Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

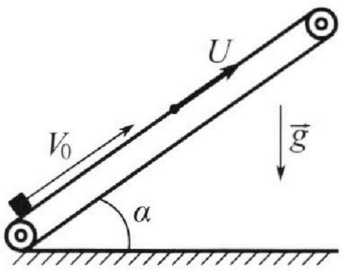
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.
2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление возд уха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}8$ (см. рис.).



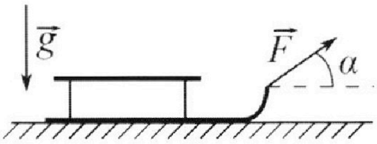
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.

1) За какое время T после старта коробка пройдет *в первом опыте* путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?
3) На какой высоте H, отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.



В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.
2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g.

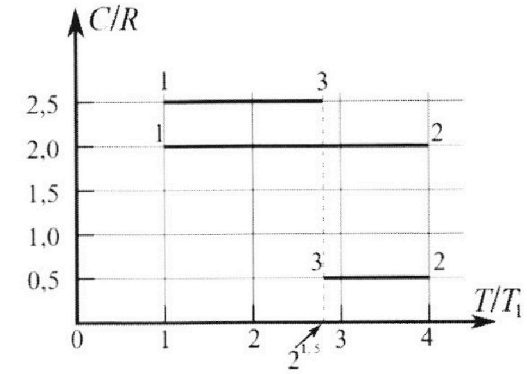
Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

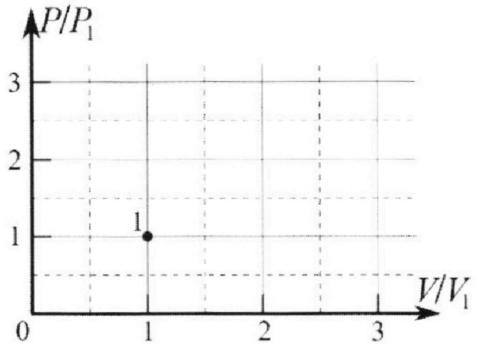
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



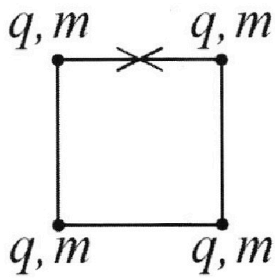
1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m, заряд q.



1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Коэффициент пропор циональности в законе Кулона k. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

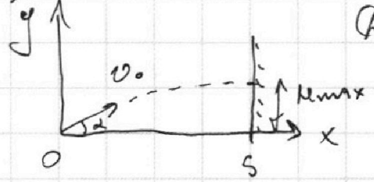
№1

Дано:
$T = 2$ с
$g = 10\ \frac{м}{с^2}$
$S = 20$ м
v_0 — ?
H_{max} — ?

Решение:

1) $v = v_0 - gt \Rightarrow 0 = v_0 - gT \Rightarrow v_0 = gT \Rightarrow v_0 = 10 \cdot 2 = 20\ (\frac{м}{с})$

2)



Для движ. по OX: $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$

$S = v_0 \cos\alpha\, t \Rightarrow t = \frac{S}{v_0 \cos\alpha}$

По OY достигается max. высота в полёте при $v_к = 0 \Rightarrow 0 = v_0 \sin\alpha - gt \Rightarrow v_0 \sin\alpha = \frac{gS}{v_0 \cos\alpha}$

$\sin 2\alpha = \frac{2gS}{v_0^2} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 20}{20^2} = 1 \Rightarrow \alpha = 45°$, откуда $t = \frac{S}{v_0 \cos 45} = \frac{20 \cdot 2}{20\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ (с) $\Rightarrow h = v_0 \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2} = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} - \frac{10 \cdot 2}{2} = 20 - 10 = 10$ (м)

$h = H_{max} = 10$ м

Ответ: $v_0 = 20\ \frac{м}{с}$; $H_{max} = 10$ м

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

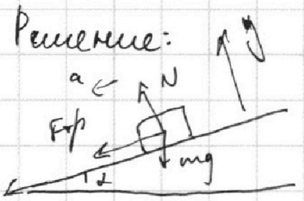
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

Дано:
$\sin\alpha = 0{,}8$
$v_0 = 4\ \frac{м}{с}$
$\mu = \frac{1}{3}$, $g = 10\ \frac{м}{с^2}$
$s = 1\ м$, $u = 2\ \frac{м}{с}$

T - ?
L - ?
H - ?

Решение:



1) OX: $F_{тр} + mg\sin\alpha = ma$
OY: $N = mg\cos\alpha$
$\mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha = ma$
$g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha) = a$

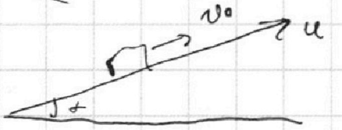
$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-0{,}64} = 0{,}6 \Rightarrow a = 10\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{10} + 0{,}8\right)$

$a = 10\,(0{,}2 + 0{,}8) = 10\ \left(\frac{м}{с^2}\right)$

Заметим что $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$. если $v = 0$, а $v_0 = 4$, то

$S_{max} = \frac{16}{2\cdot 10} = \frac{16}{20} = 0{,}8\ (м)$. $\Rightarrow$ Коробка не достигнет 1 м.

(см. п.1 продолжение) 2) перейдём в ИСО транспортёра.



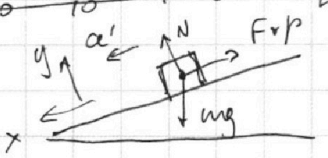
Тогда $v_{отн} = v_0 - u$. На тело действуют всё те же силы, т.к. коробка скользит, обгоняя ленту (сила трения напр. вниз по ленте), пока скорости ленты и коробки не сравняются. При этом

$0 = v_{от} - at \Rightarrow t = \frac{v_{от}}{a} = \frac{v_0 - u}{a} = \frac{4-2}{10} = 0{,}2\ (с)$

~~$L = ut = u\cdot\frac{v_0-u}{a} = 2\cdot\frac{4-2}{10} = \frac{4}{10} = 0{,}4\ м$~~

$L = \frac{u^2 - v^2}{-2a} = \frac{0^2 - u^2}{2a} = \frac{4^2-2^2}{2\cdot 10} = \frac{12}{20} = 0{,}6\ (м)$

3) После момента ~~остановки~~ когда $v_{от} = 0$:



OX: $mg\sin\alpha - F_{тр} = ma'$ OY: $N = mg\cos\alpha \Rightarrow mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma'$

$a' = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 10\left(0{,}8 - \frac{1}{3}\cdot\frac{6}{10}\right) = 10\,(0{,}8 - 0{,}2) = 6\ \left(\frac{м}{с^2}\right)$

чтобы $v = 0$ отн. Земли, $v_{от}' = -2\ \frac{м}{с}$

~~$v_{от}' - v_{от} = a't' \Rightarrow -2 - 0 = a't' \Rightarrow t' = \frac{2}{a'} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}\ (с)$~~

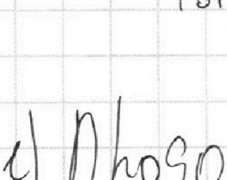
Тело преодолеет путь $l_1 = L$ на уч. до $v_{от} = 0$
и путь $l_2 = \frac{u^2}{2a'} = \frac{4}{2\cdot 6} = \frac{1}{3}\ (м)$

Это путь по ленте, отн. Земли, напр. вверх.

Тогда $H = (L + l_2)\sin\alpha = \left(0{,}6 + \frac{1}{3}\right)\cdot 0{,}8 = \frac{(0{,}18+1)\,0{,}8}{3} = \frac{1{,}18\cdot 0{,}8}{3} = \frac{0{,}944}{3} = \frac{944}{3000}\ (м)$

~~Ответ: 1) тело не пройдёт~~

1) Продолжение: тело пройдёт 0,8 м по транспортёру, остановится, далее оно начнёт движ. вниз с др. уск. a'



$N = mg\cos\alpha \Rightarrow mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma' \Rightarrow a' = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 6\ \left(\frac{м}{с^2}\right)$

$\Rightarrow$ тело должно пройти ещё 0,2 м $\Rightarrow$ ~~$\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}2}{6}}$~~

см. продолжение на др. листе

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

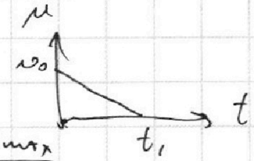
1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 продолжение:

$S' = 2м$. $S' = \frac{a' t_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2S'}{a'}}$



$\cancel{t_1}$ $S_{max} = v_0 t_1 - \frac{a t_1^2}{2} = \frac{v_0 t_1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{2S_{max}}{v_0}$

$T = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2S'}{a'}} + \frac{2S_{max}}{v_0} = \sqrt{\frac{0{,}2 \cdot 2}{6}} + \frac{2 \cdot 0{,}8}{4} = \sqrt{\frac{0{,}4}{6}} + \frac{0{,}8}{2} = \sqrt{\frac{4}{60}} + 0{,}4 =$

$= \sqrt{\frac{2}{30}} + 0{,}4 = \sqrt{\frac{1}{15}} + 0{,}4$ (с)

Ответ: $T = (0{,}4 + \sqrt{\frac{1}{15}})$ с; $L = 0{,}6$ м; $H = \frac{944}{3000}$ м

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

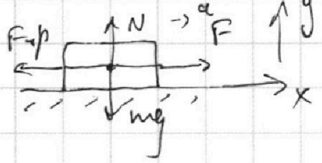
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

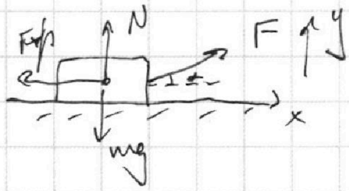
№3

Дано: v_0, α, g

$\mu - ?$, $T - ?$

Решение:





1) Когда F действ. горизонтально, имеем

$OY: N = mg$

$OX: F - F_{тр} = ma \Rightarrow F - \mu mg = ma$

Когда F действ. под углом к горизонту

$OY: N + F\sin\alpha = mg \Rightarrow N = mg - F\sin\alpha$

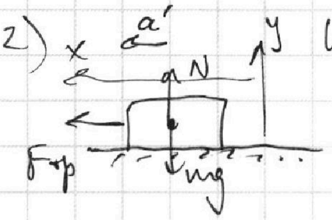
$OX: F\cos\alpha - F_{тр} = ma$

$$-\begin{cases} F\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha = ma \\ F - \mu mg = ma \end{cases}$$

$F\cos\alpha + \mu F\sin\alpha - F = 0 \Rightarrow \cos\alpha + \mu\sin\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \mu\sin\alpha = 1 - \cos\alpha$

$$\boxed{\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}}$$

2)



Когда сила перестала действовать, имеем

$OX: F_{тр} = ma'$

$OY: N = mg \Rightarrow \mu mg = ma' \quad a' = \mu g$

$v_x = v_{0x} + a_x t \Rightarrow 0 = -v_0 + a'T \Rightarrow a'T = v_0$

$$T = \frac{v_0}{a'} = \frac{v_0}{\mu g} = \frac{v_0\sin\alpha}{g(1-\cos\alpha)}$$

Ответ: $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$; $T = \frac{v_0\sin\alpha}{g(1-\cos\alpha)}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

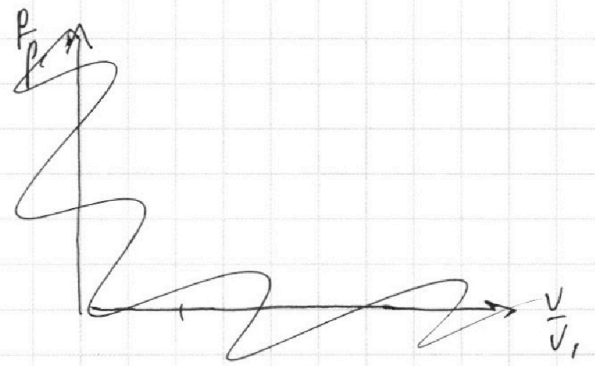
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

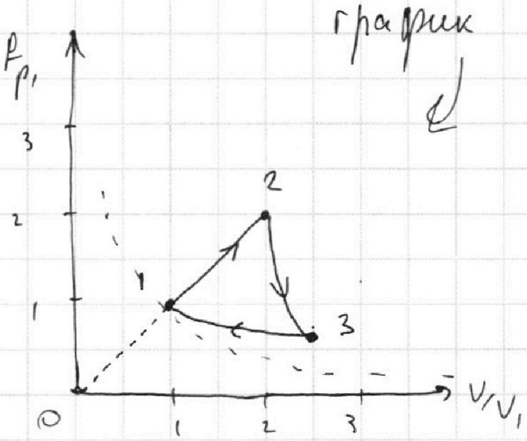
№4

$$\frac{2p_1}{p_3} = \frac{V_3}{\sqrt{2}V_1} \Rightarrow p_3 = \frac{2\sqrt{2}\,p_1V_1}{V_3}$$

$$p_1V_3 - p_3V_1 = p_1V_3 - \frac{V_1}{V_3}2\sqrt{2}\,p_1V_1$$



график



Заметим, что если $V_3 > 3V_1$, то т.к. $p_3V_3 = 2\sqrt{2}\,p_1V_1$, то

$$p_3 = \frac{2\sqrt{2}\,p_1V_1}{3V_1} = \frac{2\sqrt{2}}{3}p_1 \Rightarrow p_3 > p_1 \text{ тк } 2\sqrt{2} > 3$$

$A_{23} = \nu RT_1(4-2\sqrt{2}) < A_{12} = 1{,}5\nu RT_1$

$(4-2\sqrt{2} < 1{,}5 \quad 2{,}5 < 2\sqrt{2}$, верно, тк $2\sqrt{2} \approx 2{,}8)$

$\Rightarrow$ если $p_3 > p_1$ и $V_3 > 3V_1$, то тк. при лин. зависимости $A_{23} = \frac{(p_2+p_3)(V_3-V_2)}{2}$, то $p_2+p_3 > p_1+p_2$; $V_3 - V_2 > V_1 \Rightarrow A_{23} > A_{12}$, что ложно

$\Rightarrow V_3$ лежит между $2V_1$ и $3V_1$.

если $V_3 \in$ ~~$(V_2; V_3)$~~ $(2V_1; 3V_1)$, то $p_3 \in (p_1\sqrt{2}; \frac{2\sqrt{2}}{3}p_1) \Rightarrow p_3 > p_1$

Ответ: $A_{12} = 4986$ Дж; $\eta = \frac{6{,}5-4\sqrt{2}}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4

3) $p_1V_1 = \nu RT_1$, $p_2V_2 = 4\nu RT_1 = 4p_1V_1$, $p_3V_3 = 2\sqrt{2}p_1V_1$

на уч. 1-2 $A>0$, $\Delta U>0$, $Q>0$

если $p_2V_2 = \alpha^2 p_1V_1$, то $\alpha = 2$, $V_2 = 2V_1$, $p_2 = 2p_1$, при этом ~~$Q = 6\nu RT_1$~~, $A = 1{,}5\,\nu RT_1 = 1{,}5\,p_1V_1$, но если $p_2 = 2p_1$, $V_2 = 2V_1$, то $A = \frac{(p_2+p_1)(V_2-V_1)}{2} = \frac{3p_1\cdot V_1}{2} = 1{,}5\,p_1V_1 \Rightarrow$ удовлетвор. усл.

$\Rightarrow$ уч. 1-2 - линейн., $p \sim V$.

Рассм. уч. 2-3. На этом уч. $A>0$, $\Delta T<0$, $Q<0 \Rightarrow$ гр. идёт вправо вниз. $A_{23} = 2\nu RT_1(2-\sqrt{2})$

$\Delta T = T_3 - T_2 = T_1(2\sqrt{2}-4) = 2T_1(\sqrt{2}-2)$

~~$\Rightarrow A_{23} = 2(2-\sqrt{2})T_1\cdot\nu R = -\Delta T\cdot\nu R = -\nu R\Delta T \Rightarrow$ адиабата.~~

~~$pV^\gamma = const$. $\gamma = \frac{5}{2}$ для $i=3 \Rightarrow p_1V_1^{\frac{5}{2}} = p_2V_2^{\frac{5}{2}}$~~

~~$p_1^2V_1^5 = p_2^2V_2^5$~~

~~$p_2V_2 = 4p_1V_1 \Rightarrow p_2^2V_2^2 = 16p_1^2V_1^2$~~

~~$p_1^2V_1^5 = 16p_1^2V_1^2\cdot V_2^3$~~

~~$V_1^3 = 16V_2^3 \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^3 = 2^4$~~

$\frac{V_1}{V_2} = 2\sqrt[3]{2}$

~~$V_1 = V_2$ на гр., $V_2 = V_3$ на гр.~~

$\frac{V_2}{V_3} = 2\sqrt[3]{2} \Rightarrow$ ~~$V_3 =$~~

~~Рассм. уч. 3-1. На этом уч. $A<0$ ($A_{31} = \nu RT_1(1-2\sqrt{2})$).~~

~~$\Delta T<0 \Rightarrow$ точка 3 должна находиться так, что она лежит на более высокой изотерме, но $V_3 < V_1$~~

$A_{23} = -\nu R\Delta T$. $\Delta U_{23} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T \Rightarrow Q_{23}<0 \Rightarrow$ процесс идёт круто вниз (круче адиабаты), но $\Delta V>0$ т.к. $A_{23}>0$. $T_3 > T_1 \Rightarrow$ точка 3 лежит на изотерме между 1 и 2.

Если 2-3 - лин. уч., то $A_{23} = \frac{(p_2+p_3)(V_3-V_2)}{2} =$

$= \frac{p_2V_3 - p_2V_2 + p_3V_3 - p_3V_2}{2} = \frac{p_2V_3 - p_3V_2 - 4p_1V_1 + 2\sqrt{2}p_1V_1}{2} =$ ~~$\frac{2p_1V_3 - 2p_3V_1 - p_1V_1(4-2\sqrt{2})}{2}$~~

$p_2 = 2p_1$, $V_2 = 2V_1$ $\Big|$ $= \frac{2p_1V_3 - 2p_3V_1 - 2(2p_1V_1 - \sqrt{2}p_1V_1)}{2} = \boxed{p_1V_3 - p_3V_1 - p_1V_1(2-\sqrt{2})}$

$p_2 = \beta(V_0 - V_2)$
$p_3 = \beta(V_0 - V_3)$ $\Rightarrow \frac{p_2}{p_3} = \frac{V_0 - V_2}{V_0 - V_3}$ $\quad \frac{p_2V_2}{p_3V_3} = \frac{T_2}{T_3} = \frac{4T_1}{2\sqrt{2}T_1} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{p_2}{p_3} = \frac{V_3\sqrt{2}}{V_2}$

$\frac{V_0-V_2}{V_0-V_3} = \frac{V_3\sqrt{2}}{V_2}$ $\quad V_0V_2 - V_2^2 = V_0V_3\sqrt{2} - V_3^2\sqrt{2}$ $\quad \frac{p_2}{p_3} = \frac{2p_1}{p_3} = \frac{V_3\sqrt{2}}{2V_1}$

$V_3^2\sqrt{2} - V_2^2 = V_0(V_3\sqrt{2} - V_2)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4

Дано:

$T_1 = 400K$

$i = 3$, $\nu = 1$ моль

$R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$

A_{12} – ?

η – ?

$\frac{p}{p_1}\left(\frac{V}{V_1}\right)$ – ?

Решение:

$c_{31} = 2{,}5R, \quad C_{12} = 2R, \quad C_{23} = \frac{R}{2}$

$T_2 = 4T_1 \quad T_3 = 2^{1,5}T_1 = 2\sqrt{2}\,T_1$

1) $A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12}$

$Q_{12} = c_{12}\nu\Delta T = 2R(T_2 - T_1) = 2\nu R(4T_1 - T_1) = 6\nu RT_1$

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R \cdot 3T_1 = \frac{9}{2}\nu RT_1$

$A_{12} = 6\nu RT_1 - 4{,}5\nu RT_1 = 1{,}5\nu RT_1$

$A_{12} = 1{,}5 \cdot 1 \cdot 8{,}31 \cdot 400 = 6 \cdot 831 = 4986$ (Дж)

$\eta = \frac{A_ц}{Q_{пол}}$. Заметим, что тк $T_1 - T_3 < 0$, $T_3 - T_2 < 0$, то

$Q_{23} = c_{23}\nu(T_3 - T_2) < 0, \quad Q_{31} = c_{31}\nu(T_1 - T_3) < 0$

$\Rightarrow \boxed{Q_{пол} = Q_{12} = 6\nu RT_1}$

$A_ц = A_{12} + A_{23} + A_{31}$

$\boxed{A_{12} = 1{,}5\nu RT_1}$. $A_{23} = Q_{23} - \Delta U_{23} = \nu\frac{R}{2}(T_3 - T_2) - \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) =$

$= \frac{1}{2}\nu R(2\sqrt{2}T_1 - 4T_1) - \frac{3}{2}\nu R(2\sqrt{2}T_1 - 4T_1) = \nu RT_1(\sqrt{2} - 2) - 3\nu RT_1(\sqrt{2} - 2) =$

$= 3\nu RT_1(2 - \sqrt{2}) - \nu RT_1(2 - \sqrt{2}) = 2\nu RT_1(2 - \sqrt{2})$

$\boxed{A_{23} = 2\nu RT_1(2 - \sqrt{2})}$

$A_{31} = Q_{31} - \Delta U_{31} = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_3) - \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3) = \nu R(T_1 - T_3) =$

$= \nu R(T_1 - 2\sqrt{2}T_1) = \nu RT_1(1 - 2\sqrt{2})$

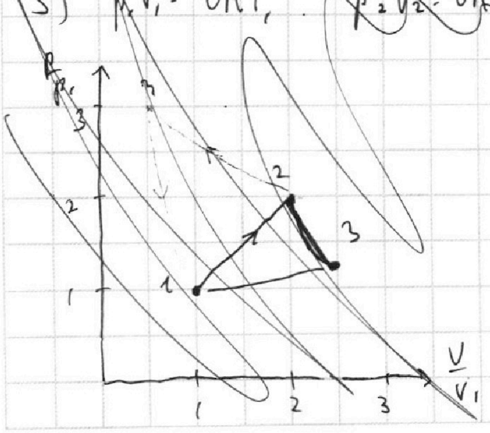
$\boxed{A_{31} = \nu RT_1(1 - 2\sqrt{2})}$

$A_ц = 1{,}5\nu RT_1 + 2\nu RT_1(2 - \sqrt{2}) + \nu RT_1(1 - 2\sqrt{2}) = \nu RT_1(1{,}5 + 4 - 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2}) =$

$= \nu RT_1(6{,}5 - 4\sqrt{2})$

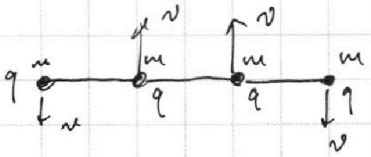
$\eta = \frac{\nu RT_1(6{,}5 - 4\sqrt{2})}{6\nu RT_1} = \frac{6{,}5 - 4\sqrt{2}}{6}$

3) $p_1V_1 = \nu RT_1$. ~~$p_2V_2 = \nu RT_2 = 4\nu RT_1 \Rightarrow p_2V_2 = 4p_1V_1$. $p_3V_3 = 2\sqrt{2}\,p_1V_1$~~



№5 продолжение

$W = W_п + W_к$, $W_к = 2mv^2$



$W_п = 3\frac{kq^2}{b} + 2\cdot\frac{kq^2}{2b} + \frac{kq^2}{3b} = \frac{4kq^2}{b} + \frac{kq^2}{3b} =$

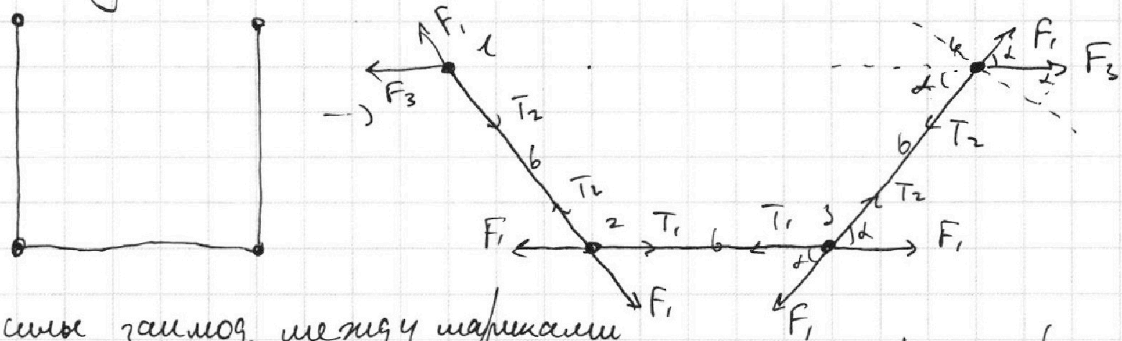
$= \frac{12kq^2}{3b} + \frac{kq^2}{3b} = \frac{13kq^2}{3b}$

Имеем $\frac{kq^2}{b}(4+\sqrt{2}) = 2mv^2 + \frac{13kq^2}{3b} \Rightarrow 2mv^2 = \frac{kq^2}{b}(4+\sqrt{2}) - \frac{13kq^2}{3b}$

$2mv^2 = \frac{kq^2}{b}\left(4+\sqrt{2}-\frac{13}{3}\right) = \frac{kq^2}{b}\left(\sqrt{2}-\frac{1}{3}\right) \Rightarrow v^2 = \frac{kq^2(\sqrt{2}-\frac{1}{3})}{2mb}$

$\boxed{v = q\sqrt{\frac{k(\sqrt{2}-\frac{1}{3})}{2mb}}}$ в ответ

3) Рассмотрим силы, действующие в системе в какой-то момент времени после пережигания нити, но до того, как шарики выстроились в линию.



силы взаимод. между шариками не изменились, т.к. они всё ещё на b друг от друга нити натянуты). $\cancel{F_1 = T_1}$ в любой момент времени. тк симметрия

$T_1 + F_1\cos\alpha = F_1 + T_2\cos\alpha$

$F_1(1-\cos\alpha) = T_1 - T_2\cos\alpha$

~~Заметим что верхние шарики движ. по окр. отн. нижних.~~

Т.е. ~~шар. 1 движ. по окр. отн. 2, 4 – отн. 3.~~

~~Заметим что~~ Заметим что в СО 2 шарик 1 будет двиг. по окр. вокруг 2. Аналогично в СО 3 4 будет двиг. по окр. вокруг 3.

при этом $ma_\tau = F_3\sin\alpha$

$ma_y = T_2 - F_1 - F_3\cos\alpha$

$F_1 = \frac{kq^2}{b^2}$ $\quad F_3 = \frac{kq^2}{(b+2b\cos\alpha)^2} = \frac{kq^2}{b^2(1+2\cos\alpha)^2}$

В силу симметрии все шарики пройдут $\cancel{\frac{b}{4}}$ $\frac{b}{2}$ по вертикали

$ma_y = T_2 - \frac{kq^2}{b} - \frac{kq^2\cos\alpha}{b^2(1+2\cos\alpha)^2}$

Ответ: $v = q\sqrt{\frac{k(\sqrt{2}-\frac{1}{3})}{2mb}}$; $\quad T = \frac{kq^2}{b^2}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$; $\quad d = \frac{b}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

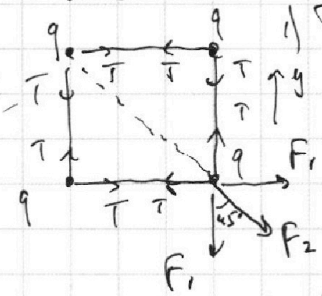
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N5

Дано: b, m, q, k

$T - ?$
$v - ?$
$d - ?$

Решение:



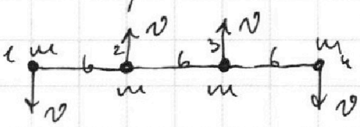
1) Тк картинка симм., все натяжения нитей одинаковы. Рассмотрим правый нижний шарик для удобства

$F_1 = \frac{kqq}{b^2} = \frac{kq^2}{b^2}$. $F_2 = \frac{kqq}{(b\sqrt2)^2} = \frac{kq^2}{2b^2} = \frac{F_1}{2}$

на OY: $T = F_1 + F_2\cos 45 = F_1 + \frac{F_1}{2}\frac{\sqrt2}{2} = F_1 + F_1\frac{\sqrt2}{4}$

$T = F_1(1+\frac{\sqrt2}{4}) = \boxed{\frac{kq^2}{b^2}(1+\frac{\sqrt2}{4}) = T}$ в ответ

2) Из симметрии заметим, что нижние шарики могут двигаться только по вертикали, тк при отклонении боковых нитей силы на систему, сост. из 2 нижн. шариков, будут скомпенсированы по горизонтали. Также из симметрии их скорости равны и сонаправлены. Если они направлены вверх, то вертикальная сост. скоростей верхних шариков в конце напр. вниз. При этом если шарики на 1 линии, то ~~их мо~~ проекции их скор. на горизонт. напр. нулевые. Имеем:



Скорости равны, тк по ЗСИ нач. и конеч. импульс по вертикали нулевой.

Теперь можем записать ЗСЭ.

$W = W_0$, тк в системе действуют только потенц. силы.

$W_0 = 4W_1 + 2W_2$, где $W_1 = \frac{kq^2}{b}$ — взаимод. соседних зарядов, $W_2 = \frac{kq^2}{b\sqrt2}$ — взаимод. диагонал. зарядов

$W_0 = 4\frac{kq^2}{b} + \frac{2kq^2}{b\sqrt2} = \frac{4kq^2}{b} + \frac{kq^2\sqrt2}{b} = \frac{kq^2}{b}(4+\sqrt2)$, $W_{k0} = 0$ тк $v_0 = 0$

$W = W_п + W_к$. $W_к = \frac{4mv^2}{2} = 2mv^2$. ~~$W_п = W_1' + W_2' + W_3' + W_4'$. Заметим что $W_1' = W_4'$, $W_2' = W_3'$ $\Rightarrow$ $W_п = 2(W_1' + W_2')$~~

$W_п = 2\left(\frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{2b} + \frac{kq^2}{3b} + \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{2b}\right) = 2\left(\frac{3kq^2}{b} + \frac{2kq^2}{2b} + \frac{kq^2}{3b}\right) =$

$= 2\left(\frac{3kq^2}{b} + \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{3b}\right) = 2\left(\frac{4kq^2}{b} + \frac{kq^2}{3b}\right) = 2\left(\frac{12kq^2 + kq^2}{3b}\right) = \frac{2\cdot13kq^2}{3b} = \frac{26kq^2}{3b}$

$\frac{kq^2}{b}(4+\sqrt2) = \frac{26kq^2}{3b} + 2mv^2 \Rightarrow 2mv^2 = \frac{kq^2}{b}(4+\sqrt2) - \frac{26kq^2}{3b} =$

$= \frac{kq^2}{b}(4+\sqrt2 - \frac{26}{3}) = \frac{kq^2}{b}(\sqrt2 - \frac{14}{3})$

см. продолжение на др. листе

$Q = c\nu\Delta T$ 1-2: $C = 2R \Rightarrow Q_{12} = 2R\nu\Delta T$ $Q_{12} = 2\nu R(4T_1 - T_1) = 6\nu RT_1$

$Q_{12} = A_{12} + \Delta U$

$A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = 2R\nu\Delta T_{12} - \frac{3}{2}\nu R\Delta T_{12} = \frac{1}{2}\nu R\Delta T_{12}$

$\Delta T = 4T_1 - T_1 = 3T_1$

$A_{12} = \frac{3}{2}\nu RT_1 = 1{,}5 \cdot 1 \cdot 8{,}31 \cdot 400 = 4986$ Дж

$\frac{T}{T_1} = 4 \Rightarrow T = 4T_1$

$8{,}31 \cdot 400 = 831 \cdot 4 \cdot 1{,}5$ $1{,}5 \cdot 4 = 6$

$831 \times 6 = 4986$

$Q_{23} = c\nu\Delta T = \frac{R}{2}\nu(2^{1,5}T_1 - 4T_1) = \frac{1}{2}\nu RT_1(2^{1,5} - 4)$

$\Rightarrow Q_{23} < 0$, $Q_{13} < 0$

$\eta = \frac{A_ц}{Q} = \frac{A_ц}{Q_{12}}$

$2^{1,5} = 2\sqrt{2} - 4$ $Q_{23} = \nu RT_1(\sqrt{2} - 2)$

$A_{31} = Q_{31} - \Delta U_{31}$ $A_{23} = Q_{23} - \Delta U_{23} = \nu RT_1(\sqrt{2}-2) - \frac{3}{2}\nu RT_1(2\sqrt{2} - 4) =$

$Q_{31} = c\nu\Delta T_{31} = 2{,}5\,\nu R\Delta T_{31}$ $= \nu RT_1(\sqrt{2}-2) - 3\nu RT_1(\sqrt{2}-4) =$

$A_{31} = 2{,}5\,\nu R(T_1 - 2\sqrt{2}T_1) - \frac{3}{2}\nu R(T_1 - 2\sqrt{2}T_1)$ $= 3\nu RT_1(4-\sqrt{2}) - \nu RT_1(2-\sqrt{2}) =$

$A_{31} = 2{,}5\,\nu RT_1(1-2\sqrt{2}) - \frac{3}{2}\nu RT_1(1-2\sqrt{2}) =$ $= 2\nu RT_1(2-\sqrt{2})$

$= \frac{5}{2}\nu RT_1(1-2\sqrt{2}) -$

$= \nu RT_1(1-2\sqrt{2})$

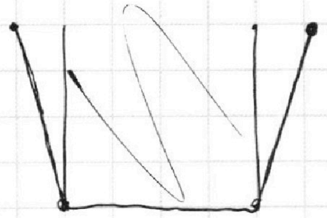
$A_ц = \frac{3}{2}\nu RT_1 + 2\nu RT_1(2-\sqrt{2}) + \nu RT_1(1-2\sqrt{2}) =$

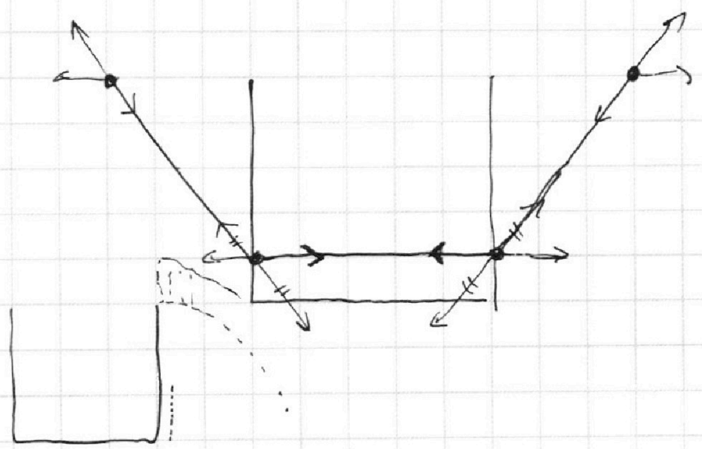
$= \nu RT_1(1{,}5 + 4 - 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2}) = \nu RT_1(6{,}5 - 4\sqrt{2})$

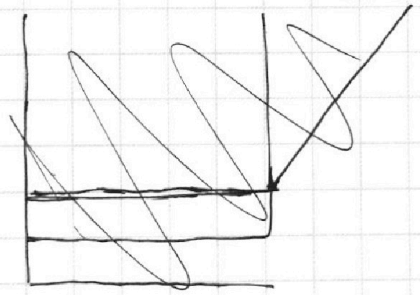
$831 \times 6 = 4986$

$\eta = \frac{\nu RT_1(6{,}5 - 4\sqrt{2})}{6\nu RT_1}$

$118 \times 8 = 944$ $1{,}18 \cdot 0{,}8 = \frac{118 \cdot 8}{1000} = 0{,}944$





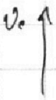


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

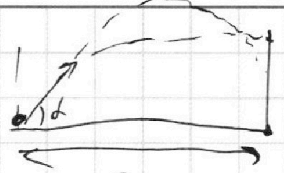
МФТИ



T h_{max}

$0 = v_0 - gT$

$v_0 = gT = 20 \frac{м}{с}$



S

$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$

$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$

$h = v_0 \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}$

$S = v_0 \cos\alpha t$

$t = \frac{S}{v_0 \cos\alpha}$

$h = v_0 \sin\alpha \frac{S}{v_0\cos\alpha} - \frac{g}{2}\frac{S^2}{v_0^2\cos^2\alpha}$

$= S\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{gS^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}$

$\frac{S\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{gS^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} = \frac{S\sin\alpha \cdot 2v_0^2\cos\alpha - gS^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}$

$h = \frac{20\sin 2\alpha \cdot 2 \cdot 20^2 - 10 \cdot 20^2}{2 \cdot 20^2 \cos^2\alpha} = \frac{40\sin 2\alpha - 10}{2\cos^2\alpha} = \frac{20\sin 2\alpha - 5}{\cos^2\alpha}$

$h = \frac{20\sin 2\alpha - 5}{1 - \sin^2\alpha}$

$0 = v_0 \sin\alpha - gt$ $\quad v_0\sin\alpha = \frac{gS}{v_0\cos\alpha}$

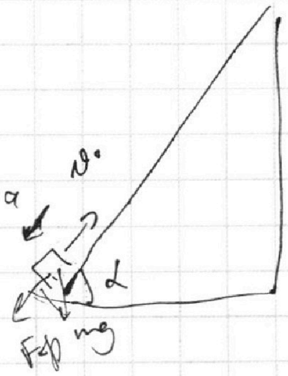
$2v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha = 2gS$

$v_0^2 \sin 2\alpha = 2gS$

$\sin 2\alpha = \frac{2gS}{v^2} = \frac{2\cdot 10\cdot 20}{20^2} = 1 \Rightarrow \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45°$

$t = \frac{20 \cdot 2}{20 \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{2}$

$h = v_0 \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2} = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} - \frac{g \cdot 2}{2} = 10 м$



$\sin\alpha = 0{,}8$

$\mu = \frac{1}{3}$

$v_0 = 4 \frac{м}{с}$

$S = 1 м$

$T - ?$

$ma = F_{тр} + mg\sin\alpha$

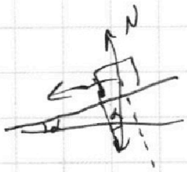
$N = mg\cos\alpha$

$ma = \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha$

$a = \mu g\cos\alpha + g\sin\alpha$

$\sin\alpha = 0{,}8$ $\quad \cos\alpha = \sqrt{1 - 0{,}64} = 0{,}6$

$a = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 0{,}6 + 10 \cdot 0{,}8 = 10 \frac{м}{с^2}$

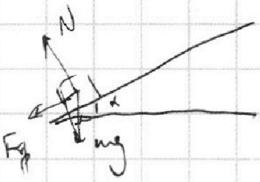


$\frac{6}{3} = 2 + 8$

$S = v_0 T - \frac{aT^2}{2}$ $\quad 1 = 4T - 5T^2$

$1 = 4T - \frac{10T^2}{2}$ $\quad 5T^2 - 4T + 1 = 0$

$D = 16 - 20$



$ma = \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha$

$a = \mu g\cos\alpha + g\sin\alpha = \frac{1}{3}\cdot 10\cdot 0{,}6 + 10\cdot 0{,}8 = 8 + 2 = 10$

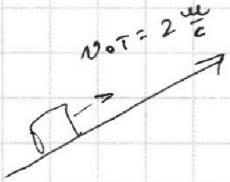
$S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$

$1 = 4t - \frac{10t^2}{2}$ $\quad 1 = 4t - 5t^2 \quad 5t^2 - 4t + 1 = 0$

$D = 16 - 20$

$v = v_0 - gt$ $\quad S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{16}{20}$ не дойдёт?

$0 = 4 - 10t \Rightarrow t = 0{,}4c$

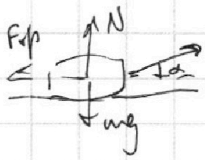


$u = v_0 - a\tau$ $\quad L = \frac{2^2 - 4^2}{-10\cdot 2} = \frac{4^2 - 2^2}{20} = \frac{16-4}{20} = \frac{12}{20} = \frac{6}{10} = 0{,}6м$

$a\tau = v_0 - u$

$\tau = \frac{v_0 - u}{a} = \frac{4-2}{a=10} = 0{,}2c$

№3

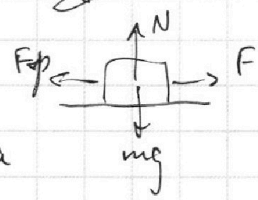


$F\cos\alpha - F_{тр} = ma$

$N + F\sin\alpha = mg$

$N = mg - F\sin\alpha$

$v_0 = at \Rightarrow a_1 = a_2 = a$



$N = mg$

$F - F_{тр} = ma$

$F - \mu mg = ma$

Дано:
v_0, α

$\begin{cases} F\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha = ma \\ F - \mu mg = ma \end{cases}$

$F\cos\alpha + \mu F\sin\alpha - F = 0$ $\quad \cos\alpha + \mu\sin\alpha - 1 = 0$

~~$\mu\sin\alpha - \cos\alpha$~~

$\mu\sin\alpha = 1 - \cos\alpha$

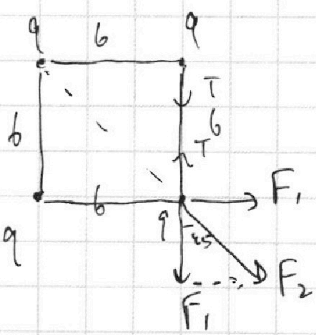
$\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$F_{тр} = ma'$

$\mu mg = ma'$

$a' = \mu g = g\frac{(1-\cos\alpha)}{\sin\alpha}$

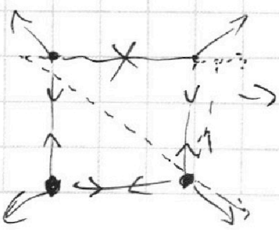
$v_0 = a'T \Rightarrow T = \frac{v_0}{a'} = \frac{v_0\sin\alpha}{g(1-\cos\alpha)}$

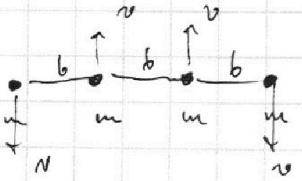


$F_1 = \frac{kqq}{b^2} = \frac{kq^2}{b^2}$

$F_2 = \frac{kqq}{(b\sqrt{2})^2} = \frac{kq^2}{2b^2}$

$T = F_1 + F_2\cos 45 = \frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{2b^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4kq^2 + kq^2\sqrt{2}}{4b^2} = \frac{kq^2}{4b^2}(4+\sqrt{2})$





$W = \frac{kq_1q_2}{r}$