 - 2\sqrt{2})$
 $= R T_1 (1,5 + 4 - 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2}) = R T_1 (6,5 - 4\sqrt{2})$
 $y = \frac{R T_1 (6,5 - 4\sqrt{2})}{6 R T_1}$
 $1,18 \cdot 0,8 = \frac{118 \cdot 8}{1000} = 0,944$
 $\frac{118}{944}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

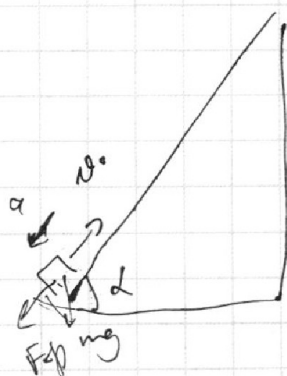
$v_0 \uparrow$
 u_{max}
 $0 = v_0 - gt$
 $v_0 = \frac{gt}{2} = 20 \frac{m}{s}$

$h = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$
 $S = v_0 \cos \alpha t$
 $t = \frac{S}{v_0 \cos \alpha}$

$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$
 $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$
 $h = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$
 $S = v_0 \cos \alpha t$
 $t = \frac{S}{v_0 \cos \alpha}$

$h = \frac{S \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha}$
 $\frac{S \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} = \frac{S \sin \alpha \cdot 2 v_0^2 \cos \alpha - g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha}$
 $h = \frac{20 \sin 2\alpha \cdot 2 \cdot 20^2 - 10 \cdot 20^2}{2 \cdot 20^2 \cos^2 \alpha} = \frac{40 \sin 2\alpha - 10}{2 \cos^2 \alpha} = \frac{20 \sin 2\alpha - 5}{\cos^2 \alpha}$
 $h = \frac{20 \sin 2\alpha - 5}{1 - \sin^2 \alpha}$

$0 = v_0 \sin \alpha - gt$
 $v_0 \sin \alpha = \frac{gS}{v_0 \cos \alpha}$
 $2 v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha = gS$
 $v_0^2 \sin 2\alpha = 2gS$
 $\sin 2\alpha = \frac{2gS}{v_0^2} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 20}{20^2} = 1 \Rightarrow \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$
 $t = \frac{20 \cdot 2}{20 \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{2}$
 $h = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} - \frac{9 \cdot 2}{2} = 10 \text{ m}$



$\sin \alpha = 0,8$
 $\mu = \frac{1}{3}$
 $v_0 = 4 \frac{m}{s}$
 $S = 1 \text{ m}$
 $T = ?$



$ma = F \sin \alpha + mg \sin \alpha$

$N = mg \cos \alpha$

$\mu a = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha$

$a = \mu g \cos \alpha + g \sin \alpha$

$\sin \alpha = 0,8 \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - 0,64} = 0,6$

$a = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 0,6 + 10 \cdot 0,8 = 10 \frac{m}{s^2}$

$\frac{S}{3} = 2 + 0$

$S = v_0 T - \frac{a T^2}{2}$

$t = 4T - \frac{10 T^2}{2}$

$1 = 4T - 5T^2$

$5T^2 - 4T + 1 = 0$

$\Delta = 16 - 20$

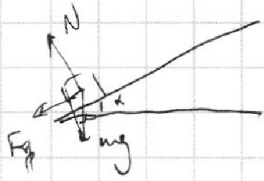
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ma = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

$$a = \mu g \cos \alpha + g \sin \alpha = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 0,6 + 10 \cdot 0,8 = 8 + 2 = 10$$

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

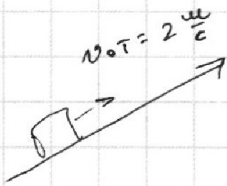
$$l = 4t - \frac{10t^2}{2}$$

$$l = 4t - 5t^2 \quad 5t^2 - 4t + 1 = 0 \quad D = 16 - 20$$

$$v = v_0 - gt$$

$$0 = 4 - 10t \Rightarrow t = 0,4$$

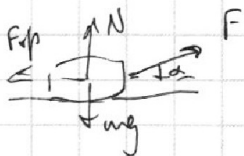
$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{16}{20} \quad \text{не подходит?}$$



$$u = v_0 - at$$

$$l = \frac{v_0^2 - u^2}{2a} = \frac{4^2 - 2^2}{-10 \cdot 2} = \frac{16 - 4}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$a = \frac{v_0 - u}{t} = \frac{4 - 2}{0,2} = 10$$

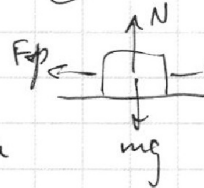


$$F \cos \alpha - F_f = ma$$

$$N + F \sin \alpha = mg$$

$$N = mg - F \sin \alpha$$

$$v_0 = at \Rightarrow a_1 = a_2 = a$$



$$N = mg$$

$$F - F_f = ma$$

$$F - \mu mg = ma$$

Дано:
 v_0, α

$$\begin{cases} F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha = ma \\ F - \mu mg = ma \end{cases}$$

$$F_f = ma'$$

$$\mu mg = ma'$$

$$a' = \mu g = \frac{g(1 - \cos \alpha)}{\sin \alpha}$$

$$F \cos \alpha + \mu F \sin \alpha - F = 0$$

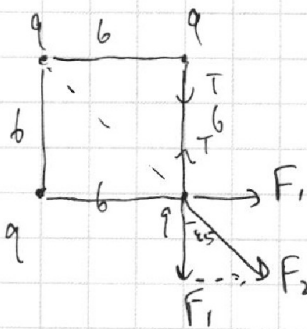
$$\mu \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\cos \alpha + \mu \sin \alpha - 1 = 0$$

$$\mu \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$$

$$v_0 = a' T \Rightarrow T = \frac{v_0}{a'} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g(1 - \cos \alpha)}$$



$$F_1 = \frac{kq^2}{b^2} = \frac{kq^2}{b^2}$$

$$F_2 = \frac{kq^2}{(b\sqrt{2})^2} = \frac{kq^2}{2b^2}$$

$$T = F_1 + F_2 \cos 45^\circ = \frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{2b^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4kq^2 + kq^2\sqrt{2}}{4b^2} = \frac{kq^2}{4b^2} (4 + \sqrt{2})$$

$$W = \frac{kq^2 q^2}{F}$$

