





# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-02



Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета  $L = 20$  м.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью  $V_0$  к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна  $H = 3,6$  м.

2) На каком расстоянии  $S$  от точки старта находится стенка?

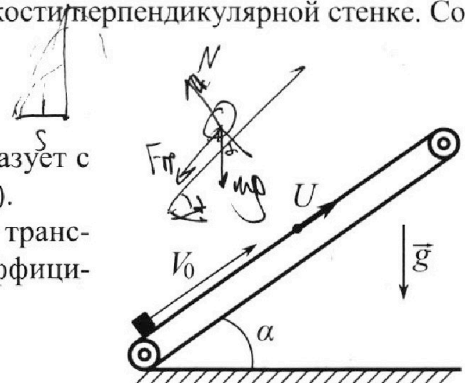
Ускорение свободно го падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,6$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 6$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = 0,5$ .

Движение коробки прямолинейное.

$$N = mg \cos \alpha$$



1) Какой путь  $S$  пройдет коробка в первом опыте к моменту времени  $T = 1$  с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 1$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 6$  м/с (см. рис.).

2) Через какое время  $T_1$  после старта скорость коробки во втором опыте будет равна  $U = 1$  м/с?

3) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

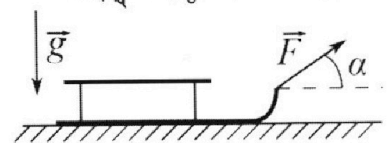
$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{отл} + \vec{u} \Rightarrow \vec{v}_0^2 = \vec{v}_{отл}^2 + u^2$$

$$v_{отл} = v_0 - u$$

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии  $K$  на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии  $K$  действие внешней силы прекращается.

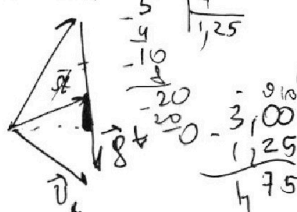
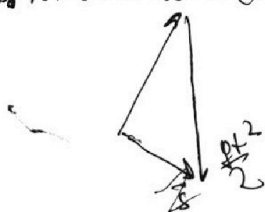


1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение  $S$  санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения  $g$ .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Известно: масса санок  $m$  и  $\mu$



$$\begin{array}{r} 0,6 \\ \times 0,6 \\ \hline 0,36 \\ 1 - 0,36 = \\ \hline 0,64 \\ \sqrt{0,64} = \\ \hline 0,8 \end{array}$$

$$1 - 0,36 = 0,64$$

$$\sqrt{0,64} = 0,8$$

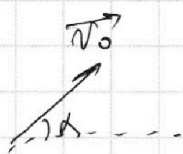


8

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 1.



1) Запишем ур-я на коор-тах:

$$L = v_0 \cos \alpha t$$

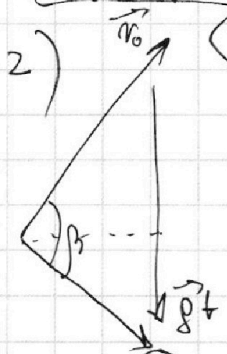
$$0 = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

$$\frac{gt}{2} = v_0 \sin \alpha \quad (t \neq 0)$$

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow L = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow v_0^2 = \frac{Lg}{\sin 2\alpha} = Lg \quad (\text{т.к. } \alpha = 45^\circ)$$

$$v_0 = \sqrt{Lg} = \sqrt{20 \cdot 10} = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$$



2) Заметим, что:

Средняя скорость =  $\frac{1}{2} v_0 \sin \beta = \frac{1}{2} g t \cdot \frac{L_x}{t}$   
средняя скорость время высота

По 3.с.з.:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgH \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 2gH}$$

$$v_0 \sin \beta \cdot \frac{v_0 \sqrt{v_0^2 - 2gH}}{L_x} = g \cdot \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{L_x}$$

$$v_0^2 - 2gH = \frac{v_0^2 \sin^2 2\alpha}{\sin^2 \beta}$$

$$2gH = v_0^2 - \frac{v_0^2 \sin^2 2\alpha}{\sin^2 \beta} \Rightarrow H = \frac{1}{2g} \left( v_0^2 - \frac{v_0^2 \sin^2 2\alpha}{\sin^2 \beta} \right)$$

Заметим, что все, кроме  $\sin \beta$  это константа,  $\Rightarrow$

$\Rightarrow H_{\max}$  при  $\frac{v_0^2 \sin^2 2\alpha}{\sin^2 \beta} - \text{мин.} \Rightarrow \sin^2 \beta, -\text{макс.} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sin^2 \beta = 1, \beta = 90^\circ.$$

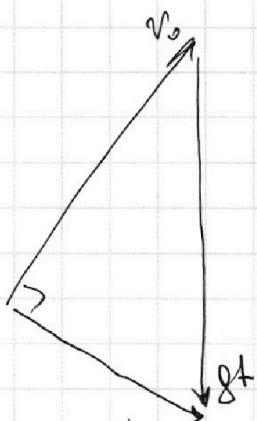
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gt}$$

По теор. Пиф.:  
 ~~$gt = \sqrt{v_0^2 - v^2} = \sqrt{2v_0^2 - 2gt}$~~   
 ~~$t = \frac{\sqrt{2v_0^2 - 2gt}}{g}$~~

№1 - ПРОСМатРИТЕ.

ТОГДА:

~~$\frac{1}{2} v_0 \cos \alpha$~~   
 $\frac{1}{2} v_0 v \sin \beta = \frac{1}{2} gt \frac{L_x}{L}$

$$v_0 \sqrt{v_0^2 - 2gt} = g L_x$$

$$L_x = \frac{v_0 \sqrt{v_0^2 - 2gt}}{g}$$

$$L_x = \frac{10\sqrt{2} \cdot \sqrt{200 - 2 \cdot 10 \cdot 3,6}}{10}$$

$$L_x = \frac{\sqrt{400 - 4 \cdot 36}}{1} = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{(20-12)(20+12)} = \sqrt{8 \cdot 32} = 16(m)$$

Ответ: 1)  $v_0 = \sqrt{Lgt} = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$

2)  $L_x = \frac{v_0 \sqrt{v_0^2 - 2gt}}{g} = 16(m)$

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 - продолжение.

$$S = \frac{v_0^2}{2(\mu g \cos \alpha + \rho g \sin \alpha)} - \frac{g \sin \alpha - \mu \rho g \cos \alpha}{2} \left( T - \frac{v_0}{\mu \rho g \cos \alpha + \rho g \sin \alpha} \right)^2 =$$

$$= \frac{36}{2 \cdot 10} - \frac{10 \cdot 0,6 - 4}{2} \left( 1 - \frac{6}{10} \right)^2 = 1,8 - 0,4^2 = 1,8 - 0,16 = 1,64 \text{ (м)}$$

2) ПЕРЕСАЖЕМ В И.С.О. ЛЕНТЫ ( $u = 1 \text{ м/с} = \text{const}$ ). Получили задачу, аналогичную п.1): ~~только~~ ~~только~~, что  $\sin \alpha = 0,6$

$\mu = 0,5$ ,  $v_0' = v_0 \rightarrow u = 6 - 1 = 5 \text{ м/с}$   
 $v_0'$  в с.о. ЛЕНТЫ

Тогда:

$$N = mg \cos \alpha$$

$$F_{\text{тр}} + mg \sin \alpha = ma_1; F_{\text{тр}} = \mu N$$

$$\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha = ma_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{v_0'} v_1' = v_0' - a_1 T = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{v_0'}{a_1} = \frac{v_0 - u}{\mu g \cos \alpha + \rho g \sin \alpha} = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ (с)}$$

При этом:

$$v' = 0, \Rightarrow \text{в АБСО ЛЮТНОЙ С.О.: } v = v' + u = 1 \text{ м/с}$$

3)  $v_{\text{абс}} = 0 \text{ м/с} \Rightarrow$  в к.о. ЛЕНТЫ:  $v_3 = v_4 - u = 0 - 1 = -1 \text{ м/с}$   
 т.е. ТЕЛО ~~РАЗВЕРНУЛО~~ ЗАГОРМОЗИЛО И ПОЕХАЛО ОБРАТНО.

АТ-МО В И.С.О. ЛЕНТЫ:

$$N = mg \cos \alpha$$

$$mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma_2$$

$$|v_3| = a_2 T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{|v_3|}{a_2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 - продолжение

т.к. лента - ~~идеальная~~ и.с.о.  $\Rightarrow$  ускорение в и.с.о. =  
ускорению в лабораторной. Получаем:

$$S_1 = v_0 T_1 - \frac{a_1 T_1^2}{2} = 6 \cdot \frac{1}{2} - 5 \cdot \frac{1}{4} = 1,75 \text{ (м)}$$

по  $v=U=1 \text{ м/с}$

$$S_2 = U T_2 - \frac{a_2 T_2^2}{2} = U \cdot \frac{|v_3|}{a_2} - \frac{a_2}{2} \frac{v_3^2}{a_2^2} = \frac{1 \cdot 1}{2} - \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4} \text{ (м)}$$

$$S_2 = 0,25 \text{ (м)}$$

$$S = S_1 + S_2 = 0,25 + 1,75 = 2 \text{ (м)}$$

Ответ: 1)  $S = \frac{v_0^2}{2(\mu g \cos \alpha + \rho \sin \alpha)} - \frac{g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha}{2} \left( t - \frac{v_0}{\mu g \cos \alpha + \rho \sin \alpha} \right)^2 = 1,64 \text{ (м)}$

2)  $T_1 = \frac{v_0 - U}{\mu g \cos \alpha + \rho \sin \alpha} = 0,5 \text{ (с)}$

3)  $S = v_0 T_1 - \frac{a_1 T_1^2}{2} + U T_2 - \frac{a_2 T_2^2}{2} = 2 \text{ (м)}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

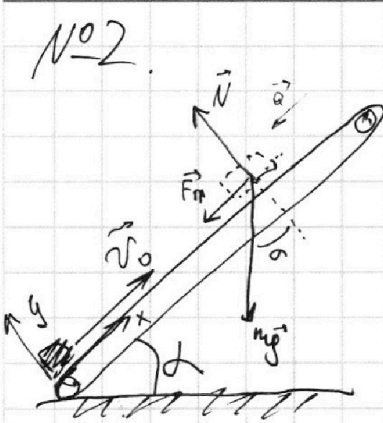
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2.



1) Рассмотрим такой момент, когда ~~допустим, что к моменту времени T~~ коробка не успеет затормозиться и поехать в другую сторону. Тогда, по II з.Н.:

$$N = mg \cos \alpha$$

$$F_{тр} + mg \sin \alpha = ma_1; \quad F_{тр} = \mu N$$

$$\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha = ma_1$$

Получаем, что  $v=0$  будет в момент:

$$v = v_0 - a_1 t = 0; \quad t = \frac{v_0}{a_1} = \frac{v_0}{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha} = \frac{6}{0,5 \cdot 10 \cdot \sqrt{1-0,6^2} + 10 \cdot 0,6}$$

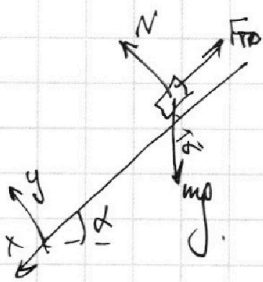
$$= \frac{6}{\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,8 + 6} = \frac{6}{4+6} = 0,6 \text{ (с)} < T = 1 \text{ (с)}, \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  к моменту  $T=1$  (с) тело уже успеет затормозиться.  
Заметим, что если тело не поедет после остановки:

$$mg \sin \alpha = F_{тр} \leq \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$\sin \alpha \leq \mu \cos \alpha; \quad \operatorname{tg} \alpha \leq \mu, \quad \mu \neq$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4} > \frac{1}{2}, \Rightarrow \text{ТЕЛО ПОЕДЕТ.}$$



Аналогично по II з.Н. получаем:

$$N = mg \cos \alpha$$

$$mg \sin \alpha - \mu N = ma_2$$

$$mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma_2;$$

$$a_2 = \cancel{g \sin \alpha} \quad a_2 = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

Тогда:

$$S = v_0 t - a_1 \frac{t^2}{2} - a_2 \frac{(T-t)^2}{2} = \frac{v_0^2}{a_1} - \frac{v_0^2}{2a_1} - \frac{a_2}{2} \left( T - \frac{v_0}{a_1} \right)^2 =$$

$$= \frac{v_0^2}{2a_1} - \frac{a_2}{2} \left( T - \frac{v_0}{a_1} \right)^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

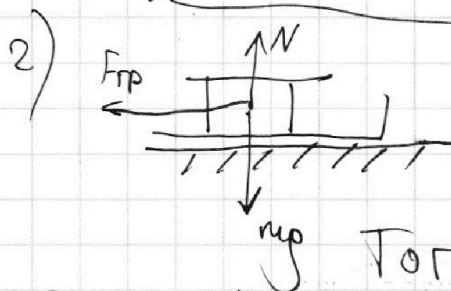
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 - проволочные.

$$\frac{F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha}{m} = \frac{F - \mu mg}{m}$$

$$\cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1; \mu \sin \alpha = 1 - \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$



После прекращения действия внешней силы; по II з.п.:

$$N = mg$$

$$F_{\text{тр}} = m a_{\text{т}} = \mu mg \Rightarrow a_{\text{т}} = \mu g$$

Тогда:

$$v_k = 0 = v - a_{\text{т}} t \Rightarrow t = \frac{v}{a_{\text{т}}}$$

конечная скорость

$$k = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$t = \frac{1}{\mu g} \sqrt{\frac{2k}{m}} = \frac{\sin \alpha}{g(1 - \cos \alpha)} \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$S = vt - \frac{at^2}{2} = \sqrt{\frac{2k}{m}} \cdot \frac{\sin \alpha}{g(1 - \cos \alpha)} \sqrt{\frac{2k}{m}} - \frac{g}{2} \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{g^2(1 - \cos \alpha)^2} \cdot \frac{2k}{m}$$

$$S = \frac{2k}{mg} \cdot \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} - \frac{\mu g \cdot k}{m} \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{g^2(1 - \cos \alpha)^2} =$$

$$= \frac{2k}{mg} \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} - \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{k}{mg} \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{(1 - \cos \alpha)^2} = \left( \frac{k \cdot \sin \alpha}{mg \cdot (1 - \cos \alpha)} \right)$$

Ответ: 1)  $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

2)  $S = \frac{k}{mg} \cdot \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

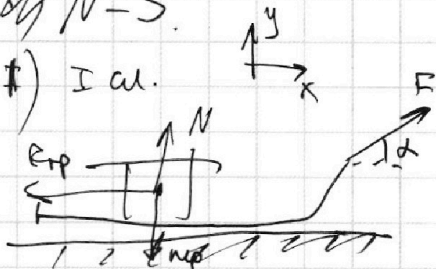
1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3.

I сл.



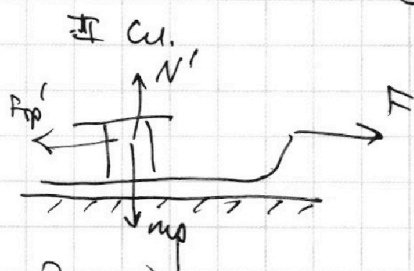
по II з.Н.

$$N + F \sin \alpha = mg \Rightarrow N = mg - F \sin \alpha$$

$$F \cos \alpha - F_{fr} = ma_1$$

$$F \cos \alpha - \mu N = F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha = ma_1$$

$$a_1 = \frac{F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha}{m}$$



по II з.Н.:

$$N' = mg$$

$$F - F_{fr} = ma_2; \quad F - \mu mg = ma_2$$

$$a_2 = \frac{F - \mu mg}{m}$$

Заметим, что движения  $a$  в первом, и во втором случаях — равноускоренные, т.е.:

$$s_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2}; \quad \text{где } v = a_1 t_1, \quad t_1 = \frac{v}{a_1}, \quad v - \text{скорость по которой мы разбегаемся сами}$$

$$s_2 = \frac{v^2}{2a_2} \Rightarrow s_1 = \frac{v^2}{2} \cdot \frac{1}{a_1} = \frac{v^2}{2a_1}; \quad s_1 a_1 = \frac{v^2}{2}$$

$$s_2 = \frac{v^2}{2a_2}; \quad v = a_2 t_2; \quad t_2 = \frac{v}{a_2} \Rightarrow s_2 = \frac{v^2}{2} \cdot \frac{1}{a_2} = \frac{v^2}{2a_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s_1 a_1 = \frac{v^2}{2} = s_2 a_2$$

По усл.  $s_1 = s_2 \Rightarrow a_1 = a_2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4,

$$1) A_{ВН} + \Delta Q = \Delta U$$

$$A_{ВН} + 2R(T_3 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R(T_3 - T_1)$$

$$A_{ВН} = \frac{3}{2} \nu R(4T_1 - T_1) - 2R(4T_1 - T_1) =$$

$$= 1,5 \cdot 3T_1 R - 2 \cdot 3T_1 R = 4,5 R T_1 - 6 R T_1 = -1,5 R T_1$$

$$A_{ВН} = -1,5 \cdot 8,31 \cdot 200 = -3 \cdot 831 = -2493 \text{ (Дж)}$$

2) Рассмотрим процесс 1-2:

$$A_{ВН} + \frac{3}{2} \nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R(T_2 - T_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{ВН} = 0 \Rightarrow v = \text{const} \Rightarrow v_2 = v_1;$$

$$p_1 v_1 = \nu R T_1$$

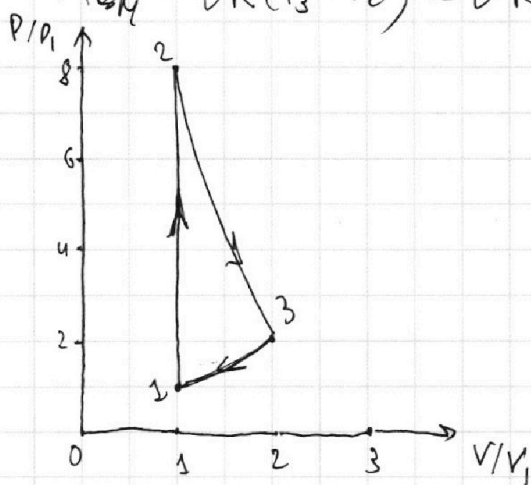
$$p_2 \frac{v_1}{2} = \nu R T_2 = \nu R \cdot 8T_1 \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{8T_1}{T_1} = 8$$

— получаем точку на графике (см. рис.)

2-3:

$$A_{ВН} + \frac{1}{2} \nu R(T_3 - T_2) = \frac{3}{2} \nu R(T_3 - T_2)$$

$$A_{ВН} = \nu R(T_3 - T_2) = \nu R(-4T_1) = -4 \nu R T_1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2) Q_{12} = \frac{3}{2} \cdot 2R \cdot (8T_1 - T_1) = \frac{21}{2} \cdot 2RT_1 \quad \text{№2 - продолжение}$$

$$Q_{23} = \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot (4T_1 - 8T_1) = -2 \cdot 2RT_1$$

$$Q_{31} = 2 \cdot 2R \cdot (T_1 - 4T_1) = -6 \cdot 2RT_1$$

При этом:

$$\eta = \frac{Q_{31} - Q_{23}}{Q_{31}} = \frac{-6 + 2}{-6} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3} \approx 66,6\%$$

Ответ: 1)  $A_{DK} = -2493 \text{ (Акт)}$

2)  $\eta = 66,6\%$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

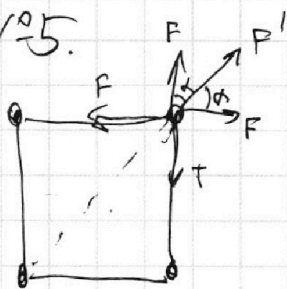
- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5.



1) По II з.м.:

$$F + F' \cos \alpha = T$$

$$F = \frac{kq^2}{a^2}; \quad F' = \frac{kq^2}{2a^2}$$

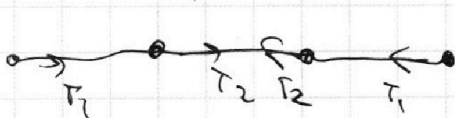
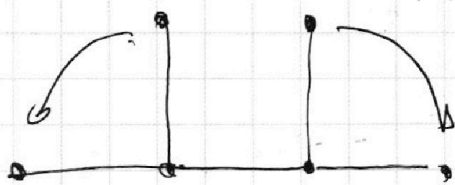
$$F + F' \cos \alpha = \frac{kq^2}{a^2} + \frac{kq^2}{2a^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{kq^2(4 + \sqrt{2})}{4a^2} = T$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \Rightarrow T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{kq^2(4 + \sqrt{2})}{4a^2}$$

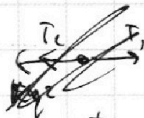
$$|q| = \sqrt{\frac{16\pi\epsilon_0 a^2 T}{4 + \sqrt{2}}}$$

2)

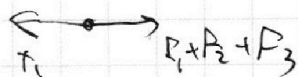
По 3.С.Э.:



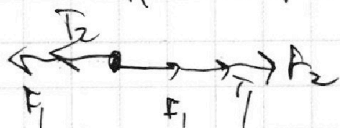
~~4K  
у всех шариков  
орбитал.  
кин. энергия,  
т.к. они  
связаны между собой  
и имеют равные массы~~



$$T_1 = \frac{kq^2}{a^2} \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{4} + 1 \right) = \frac{49}{36} \frac{kq^2}{a^2}$$



$$F_1 + T_2 = F_1 + T_1 + F_2$$



$$T_2 = \left( \frac{49}{36} + \frac{1}{4} \right) \frac{kq^2}{a^2} = \frac{58}{36} \frac{kq^2}{a^2}$$

По 3.С.Э.:

$$\left( \frac{kq^2}{a} \cdot 2 + \frac{kq^2}{\sqrt{2}a} \right) \cdot 4 = 4K_{\text{кин}} + \frac{kq^2}{a} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \cdot 2 + \frac{kq^2}{a} \left( 1 + 1 + \frac{1}{2} \right) \cdot 2$$

~~у всех шариков  
орбитал. кин. энергия,  
т.к. они связаны и имеют  
равные массы~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\kappa q^2}{a} \cdot \frac{4+\sqrt{2}}{2} \cdot 4 = 4K_{\text{мин}} + \frac{\kappa q^2}{a} \left( \frac{11 \cdot 2}{6} + 5 \right) =$$

$$24K_{\text{мин}} + \frac{\kappa q^2}{a} \frac{26}{3}$$

$$4K_{\text{мин}} = \frac{\kappa q^2}{a} \left( \frac{16\sqrt{2}}{3} + 2\sqrt{2} - \frac{26}{3} \right) = \frac{\kappa q^2}{a} \cdot \frac{6\sqrt{2}-2}{3}$$

$$K_{\text{мин}} = \frac{q^2}{a} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{4} \frac{6\sqrt{2}-2}{3} = \frac{q^2}{a\pi\epsilon_0} \frac{3\sqrt{2}-1}{24}$$

Ответ: 1)  $|q| = \sqrt{\frac{16\pi\epsilon_0 a^2 T}{4+\sqrt{2}}}$

2)  $K_{\text{мин}} = \frac{q^2}{a\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3\sqrt{2}-1}{24}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$Q_{12} = \frac{3}{2} \sigma R \cdot 7 T_1 = \frac{21}{2} \sigma R T_1$$

$$Q_{23} = \frac{1}{2} \sigma R (4 T_1 - 8 T_1) = \frac{1}{2} \sigma R (-4 T_1) = -2 \sigma R T_1$$

$$Q_{31} = 2 \sigma R (4 T_1 - 4 T_1) = -6 \sigma R T_1$$

Черновик!

$$\frac{-6 \sigma R T_1 + 2 \sigma R T_1}{-6 \sigma R T_1} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{-6 - \frac{21}{2}}{-6} = \frac{-6 - 10,5}{-6} = \frac{16,5}{6} > 1$$

$$\frac{-2 - 6}{-2} = \frac{-8}{-2} = 4 > 1$$

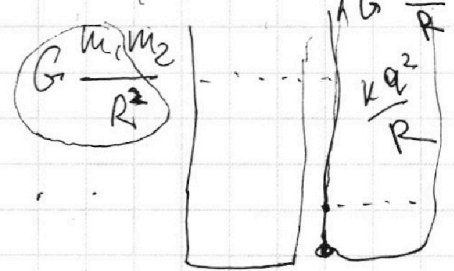
$$\frac{-2 - \frac{21}{2}}{-2} = \frac{-2 - 10,5}{-2} = \frac{12,5}{2} > 1$$

$$\frac{\frac{21}{2} + 2}{\frac{21}{2}} = \frac{21 + 4}{21} = \frac{25}{21} > 1$$

$$\frac{\frac{21}{2} + 6}{\frac{21}{2}} = \frac{21 + 12}{21} = \frac{33}{21} > 1$$

$$\frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{2} = \frac{\sigma R (T_2 - T_1)}{2}$$

$$m g h \Rightarrow W_p = m_2 G \frac{m_1}{R^2} \cdot R$$



$$V_i = h_i S \Rightarrow h_i = \frac{V_i}{S}$$

$$p = \frac{dV}{dx} \quad dV = \sigma R T$$

$$A = \int_{x=0}^{x=1/S} p S dx = \int_{x=0}^{x=1/S} \sigma R T \cdot S dx = \sigma S^2 \frac{x^2}{2} \Big|_{0}^{1/S} = \frac{\sigma S^2}{2} \left( \frac{V_2^2}{S^2} - \frac{V_1^2}{S^2} \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

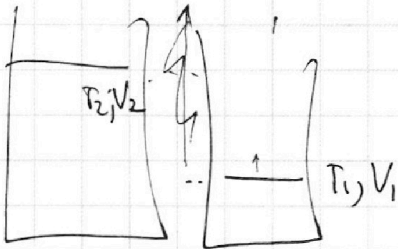
- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**ЦЕРНОВИК**

$T = \text{const}$   
 $A_{\text{ВН}} + \Delta T = \frac{3}{2}$



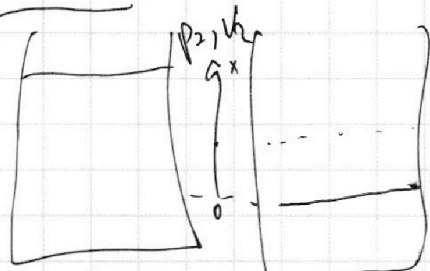
$T_2 > T_1$   
 $(V_2 > V_1)$   
 $P = \text{const}$   
 $P V_1 = \nu R T_1$   
 $P V_2 = \nu R T_2$   
 $A_{\text{ВН}} + (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$

$A_{\text{ВН}} = P(V_2 - V_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$   
 $C(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + P(V_2 - V_1)$   
 $C(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \nu R (T_2 - T_1)$

$6 + \frac{3}{2} \cdot 7 + 2 = \frac{4 + 3 \cdot 15}{\frac{11}{2}} = \frac{8 + 7}{11} = \frac{15}{11}$

$C(T_2 - T_1) = \left(\frac{3}{2} + 1\right) \nu R (T_2 - T_1)$   
 $C = \frac{5}{2} \nu R$

$\frac{Q_1 - Q_3}{Q_1} = \dots$   
 $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \dots$



$A_{\text{ВН}} = p \Delta x$   
 $P_1 V_1 = P(V_1 + \Delta x) = P V_1 + P \Delta x$   
 $P = \frac{P_1 V_1}{V_1 + \Delta x}$   
 $A_{\text{ВН}} = \int_0^{\Delta x} P_1 \frac{V_1}{V_1 + \Delta x} dx = \dots$

$\mu = \frac{V_2 - V_1}{S}$

$= \int_0^{\Delta x} P_1 \frac{dx}{1 + \frac{\Delta x}{V_1} x} = \frac{\nu P_1}{S} \int_0^{\Delta x} \frac{d\left(\frac{\Delta x}{V_1} x + 1\right)}{1 + \frac{\Delta x}{V_1} x}$   
 $= \frac{2T_1 - 2.4T_1}{2 - 8} = \frac{12}{11}$

$1 - \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{P_1 V_1}{S} \ln \left( \frac{1 + \frac{\Delta x}{V_1} \Delta x}{1 + \frac{\Delta x}{V_1} \cdot 0} \right)$   
 $\frac{4R(T_3 - T_1) + \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}R(T_2 - T_1)}{-5.5R T_1} = \frac{P_1 V_1}{S} \ln \left( 1 + \frac{\Delta x}{V_1} \cdot \frac{V_2 - V_1}{S} \right)$   
 $\frac{2(4T_1 - T_1) + \frac{3}{2}(8T_1 - T_1) + \frac{1}{2}(4T_1 - 8T_1)}{-\frac{11}{2} T_1} = \frac{\nu R (T_2 - T_3 + T_1 - T_3 + T_1 - T_2)}{-5.5 R T_1} = \frac{+6T_1}{5.5 T_1}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

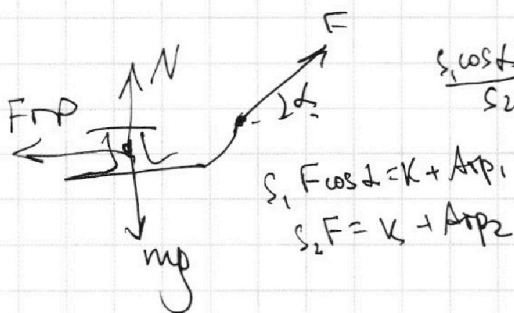
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик!

$$S = v_0 t_1 - \frac{a_1 t_1^2}{2} = 6 \cdot \frac{1}{2} - 5 \cdot \frac{1}{4} = 3 - \frac{5}{4} = 1,75 \text{ (м)}$$

$$k = \frac{mv^2}{2}$$

$$k = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$



$$\frac{S_1 \cos \alpha}{S_2} = \frac{k + A_{fp1}}{k + A_{fp2}}$$

$$S_1 F \cos \alpha = k + A_{fp1}$$

$$S_2 F = k + A_{fp2}$$

$$F \sin \alpha + N = mg \Rightarrow N = mg - F \sin \alpha$$

$$F \cos \alpha - F_{fp} = ma_1$$

$$F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha = ma_1$$

$$S_1 F \cos \alpha = k + \underbrace{\mu (mg - F \sin \alpha)}_{F_{fp}} \cdot S_1$$

$$S_2 F = k + \mu mg S_2$$

$$v = a_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v}{a_1} = \frac{v m}{F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha}; \quad t_2 = \frac{v}{a_2} = \frac{mv}{F - \mu mg}$$

$$S_1 = \frac{a_2 t_1^2}{2} = \frac{a_2}{2} \cdot \frac{v^2}{a_1^2} = \frac{v^2}{2a_1}; \quad S_2 = \frac{v^2}{2a_2}$$

$$S_1 (F \cos \alpha - F_{fp}) = k = S_2 (F - F_{fp2})$$

$$S_1 (F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha) = S_2 (F - \mu mg)$$

$$S_1 \cdot a_1 = S_2 \cdot a_2 \Rightarrow a_1 = a_2$$

$$N_2 = \mu mg$$

$$F - \mu mg = ma_2$$

$$\frac{F - \mu mg}{m} = \frac{F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha}{m}$$

$$1 = \cos \alpha + \mu \sin \alpha$$



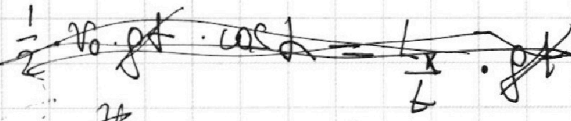
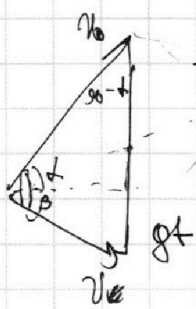
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{2} v_0 g t \cos \alpha = 0,16$$

**ЧЕРНОВИК**

$$\frac{0,16}{0,16} = 1$$

$$\frac{1}{2} v_0 v \sin \beta = \frac{1}{2} v_0 g t \cos \alpha$$

$$v \sin \beta = g t \cos \alpha$$

$$v = \sqrt{2gH}$$

$$\frac{1}{2} v_0 v \sin \beta = \frac{1}{2} g L_x \Rightarrow$$

$$\frac{v_0^2}{2} = \frac{v^2}{2} + gH$$

$$L_x = \frac{v_0 v \sin \beta}{g}$$

$$v^2 - 2gH$$

$$v = v_0 + g t$$

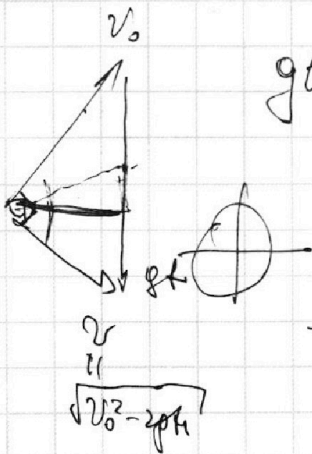
$$\frac{1}{2} v_0 \sqrt{2gH} \sin \beta = \frac{1}{2} v_0 g t \cos \alpha$$

$$v_0^2 - 2gH = \frac{v_0^2 \sin^2 2\alpha}{\sin^2 \beta}$$

$$v_0 - \frac{v_0^2 \sin^2 2\alpha}{\sin^2 \beta} = 2gH$$

$$\sin^2 \beta = 1$$

$$\frac{1}{2} v_0 \sqrt{v_0^2 - 2gH} \sin \beta =$$



$$g t = \sqrt{v_0^2 + v_0^2 - 2gH}$$

$$= \sqrt{2v_0^2 - 2gH}$$

$$t = \frac{\sqrt{2v_0^2 - 2gH}}{g}$$

$$\frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4}$$

$$S = v_0 \cos \alpha t = v_0 \cos \alpha \frac{\sqrt{2v_0^2 - 2gH}}{g} = \sqrt{2} \cdot \frac{v_0^2}{g}$$

$$L_x = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$\frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{4 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 10}$$

$$\frac{1}{2} v_0 v \sin \beta = g \cdot \frac{L_x}{2}$$

$$v \sin \beta = g \frac{v_0 \sin 2\alpha}{g}$$

$$\frac{v \sin \beta}{\sqrt{v_0^2 - 2gH}} = \frac{v_0 \sin 2\alpha}{v_0 \sin 2\alpha} = 1$$

$$\cos \alpha \sin \alpha = \sin \alpha \cos \alpha$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

