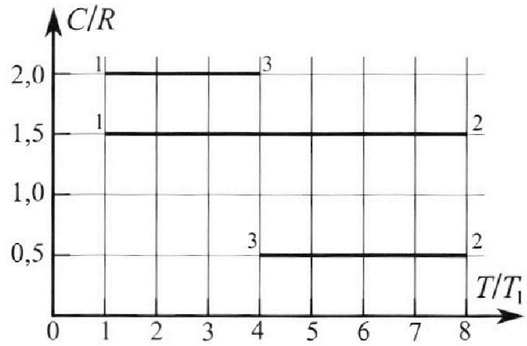
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

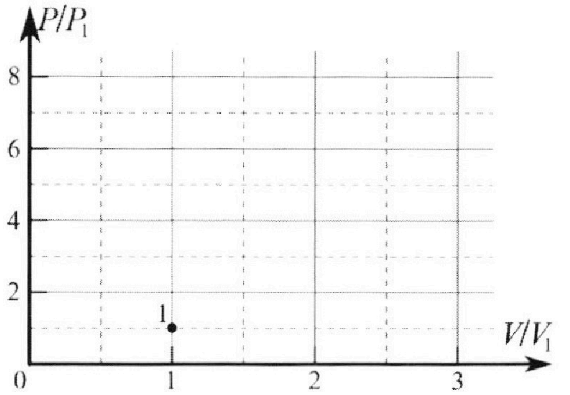
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1(см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К,
универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



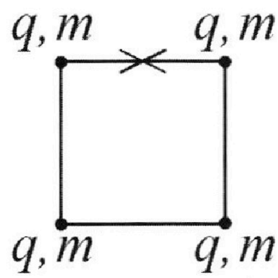
1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T.



1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Электрическая пос тоянная ε_0. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^0$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

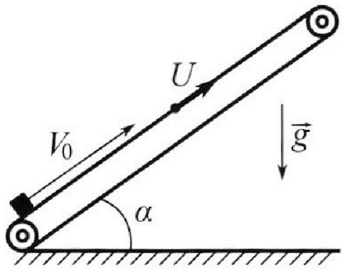
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3{,}6$ м.

2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободн ого падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$ (см. рис.).
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0{,}5$.
Движение коробки прямолинейное.



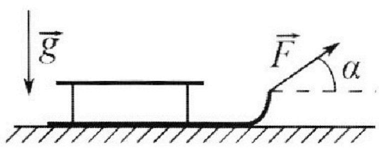
1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки *во втором опыте* будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль *во втором опыте*? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.



В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g. Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

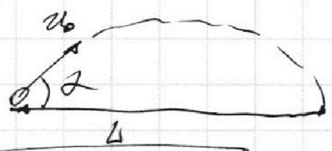
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№1. а)



Время полета: $t = \frac{2 v_0 \sin\alpha}{g}$

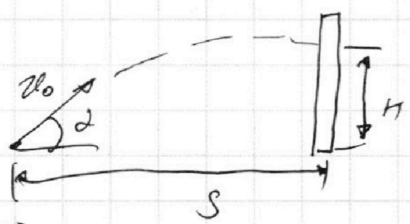
$v_x = v_0 \cos\alpha = const$

$L = v_0 \cos\alpha \cdot t = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}}}$$

$v_0 = \sqrt{200}$ м/с

б)



$H = v_0 \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}$

$t = \frac{S}{v_0 \cos\alpha}$

$H = S \cdot \frac{v_0 \sin\alpha}{v_0 \cos\alpha} - \frac{g}{2} \frac{S^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} =$

$\frac{1}{\cos^2\alpha} = tg^2\alpha + 1$ $\qquad = S\, tg\alpha - \frac{g S^2}{2 v_0^2}(tg^2\alpha + 1)$

Нам сказано, что $H = H_{max}$, значит имея функцию H от α найдем $tg\alpha_{max}$

$(H_{max})' = 0 = \left(S\, tg\alpha - \frac{g S^2}{2 v_0^2} tg^2\alpha + 1\right)' = S\, tg\alpha' - \frac{g S^2}{2 v_0^2}(tg^2\alpha)' +$

$0 = \cancel{S} \cdot \cancel{\frac{1}{\cos^2\alpha}} - \frac{g S^{\cancel{2}}}{2 v_0^2}\, 2 \cdot tg\alpha \cdot \cancel{\frac{1}{\cos^2\alpha}}$

$1 = \frac{\cancel{2} g S}{\cancel{2} v_0^2}\, tg\alpha \Rightarrow tg\alpha_{max} = \frac{2 v_0^2}{g S}$ $\frac{v_0^2}{g S}$

$H = \cancel{S} \cdot \frac{\cancel{2} v_0^2}{g \cancel{S}} - \frac{g \cancel{S^2}}{2 \cancel{2} v_0^2} \cdot \frac{\cancel{4} v_0^4}{g^2 \cancel{S^2}} + \left(-\frac{g S^2}{2 v_0^2}\right) = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2}$

$\frac{g S^2}{2 v_0^2} = \frac{v_0^2}{2g} - H$ $\qquad S = v_0 \sqrt{\frac{v_0^2}{\cancel{4} g^2} - \frac{2H}{g}}$

$$\boxed{S = v_0 \sqrt{\frac{4 v_0^2}{4 g^2} - \frac{2H}{g}}}$$

$S = 16$ м

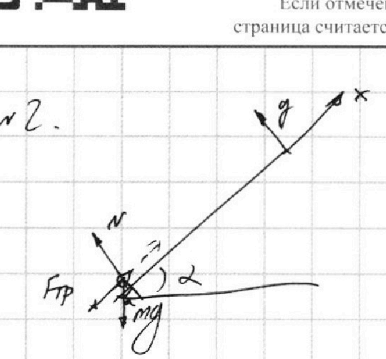
Ответ: $v_0 = 10\sqrt{2}$ м/с $\qquad S = 16$ м

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2.



II з-н Ньютона: Oy: $N = mg\cos\alpha$

Ox: $ma_x = -\mu mg\cos\alpha - mg\sin\alpha$ (пока шар движется наверх)

$$a_x = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

~~Пока~~ Когда движется вниз

$$a_x' = -g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

1) До остановки: $a_x = -10(0{,}6 + 0{,}8\cdot 0{,}5)\ \frac{м}{с^2} = -10\ \frac{м}{с^2}$,

значит к моменту T, он уже остановится, т.к. $aT > v_0$

Время до остановки: $t = \frac{v_0}{a_x}$ $t = 0{,}6с$

После остановки: $a_x' = -10(0{,}6 - 0{,}4)\ \frac{м}{с^2} = -2\ \frac{м}{с^2}$ ⇒

$$\Rightarrow S = \frac{v_0}{2}\cdot t + \frac{|a_x'|(T-t)^2}{2}$$

$$S = \frac{6}{2}\cdot 0{,}6\ м + \frac{2\cdot 0{,}4^2}{2}\ м = 1{,}8\ м + 0{,}16\ м = \underline{1{,}96\ м}$$

2) Коробка будет иметь скорость u дважды, при ~~вверх~~ подъёме и при спуске.

Опишем процесс: коробка будет подниматься и трение будет действовать ~~вниз~~, пока $v_x > u$, когда же $v_x = u$ проскальзывание пропадет, а уже когда $u_x < u$ сила трения будет действовать вверх.

В первом этапе всё также только $u = 0$.

$$T_{11} = \frac{v_0 - u}{a_x} \Rightarrow T_{11} = \frac{6-1}{10}с = 0{,}5с$$

После этого $a = a_x'$: $T_{12} = T_{11} + \Delta T$ $\Delta T = \left|\frac{2u}{a_x'}\right|$ $\Delta T = \frac{2\cdot 1}{2}с = 1с$

$T_{12} = 1{,}5с$, окончательно: $T_1 = \left[\begin{array}{l}0{,}5с\\1{,}5с\end{array}\right.$

Коробка остановится в момент времени: $T_{11} + \frac{\Delta T}{2}$:

$$L = \frac{v_0 - u}{2}\cdot T_{11} + \frac{u}{2}\frac{\Delta T}{2} = \frac{5}{2}\cdot 0{,}5\ м + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\ м = \frac{6}{4}\ м = 1{,}5\ м$$

Ответ: $S = 1{,}96\ м$ $T_1 = \left[\begin{array}{l}0{,}5с\\1{,}5с\end{array}\right.$ $L = 1{,}5\ м$.

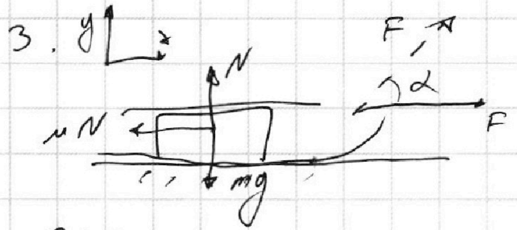
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

3.



По условию сани до приобретения кин энергии K проходят один и тот же путь (S):

ЗСЭ: 1) $-F_{тр_1} S + F S = K$ 2) $-F_{тр_2} S + F\cos\alpha S = K$

Теорема о движ. ц.м: Oy: $N_1 = mg$

$N_2 = mg - F\sin\alpha$

$F_{тр_1} = \mu N_1 = \mu mg$

$F_{тр_2} = \mu mg - \mu F\sin\alpha$

$-F_{тр_1}\cancel{S} + F\cancel{S} = -F_{тр_2}\cancel{S} + F\cos\alpha\,\cancel{S}$

$-\cancel{\mu mg} + F = -\cancel{\mu mg} + \mu F\sin\alpha + F\cos\alpha$

$\mu F\sin\alpha = F(1-\cos\alpha) \Rightarrow \boxed{\mu = \dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}}$

После действия внешних сил, сани тормозятся:

$\mu mg = ma$ $\quad a = \dfrac{v}{t}$ $\quad t = \dfrac{2S}{v}$ $\quad a = \dfrac{v^2}{2S}$

$\mu g = \dfrac{v^2}{2S}$ $\quad \dfrac{mv^2}{2} = K \Rightarrow v^2 = \dfrac{2K}{m}$

$\mu g = \dfrac{2K}{2mS}$ $\quad S = \dfrac{K}{\mu mg}$ $\quad \boxed{S = \dfrac{K\sin\alpha}{(1-\cos\alpha)mg}}$

Ответ: $\mu = \dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$ $\quad S = \dfrac{K\sin\alpha}{(1-\cos\alpha)mg}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4.

а) Чтобы найти работу внешних сил, найдём работу газа A_{31}'.

ЗСЭ: $\underset{\text{потл. теплота}}{\Delta Q_{31}} = \underset{\text{изм. внутр. эн}}{\Delta U_{31}} + A_{31}'$

$\Delta Q_{31} = C_{31} \nu \Delta T_{31}$ – по определению.

$\Delta U_{31} = \frac{3}{2} R \cdot \nu \cdot \Delta T_{31}$

$A_{31}' = -A_{31} = \nu (T_1 - T_3)(C_{31} - \frac{3}{2}R)$

$$\boxed{A_{31} = \nu (T_3 - T_1)(C_{31} - \frac{3}{2}R)}$$

$A_{31} = 300 \cdot 8{,}31$ Дж $\approx$ $2{,}5$ кДж

б)

$$\eta = \frac{Q_+ + Q_-}{Q_+}$$, здесь Q_+ – подведённая (>0), Q_- – отведённая (<0).

$Q_+ = \nu \left(C_{12} \cdot (T_2 - T_1) \right)$ $\quad Q_- = \nu \left(C_{23} (T_3 - T_2) + C_{31} (T_1 - T_3) \right)$

$$\eta = \frac{C_{12} T_2 - C_{12} T_1 + C_{23} T_3 - C_{23} T_2 + C_{31} T_1 - C_{31} T_3}{C_{12} T_2 - C_{12} T_1} =$$

$$= \frac{T_1 (C_{31} - C_{12}) + T_2 (C_{12} - C_{23}) + T_3 (C_{23} - C_{31})}{C_{12} (T_2 - T_1)}$$

$$\eta = \frac{T_1 \cdot 0{,}5R + 8T_1 \cdot 1R + 4T_1 \cdot (-1{,}5)R}{1{,}5R \cdot 7T_1} = \frac{0{,}5 + 8 - 6}{10{,}5} =$$

$$= \frac{2{,}5}{10{,}5} = \frac{5}{21}$$

в) При постоянной теплоемкости можно записать уравнение политропы $pV^n = const$, где $n = \frac{C_p - C}{C_V - C}$, найдём n для всех процессов: $n_1 = \frac{\frac{5}{2} - \frac{3}{2}}{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}} = \infty$ $\quad n_2 = \frac{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}} = 2$ $\quad n_3 = \frac{\frac{5}{2} - \frac{11}{2}}{\frac{3}{2} - \frac{11}{2}} = -1$

Найдём p_2, V_2: $\quad p_1 V_1 = \nu R T_1$, $p_2 V_2 = \nu R T_2$ $\div$ $\Rightarrow \frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ $\quad p_1 V_1^0 = p_2 V_2^0$, $p_1 = p_2$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ $\quad V_2 = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 8V_1$ $\quad p_2 = p_1$

p_3, V_3: $\quad p_1 V_1^{-1} = p_3 V_3^{-1} \Rightarrow \frac{p_1}{p_3} = \frac{V_1}{V_3}$ $\quad \frac{p_1 V_1}{p_3 V_3} = \frac{T_1}{T_3}$

$\frac{V_1}{V_3} = \sqrt{\frac{T_1}{T_3}}$ $\quad V_3 = V_1 \sqrt{\frac{T_1}{T_3}} = 2V_1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

При постоянной теплоемкости уравнение политропы:

$pV^n = const$, где $n = \frac{c_p - c}{c_v - c}$ найдём n для процессов:

$n_1 = \frac{\frac{5}{2} - \frac{3}{2}}{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}} \to \infty$ $\quad n_2 = \frac{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}} = 2$ $\quad n_3 = \frac{\frac{5}{2} - \frac{4}{2}}{\frac{3}{2} - \frac{4}{2}} = -1$

Для 1-2: $p_1 V_1^{\infty} = p_2 V_2^{\infty} \Rightarrow V_1 = V_2$ $\quad \frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2}$

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$ $\quad p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 8p_1$: $p_2 = 8p_1$ $\quad V_1 = V_2$

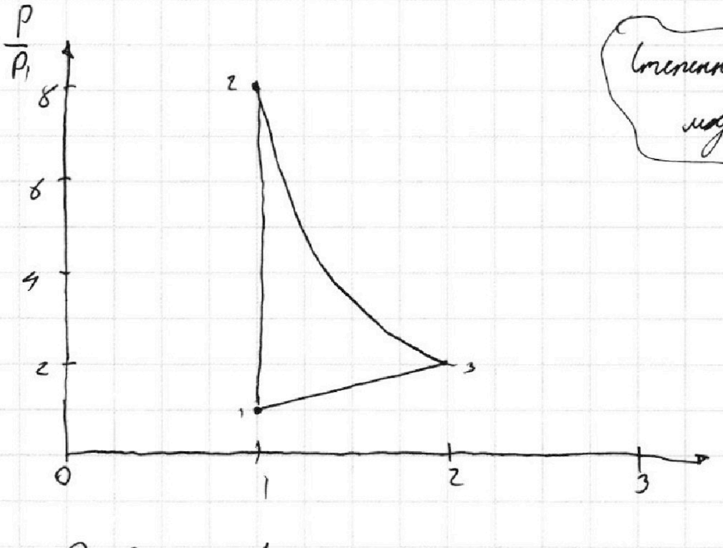
Для 2-3: $p_2 V_2^2 = p_3 V_3^2$ $\quad \frac{p_2 V_2}{p_3 V_3} = \frac{T_2}{T_3}$ $\quad \frac{V_3^2}{V_2^2} \cdot \frac{V_2}{V_3} = \frac{T_2}{T_3}$

$V_3 = V_2 \cdot \frac{T_2}{T_3} = V_1 \cdot 2$ $\quad p_3 = p_2 \cdot \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^2 = 8p_1 \cdot \frac{1}{4} = 2p_1$

1-2 – прямая $\perp$ оси V_1 $\quad p_3 = p_2 \cdot \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^2$, тогда 2-3 степенная функция

$p = p_2 V_2^2 \cdot \frac{1}{V^2}$ обратно квадратичная

1-3 прямая



Степенная нарисована модельно

Ответ: $A_{31} = 2{,}5$ кДж $\quad \eta = \frac{5}{21}$

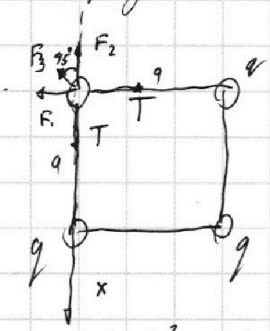
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

N 5. а) Нарисуем силы, действ на один шарик:



O_x: $F_2 + F_3 \cdot \cos 45^\circ = T$

В силу симметрии натяжение всех нитей будет равным.

$F_3 = k\frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} = k\frac{q^2}{2a^2}$ $\quad F_2 = k\frac{q^2}{a^2}$

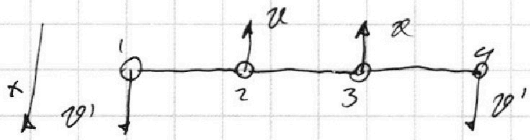
$k\frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{2}k\frac{q^2}{a^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = T$ $\quad q^2\cdot\frac{k}{a^2}\cdot\frac{\sqrt{2}+4}{4} = T$

$\boxed{q = \sqrt{\frac{4a^2T}{k(\sqrt{2}+4)}}}$ $\quad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \Rightarrow$ $\quad \boxed{q = 4a\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 T}{\sqrt{2}+4}}}$

б) Понятно, что в силу симметрии у двух верхних шаров будет такая же кин. энергия одинаковая, а у двух нижних тоже одинаковая между собой:

Пусть у верхних – K_1 (у одного), а у нижних – K_2

ЗСЭ: $W_0 = 2K_1 + 2K_2 + W$ $\quad W_0$ – начальная энергия взаимодействия, W – конечная.



По з-ну сохранения импульса:

$2m v'_x + 2m v_x = 0$ $\quad v'_x = -v_x$

значит в этот момент кин энергия всех шариков равна K.

$$4K = W_0 - W = \sum_{i=1}^{4} q(\varphi_{i0} - \varphi_i) = q\sum_{i=1}^{4}(\varphi_{i0} - \varphi_i)$$

Пронумеруем шарики.

Изначально у каждого шарика φ_0 одинаков и равен:

$\varphi_0 = \frac{kq}{a}\cdot 2 + \frac{kq}{\sqrt{2}a} = \frac{kq}{2a}(4+\sqrt{2})$ $\quad \varphi_1 = \varphi_4 = k\frac{q}{a} + k\frac{q}{2a} + k\frac{q}{3a} =$

$= \frac{kq}{6a}(6+3+2) = \frac{11}{6}\frac{kq}{a}$ $\quad \varphi_2 = \varphi_3 = \frac{kq}{a}\cdot 2 + \frac{kq}{2a} = \frac{5kq}{2a}$

$$4K = q\left(2\left(\frac{kq}{2a}(4+\sqrt{2}) - \frac{11}{6}\frac{kq}{a}\right) + 2\left(\frac{kq}{2a}(4+\sqrt{2}) - \frac{5kq}{2a}\right)\right) = q\left(2kq(4+\sqrt{2}) - \right.$$

$$\left. - \frac{11}{3}\frac{kq}{a} - 5\frac{kq}{a}\right) = \frac{kq^2}{a}\left(8 + 2\sqrt{2} - \frac{11}{3} - 5\right) = \frac{kq^2}{a}\cdot\frac{1}{3}\left(9 + 6\sqrt{2} - 11\right) = \frac{kq^2}{3a}(6\sqrt{2} - 2)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

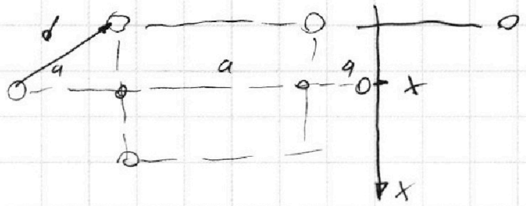
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\boxed{K = \frac{kq^2}{12a}(6\sqrt{2}-2)}$ в) Так как внешние силы не действуют, а как мы выяснили в любой момент:

$v_{14x} = -v_{23x} \Rightarrow \Delta X_{14} = -\Delta X_{23}$ Пусть $x_0 = 0$ в т., где изначально находились шарики, т.к. шарики на одной прямой, их конечная координата одинакова, обозначим её x

$x = -(x - a)$ $x = \frac{a}{2}$, тогда $d = \sqrt{x^2+a^2} = \sqrt{\frac{x^2}{4}+x^2} =$

$= x\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}$



~~Ответ~~: Вернёмся к б): мы получили $K = \frac{kq^2}{12a}(6\sqrt{2}-2)$

подставим q:
$$K = \frac{6\sqrt{2}-2}{\cancel{12}_3}\cdot\frac{\cancel{k}}{\cancel{a}}\cdot\frac{4a^2 T}{k(4+\sqrt{2})} = \frac{6\sqrt{2}-2}{12+3\sqrt{2}}\,aT$$

Ответ: $q = 4a\sqrt{\frac{\pi T\varepsilon_0}{\sqrt{2}+4}}$ $K = \frac{6\sqrt{2}-2}{12+3\sqrt{2}}\,aT$

$d = x\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

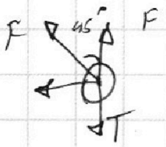
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$T = F_1 + F_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \qquad F_1 = \frac{kq^2}{a^2}$$

$$= \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2\sqrt{2}}{4a} = \frac{kq^2}{4a}(4+\sqrt{2}) \quad F_2 = k\frac{q^2}{2a}$$

$$q = \frac{4aT}{k(4+\sqrt{2})} \qquad \varphi_0 = \frac{kq}{a}2 + \frac{kq}{\sqrt{2}a} =$$

$$= \frac{kq\,4}{2a} + \frac{kq\sqrt{2}}{2a} = \frac{kq}{2a}(4+\sqrt{2})$$

$$\varphi_1 = \varphi_4 = \frac{kq}{a} + \frac{kq}{2a} + \frac{kq}{3a} = \frac{kq}{6a}(6+3+2) = \frac{11}{6}\frac{kq}{a}$$

$$\varphi_2 = \varphi_3 = \frac{kq}{a}2 + \frac{kq}{2a} = \frac{5kq}{2a}$$

$$A = 4\varphi_0 - \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 - \varphi_4 = \frac{kq}{a}\left(\frac{4(4+\sqrt{2})}{2} - \frac{11}{6}\cdot 2 - \frac{5}{2}\cdot 2\right) =$$

$$= \frac{kq}{a}\left(\cancel{\ldots} - \frac{11}{3} - 5\right) = \frac{kq}{a}\cdot\frac{1}{3}\left(\cancel{\ldots}\ 6(4+\sqrt{2}) - 11 - 15\right) =$$

$$= \frac{kq}{a}\cdot\frac{1}{3}\left(24 + 6\sqrt{2} - 11 - 15\right) = \frac{kq}{a}\cdot\frac{1}{3}\left(6\sqrt{2} - 2\right)$$

26

$$\cancel{A\ 2k} \quad K = \frac{kq^2}{4a}\cdot\frac{1}{3}\left(6\sqrt{2} - 2\right) \qquad \sqrt{1+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$q = \sqrt{\frac{4a^2T}{k(\sqrt{2}+4)}} = 4a\sqrt{\frac{\pi T\varepsilon_0}{\sqrt{2}+4}}$$

$$q^2 = 16a^2\frac{\pi T\varepsilon_0}{\sqrt{2}+4}$$

$$\cancel{K = \ldots} \qquad K = \frac{6\sqrt{2}-2}{3\cdot 4}\,\frac{k}{a}\cdot\frac{4a^2T}{k(\sqrt{2}+4)} = \frac{6\sqrt{2}-2}{3(\sqrt{2}+4)}aT$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

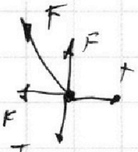
$$n_1 = \frac{5-3}{3-3} = \cancel{0}\ \infty$$

$$\frac{p_1}{p_3} = \frac{V_1}{V_3} \qquad \frac{p_1 V_1}{p_3 V_3} = \frac{T_1}{T_3} \qquad \frac{V_1}{V_3} = \sqrt{\frac{T_1}{T_3}} \qquad V_3 = V_1 \cdot \sqrt{\frac{T_3}{T_1}} = 2V_1$$

$$p_3 = p_1 \frac{V_3}{V_1} = 2p_1$$

$$p_2 V_2^2 = p_3 V_3^2 \qquad \cancel{p_2 = 2p_3} \qquad p_3 = p_2 \cdot \left(\frac{V_2}{V}\right)^2$$

$$p = \frac{p_1}{V_1} \cdot V$$



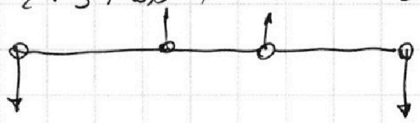
$$A_{31} = 1 \cdot 3 T_1 \cdot 0{,}5 R =$$

$$Q_+ = 1{,}5 \cdot 7 = 7 + 3{,}5 = 10{,}5$$

$$= 1 \cdot 3 \cdot \cancel{200}\,K \cdot \cancel{0{,}5}\, R =$$

$$Q_1 = 2 \cdot 3 + 0{,}5 \cdot 4 = 6 + 2 = 8$$

100



$$p_2 = p_3 \cdot 4 = 300R \qquad p_3 = \frac{p_2}{4} = \frac{8p_1}{4} =$$

$$p_2 V_2^2 = p_3 V_3^2 \qquad 2p_1$$

$$\sqrt{200}\ \sqrt{\frac{200}{100} - \frac{7{,}2}{10}} = \sqrt{200} \cdot \sqrt{2 - 0{,}72} = \sqrt{200} \cdot \sqrt{1{,}28} = \sqrt{256} =$$

$$= 16 \qquad 8{,}31 \cdot 3 = 24{,}93$$

$$p_2 V_2^2 = p_3 V_3^2$$

$$\eta = \frac{10{,}5 - 8}{10{,}5} = \frac{2{,}5}{10{,}5} = \frac{5}{21} \qquad \frac{p_2 V_2}{p_3 V_3} = \frac{T_2}{T_3} \qquad \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_2}{T_3}$$

1-2 $V = const$ 2-3 $pV^2 = const$ $V_3 = V_2 \cdot \frac{T_2}{T_3} = 2V_1$

3-1 $\frac{p}{V} = const$ $p_1 V_1^2 = p V_2^2$ $p = p_1 V_1^2 \cdot \frac{1}{V^2}$

$$V_1 = V_2 \qquad \frac{p_1 \cancel{V_1}}{T_1} = \frac{p_2 \cancel{V_2}}{T_2} \qquad p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 8p_1$$

$$\frac{p_1}{p_3} = \frac{V_1}{V_3}$$

$$\frac{p_1 V_1}{p_3 V_3} = \frac{T_1}{T_3} \qquad \frac{V_1}{V_3} = \sqrt{\frac{T_1}{T_3}} \qquad V_3 = V_1 \cdot \sqrt{\frac{T_3}{T_1}} = 2V_1$$

$$p_3 = p_1 \cdot \frac{V_3}{V_1} = 2p_1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

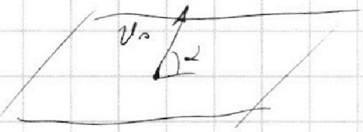
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

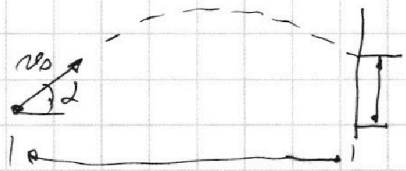
$\frac{1}{\cos^2\alpha} = tg^2\alpha + 1$

$t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$ $L = \frac{v_0\cos\alpha \cdot 2v_0\sin\alpha}{g}$



$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ $v_0 = \sqrt{\frac{g L}{\sin 2\alpha}}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ $tg^2\alpha$



$\boxed{t = \frac{S}{v_0\cos\alpha}}$

$H = v_0\sin\alpha t - \frac{g t^2}{2} = S \cdot tg\alpha - \frac{g S^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} =$

$(tg\,x)' = \left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)' = \frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $= S\,tg\alpha - \frac{g S^2}{2v_0^2}(tg^2\alpha + 1)$

$H(\alpha) = S\,tg\alpha - \frac{g S^2}{2v_0^2}(tg^2\alpha + 1)$

$0 = \frac{S}{\cos^2\alpha} - \frac{g S^2}{2v_0^2} 2\,tg\alpha \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $H = \frac{v_0^2}{g} - \frac{g S^2}{2v_0^2} \cdot \frac{v_0^4}{g^2 S^2}$

$\frac{gS}{2v_0^2} 2\,tg\alpha = 1$ $tg\alpha = \frac{v_0^2}{gS}$ $+\frac{gS^2}{2v_0}$

$H = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} + \frac{g S^2}{2v_0}$ $\boxed{S^2 = \frac{2v_0}{g}\left(H - \frac{v_0^2}{2g}\right)}$ $\frac{м^2 c^4}{c^2 \cdot м^2}$

2.

K 1) $N = mg - F\sin\alpha$ $F\cos\alpha S - \mu(mg - F\sin\alpha)S = K$

2) $N = mg$ $F_{TP} = \mu(mg - F\sin\alpha)$

$F_{TP} = \mu mg$

$F\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha = -\mu mg + F$

$-\mu mg S + FS = K$

$\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$ $F = m\frac{dv}{dt}$

$\frac{P_1}{V_1} = \frac{P_2}{V_2}$

$k = \mu mg S_1$ $F\cos\alpha - \mu mg c +$

$F_p = F - \mu mg$ $ma = F - \mu mg$

$\frac{P_1}{V_3} = \frac{V_1}{V_3}$ $\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ $\frac{V_1^2}{V_3^2} = \frac{T_1}{T_3}$ $V_3 = V_1\sqrt{\frac{T_1}{T_3}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\Delta Q_{31} = A_{31} + \nu R(T_1 - T_3)$ $\quad C\nu(T_1 - T_3) = A_{31} + \nu R(T_1 - T_3)$

$A_{31} = \nu(T_1 - T_3)(C - R)$ $\quad C\nu dT = p dV + \frac{3}{2}\nu R\, dT$

$\eta = \frac{Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}}{Q_{12}}$ $\quad C\nu = p\frac{dV}{dT} + \frac{3}{2}\nu R$

$Q_{12} = 10{,}5\, T_1 R$ $\quad Q_{31} = 2R \cdot 3T_1 = 6R$ $\quad dT = \frac{p dV + V dp}{\nu R}$ $\quad \frac{2{,}5}{10{,}5}$

$Q_{23} = 0{,}5R(8-4)T = 2R$ $\quad p dV + V dp = \nu R dT$

$(p dV + V dp)\frac{C}{R} = p dV + \frac{C_V}{R} p dV + \frac{C_V}{R} V dp$ $\quad p_2 V_2^2 = p_3 V_3^2$

$\frac{V_3}{V_2}$ $\quad p dV + V dp C = p dV R + C_V p dV + C_V V dp$ $\quad \frac{p_2 V_2}{p_3 V_3} = \frac{T_2}{T_3}$

$C p dV + V dp C = p dV \cdot C_p + V dp \cdot C$ $\quad \frac{V_2}{V_3}\frac{V_3^2}{V_2^2} = \frac{T_2}{T_3}$

$\frac{p_3}{p_1} = \frac{V_1^2}{V_3^2}$ $\quad -V dp(C_V - C) = p dV(C_p - C)$ $\quad V_3 = V_2 \cdot \frac{T_2}{T_3}$

$V dp = p dV \frac{C_p - C}{C - C_V}$ $\quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1^n}{V_2^2}$ $\quad p_1 V_1^n = p_2 V_2^n$ $\quad V_3 = 8V_1 \cdot \frac{8}{4}$

$\frac{p_3 V_3}{p_1 V_1} = \frac{T_3}{T_1}$ $\quad \frac{dp}{p} = \frac{dV}{V} \cdot \frac{(C_p - C)}{C - C_V} = n$ $\quad \frac{p_2}{p_3} = \frac{V_2}{V_3}$

$p_3 V_3$ $\quad n_1 = \frac{\frac{5}{2} - \frac{3}{2}}{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}} = 0$ $\quad p_1 = p_2$ $\quad \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3}$

$n_2 = \frac{\frac{5}{2} - \frac{4}{2}}{\frac{3}{2} - \frac{4}{2}} = -1$ $\quad \frac{p}{V} = const$

$\frac{p_1 V_1}{p_3 V_3} = \frac{T_1}{T_3}$ $\quad n_3 = \frac{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{4}{2} = 2$ $\quad p$ $\quad p_2 V_2 = \nu R T_2$

$p_3 V_3 = \nu R T_3$

$p_1 V_1 = \nu R T_1$ $\quad p_1 V_2 = \nu R T_2$ $\quad \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^2 = \frac{T_3}{T_2} = \frac{1}{2}$

$p_1 V_1 = \nu R T_1$
$p_3 V_3 = \nu R T_3$ $\quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow V_2 = 8V_1$

$\frac{V_3}{} = \frac{8}{\sqrt{2}} V_1$ $\quad \frac{p_2 V_2}{p_3 V_3} = \frac{T_2}{T_3}$ $\quad \frac{V_3 p_3}{V_2 p_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{1}{2}$ $\quad V_3$

$p_1 V_1^2 = p_3 V_3^2$ $\quad \frac{p_2 V_2}{p_3 V_3} = \frac{T_2}{T_3}$ $\quad p_2 V_2^2 = p_3 V_3^2$

$\frac{p_2}{p_3} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^2$ $\quad \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_2}{T_3}$