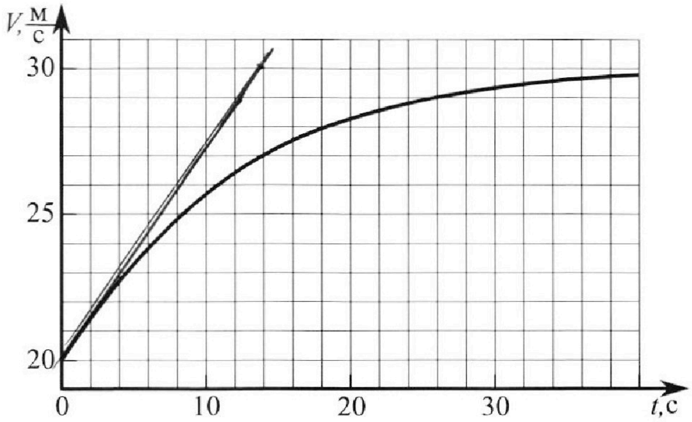
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 11-04

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Мотоциклист массой (вместе с мотоциклом) $m = 240$ кг движется с постоянной скоростью и затем разгоняется на прямолинейном горизонтальном участке дороги так, что мощность, передаваемая от двигателя на ведущее колесо, остается постоянной. График зависимости скорости от времени при разгоне показан на рисунке. В конце разгона сила сопротивления движению равна $F_k = 200$ Н.



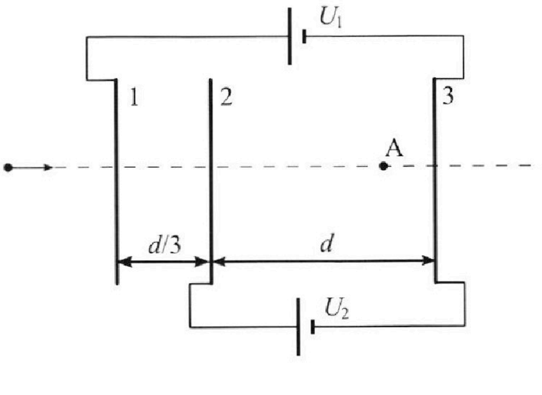
1) Используя график, найти ускорение мотоцикла в начале разгона.
2) Найти силу сопротивления движению F_0 в начале разгона.
3) Какая часть мощности, передаваемой на ведущее колесо, идет на преодоление силы сопротивления движению в начале разгона?

Требуемая точность числе нного ответа на первый вопрос ориентировочно 10%.

2. Герметичный вертикальный цилиндрический сосуд объёмом V разделён тонким невесомым теплопроводящим герметичным поршнем (диск соосный с сосудом) на две равные части. Поршень может перемещаться без трения. В верхней части цилиндра находится углекислый газ, а в нижней - вода и углекислый газ. В начальный момент система находилась в равновесии при комнатной температуре T_0. При этом жидкость занимала объём $3V/8$. Затем цилиндр медленно нагрели до $T = 4T_0/3 = 373$ К. Установившийся объём его верхней части стал равен $V/8$.

По закону Генри, при заданной температуре количество $\Delta\nu$ растворённого газа в объёме жидкости w пропорционально парциальному давлению p газа: $\Delta\nu = kpw$. Объём жидкости при этом практически неизменен. Для углекислого газа константа Генри для данной комнатной температуры $k \approx 0{,}6\cdot10^{-3}$ моль/(м^3·Па). При конечной температуре T углекислый газ в воде практически не растворяется. Можно принять, что $RT \approx 3\cdot10^3$ Дж/моль, где R - универсальная газовая постоянная. Давлением водяных паров при комнатной температуре и изменением объёма жидкости в процессе нагревания пренебречь. Все газы считать идеальными.

1) Найти отношение количеств вещества в газообразном состоянии в верхней и нижней частях до нагревания.
2) Определите начальное давление в сосуде P_0. Ответ выразить через $P_{АТМ}$ (нормальное атмосферное давление) с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.



3. Три проводящие плоские мелкие сетки находятся друг напротив друга на расстояниях d и $d/3$ (см. рис.). Размеры сеток значительно больше d. Изначально сетки не заряжены. К сеткам подсоединили источники с напряжением $U_1 = 5U$ и $U_2 = U$. Частица массой m и зарядом $q>0$ движется по направлению к сеткам и перпендикулярно сеткам, имея скорость V_0 на расстоянии от сеток, намного большем их размеров. Частица пролетает через сетки, не отклоняясь от прямолинейной траектории. Заряд q намного меньше модуля зарядов сеток.

1) Найти модуль ускорения частицы в области между сетками 2 и 3.
2) Найти разность $K_3 - K_2$, где K_2 и K_3 — кинетические энергии частицы при пролете сеток 2 и 3.
3) Найти скорость частицы в точке A на расстоянии $3d/4$ от сетки 2.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

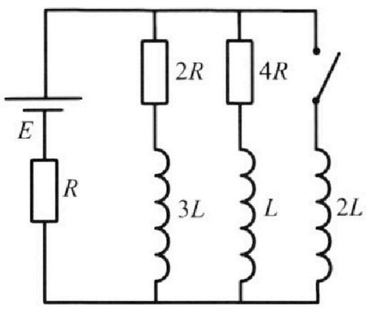
Вариант 11-04

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

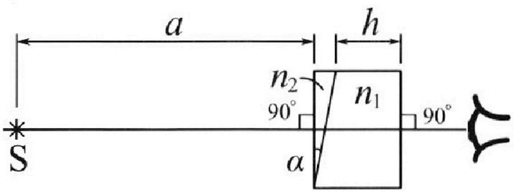
4. Параметры цепи указаны на схеме, все элементы идеальные. Ключ разомкнут, режим в цепи установился. Затем ключ замыкают.

1) Найти ток I_{20} через резистор с сопротивлением $4R$ при разомкнутом ключе.
2) Найти скорость возрастания тока в катушке индуктивностью $2L$ сразу после замыкания ключа.
3) Какой заряд протечет через резистор с сопротивлением $4R$ при замкнутом ключе?

Ответы давать с числовыми ко эффициентами в виде обыкновенных дробей.



5. Оптическая система состоит из двух призм с показателями преломления n_1 и n_2 и находится в воздухе с показателем преломления $n_в = 1{,}0$. Точечный источник света S расположен на расстоянии $a = 100$ см от системы и рассматривается наблюдателем так, что источник и глаз наблюдателя находятся на прямой, перпендикулярной наружным поверхностям призм (см. рис.). Угол $\alpha = 0{,}1$ рад можно считать малым, толщина $h = 14$ см. Толщина призмы с показателем преломления n_2 на прямой «источник – глаз» намного меньше h. Отражения в системе не учитывать.



1) Считая $n_1 = n_в = 1{,}0$, $n_2 = 1{,}7$, найдите на какой угол отклонится системой луч, идущий от источника перпендикулярно левой грани системы.
2) Считая $n_1 = n_в = 1{,}0$, $n_2 = 1{,}7$, найдите расстояние между источником и его изображением, которое будет видеть наблюдатель.
3) Считая $n_1 = 1{,}4$, $n_2 = 1{,}7$, найдите на каком расстоянии от источника будет его изображение, которое увидит наблюдатель.

№1. Решение:

1) Проведём касательную к графику в точке (0 с; 20 м/с). Касательная ~~перес~~ проходит через точку (14 с; 30 м/с), а т.к. угловой коэффиц. касательной равен ускорению тела, то $a_0 = \frac{30 м/с - 20 м/с}{14 с - 0 с} = \frac{5}{7}\ м/с^2 \approx 0,57\ м/с^2$

2) ~~В конце~~ На автомобиль действуют 2 горизонтальных силы: сила тяги и сила сопротивления движению. В конце разгона автомобиль движется равномерно со скоростью $V_к = 30$ м/с. Пусть мощность равна N, тогда сила тяги в этот момент времени равна $F_{тяги\,к} = \frac{N}{V_к} = F_к$ (т.к. движение равномерное) =>

$\cancel{N = \frac{F_к}{V_к}}$ $\cancel{N = F_к V_к}$ $N = F_к V_к$

В начале движения: по 2 закону Ньютона:

$F_{тяги\,0} - F_0 = ma_0$; ~~$\frac{NV_0}{V_к} - F_0 = ma_0$, где V_0 — начальная скорость $V_0 = 20$ м/с => $F_0 = \frac{F_к V_0}{V_к} - ma_0$~~

$\frac{N}{V_0} - F_0 = ma_0$; => $\frac{F_к V_к}{V_0} - F_0 = ma_0$; $F_0 = \frac{F_к V_к}{V_0} - ma_0 \approx 163,2$ Н.

3) Из ЗСЭ: $F_{тяги}dx - F_{сопр}dx = mVdV$ | : dt $\left(mVdV = \frac{d(mV^2)}{2}\right)$

~~$F_{тяги}dt$~~ $F_{тяги}V = F_{сопр}V + mVa$

$N_{тяги} = N_{сопр} + N_1$, где $N_1 = mVa$ => ~~$\frac{N_{сопр}}{N_{тяги}} = \frac{N_{сопр}}{}$~~

$\frac{N_{сопр}}{N_{полная}} = \frac{N_{сопр}}{N_{тяги}} = \frac{F_0}{F_{тяги\,0}}$, $F_{тяги\,0} = \frac{F_к V_к}{V_0} = 300$ Н => $\frac{N_{сопр}}{N_{полная}} \approx 0,54$.

Ответ: 1) $a_0 \approx 0,57\ м/с^2$; 2) $F_0 \approx 163,2$ Н; 3) $\frac{N_{сопр}}{N_{полная}} = 0,54$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) Конечное состояние: сверху газ при давлении p_1, снизу газ и водяной пар, суммарное давление которых равно p_1, но давление водяного пара при температуре 373 K равно $p_{атм}$ => давление углекислого газа внизу равно $p_1 - p_{атм}$. Ур. сост. для газа сверху:

$$p_1 \frac{V}{8} = 4\nu_2 RT \quad (1)$$

Снизу кол-во газа равно $\nu_2 + \Delta\nu$, его объём равен $\frac{7V}{8} - \frac{3V}{8} = \frac{V}{2}$ =>

ур. сост. для газа снизу: $(p_1 - p_{атм})\frac{V}{2} = (\nu_2 + \Delta\nu)RT \quad (2)$

$\cancel{\frac{p_1 V}{8} = 4\nu_2 RT}$ $\quad \frac{p_1 V}{2} = 16\nu_2 RT$ =>

$$\frac{p_1 V}{2} - \frac{p_{атм} V}{2} = (\nu_2 + \Delta\nu)RT$$

$$\Rightarrow \frac{p_{атм} V}{2} = (15\nu_2 - \Delta\nu)RT$$

но $\nu_2 = \frac{p_0 V}{8RT_0}$, $\Delta\nu = \frac{3Kp_0V}{8}$, => $\frac{p_{атм}V}{2} = \left(\frac{15p_0V}{8RT_0} - \frac{3Kp_0V}{8}\right)RT$

$\cancel{p_{атм} =}$ $\quad p_{атм} = \left(\frac{15p_0}{4RT_0} - \frac{3Kp_0}{4}\right)RT$

$p_{атм} = p_0RT\left(\frac{15}{4RT_0} - \frac{3K}{4}\right)$, $p_{атм} = \cancel{\frac{3p_0RT}{4}}\ \frac{3p_0RT\left(\frac{5}{RT_0} - K\right)}{4}$

$p_{атм} = \cancel{\frac{15p_0T}{4T_0}}\ \frac{p_0}{4}\left(\frac{15T}{T_0} - 3KRT\right)$; $p_{атм} = \frac{p_0(20 - 3KRT)}{4}$

$$p_0 = \frac{4}{20 - 3KRT}p_{атм} = \frac{4}{20 - 3\cdot 3\cdot 0{,}6}p_{атм} \cancel{\approx 0{,}27 p_{атм}} = \frac{20}{73}p_{атм}$$

Ответ: $p_0 = \frac{20}{73}p_{атм}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

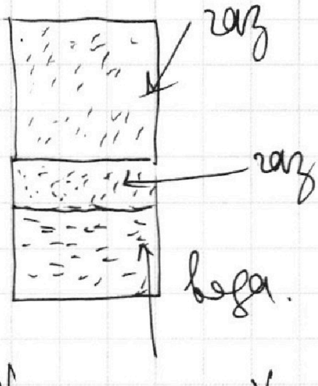
1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2.

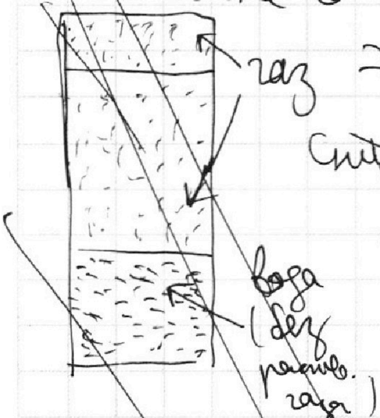
1) Начальное состояние:



Т.к. поршень невесомый и он находится в равновесии, то сверху и снизу давления газов одинаковы и равны p_0. Пусть кол-во газообразного вещества сверху равно ν_1, снизу ν_2. Объём газа сверху равен $\frac{V}{2}$, снизу $\frac{V}{2}-\frac{3V}{8}=\frac{V}{8}$. Из ур. сост. для верхнего газа: $p_0\frac{V}{2}=\nu_1 RT_0$. ~~$p_0$~~ Для нижнего: $p_0\frac{V}{8}=\nu_2 RT_0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\nu_1}{\nu_2}=4$. 2) В начальном ~~сост~~ состоянии кол-во растворенного газа равно $\Delta\nu = k p_0\cdot\frac{3V}{8}$.

~~Конечное состояние: давления в обоих~~ газа в обеих ~~частях равны~~ p_1, ~~температуры~~ $\frac{4T_0}{3}$.



Снизу кол-во газа равно ~~$\nu_2+\Delta\nu$~~ $\nu_2+\Delta\nu$, сверху $4\nu_2$. Из ур. сост. для верхнего газа: $p_1\frac{V}{8}=4\nu_2 RT$. Для нижнего: ~~$p_1\left(\frac{7V}{8}-\frac{3V}{8}\right)$~~

$p_1\left(\frac{7V}{8}-\frac{3V}{8}\right)=(\nu_2+\Delta\nu)RT$

$\frac{p_1V}{2}=(\nu_2+\Delta\nu)RT$

~~Разделим первое ур. на второе: $\frac{1}{4}=\frac{4\nu_2}{\nu_2+\Delta\nu}$~~

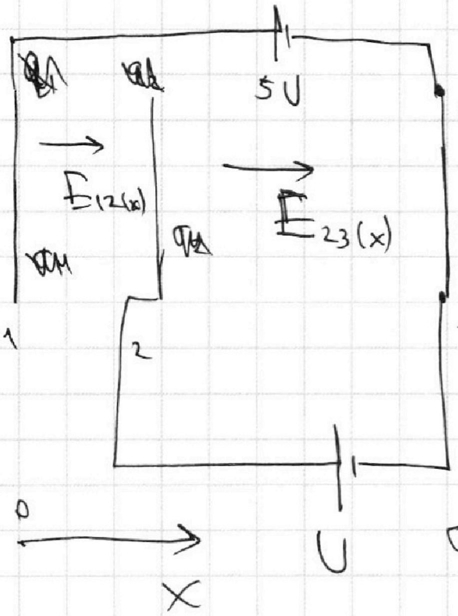
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



~~1. Пусть ~~заряды~~ поверхностные плотности зарядов пластин равны σ_1; σ_2; σ_3. Т.к. пластины имеют одинаковую площадь и изначально не заряжены, то $\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3=0$.~~

~~Поле, которое создает вокруг себя пластина с пов. плотностью заряда σ, равна $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ => полагая, что~~

~~$\sigma_1>0$, $\sigma_2>0$; $\sigma_3>0$ (это может оказаться не так)~~

1. Пусть эл. поле в области 1–2 равно $E_{12(x)}$ (в проекции на ось Ox), а эл. поле в области 2–3 равно $E_{23}(x)$. ~~Тогда~~ т.к. $E=-\frac{d\varphi}{dx}$, то $E_{23(x)}\cdot d=U$; =>

$E_{12(x)}\cdot\frac{d}{3}+E_{23(x)}\cdot d=5U$

=> $E_{23(x)}=\frac{U}{d}$; $E_{12(x)}=\frac{12U}{d}$. Сила действующая на заряд q в области 2-3 равна $F_x=E_{23(x)}\cdot q$ => $a=\frac{E_{23(x)}\cdot q}{m}=$

$=\frac{Uq}{md}$

2. Т.к. изначально сетки не заряжены, то и суммарный их заряд остается равным 0 => поле слева от пластины 1 и справа от пластины 3 равно 0 => в этих областях поле равно 0. Из ЗСЭ: ~~$K_3=$~~ $K_2=\frac{mV_0^2}{2}+qE_{12(x)}\cdot\frac{d}{3}$

$K_3=\frac{mV_0^2}{2}+qE_{12(x)}\cdot\frac{d}{3}+qE_{23(x)}\cdot d$ =>

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\Rightarrow K_3 - K_2 = qE_{23(x)} \cdot d = \frac{q \cdot U}{d} \cdot d = qU.$$

3) Из ЗСЭ: $\frac{mV_0^2}{2} + qE_{12} \cdot \frac{d}{3} + q \cdot E_{23} \cdot \frac{3d}{4} = \frac{mV_4^2}{2}$

$$\frac{mV_0^2}{2} + q \cdot \frac{12U}{d} \cdot \frac{d}{3} + q \cdot \frac{U}{d} \cdot \frac{3d}{4} = \frac{mV_4^2}{2}$$

$$\frac{mV_0^2}{2} + 4qU + \frac{3qU}{4} = \frac{mV_4^2}{2}$$

$$\frac{mV_0^2}{2} + \frac{19qU}{4} = \frac{mV_4^2}{2}$$

$$2mV_0^2 + 19qU = 2mV_4^2$$

$$V_4 = \sqrt{V_0^2 + \frac{19qU}{2m}}$$

Ответ: 1) $a = \frac{Uq}{md}$; 2) $K_3 - K_2 = qU$; 3) $V_4 = \sqrt{V_0^2 + \frac{19qU}{2m}}$

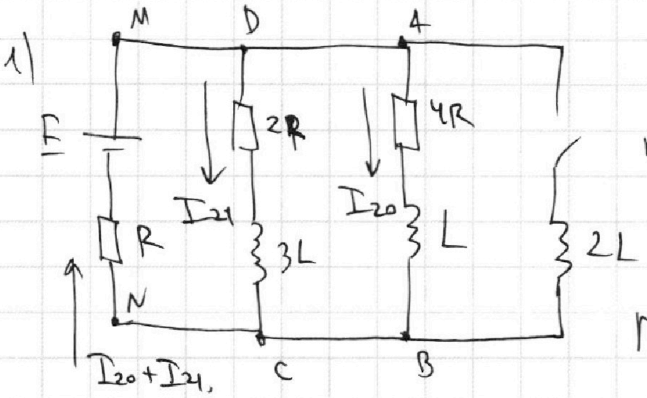
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1)

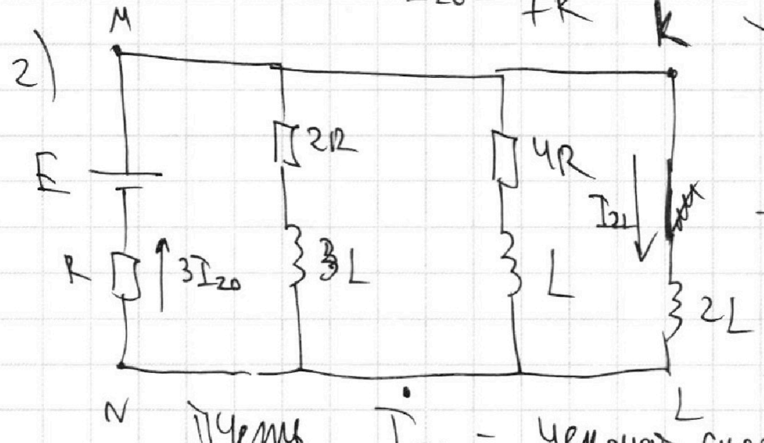


Т.к. режим установившийся, то токи в цепи постоянны => напряжения на всех катушках равны 0.

Пусть через резистор 2R течёт ток I_{21}, тогда через резистор R течёт ток $I_{20}+I_{21}$. По 2 закону Кирхгофа для контура A-B-C-D: $-I_{20}\cdot 4R + I_{21}\cdot 2R = 0 \Rightarrow I_{21} = 2I_{20} \Rightarrow I_{20}+I_{21} = 3I_{20}$. По 2 закону Кирхгофа для контура D-C-N-M: $I_{21}\cdot 2R + (I_{20}+I_{21})R - E = 0$

$E = 7I_{20}R \Rightarrow I_{20} = \frac{E}{7R}$

2)



Сразу после замыкания ключа токи через катушки не успевают ~~на~~ мгновенно измениться => $I_{2L}=0$, ток через R равен $3I_{20} = \frac{3E}{7R}$

Пусть $\dot{I}_{2L}$ – искомая скорость изменения тока, тогда по 2 закону Кирхгофа для контура MKLN:

$\mathcal{E} - 2L\cdot \dot{I}_{2L} - \frac{3E}{7R}\cdot R$; $\dot{I}_{2L} = \frac{4E}{7L}$.

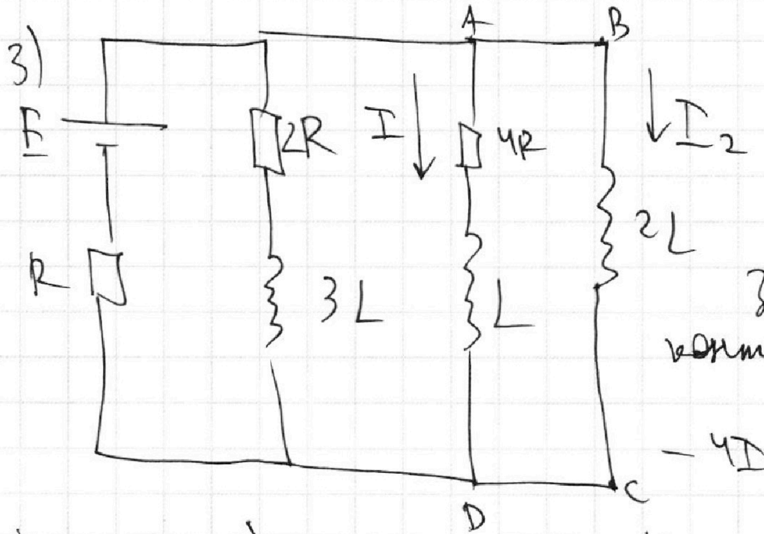
3)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3)



Пусть через 4R ток I, через 2L ток I_2. Тогда по 2 закону Кирхгофа для контура ABCD:

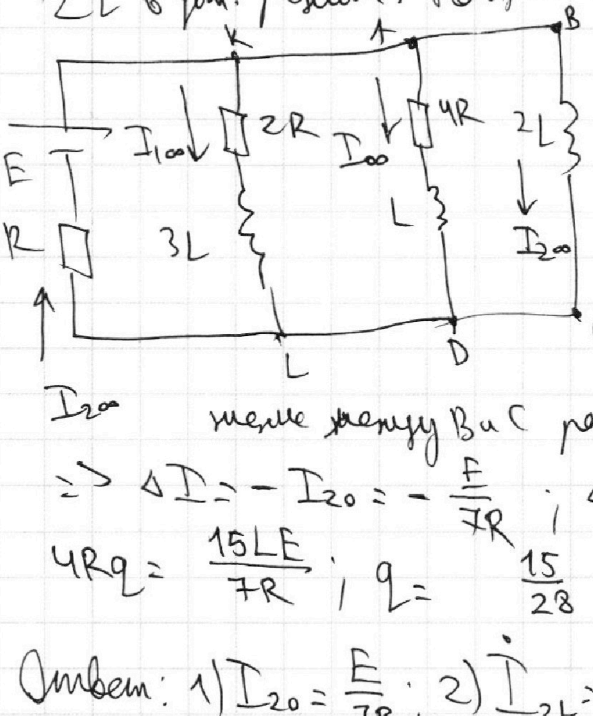
$$-4IR - L\frac{dI}{dt} + 2L\frac{dI_2}{dt} = 0$$

$4R(Idt) + LdI = 2LdI_2$, но $Idt = dq$, где q — искомый заряд. Суммируя малые приращения получаем:

$4Rq + L\Delta I = 2L\Delta I_2$, где $\Delta I = I_\infty - I_{20}$

$\Delta I_2 = I_{2\infty} - 0$

I_∞ — ток через L в уст. режиме. $I_{2\infty}$ — ток через 2L в уст. режиме. Найдем эти токи:



в уст. режиме напряжения на катушках равны 0.

По 2 закону Кирхгофа для контура ABCD: $I_\infty \cdot 4R = 0 \Rightarrow I_\infty = 0$.

Для контура KL: $I_{1\infty} \cdot 2R = 0 \Rightarrow I_{1\infty} = 0 \Rightarrow$ через резистор R течет ток $I_{2\infty} \Rightarrow$ т.к. напряжение между B и C равно 0 то $I_{2\infty} = \frac{E}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta I = -I_{20} = -\frac{E}{7R}$; $\Delta I_2 = \frac{E}{R} \Rightarrow 4Rq = \frac{LE}{7R} + \frac{2LE}{R}$;

$4Rq = \frac{15LE}{7R}$; $q = \frac{15}{28}\frac{LE}{R^2}$

Ответ: 1) $I_{20} = \frac{E}{7R}$; 2) $\dot{I}_{2L} = \frac{4E}{7L}$; 3) $q = \frac{15}{28}\frac{LE}{R^2}$

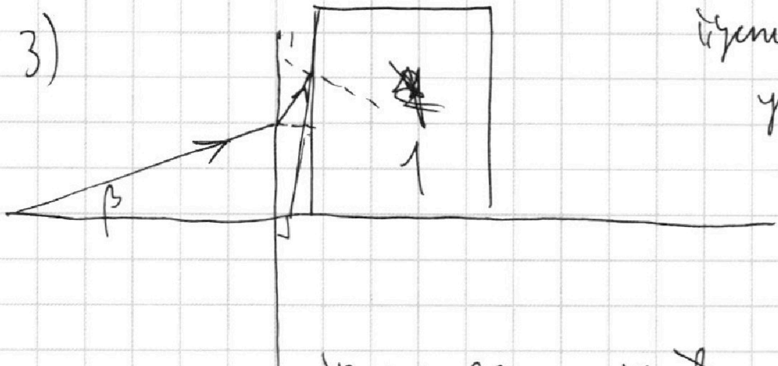
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

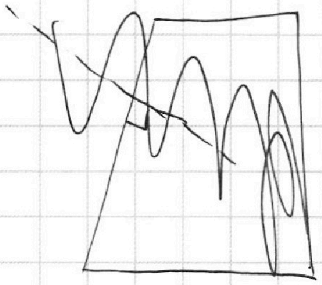
3)



Пусть луч идет под малым углом β к ~~оптической~~ оси, после преломления в первой призме он будет идти под углом $\beta+(n_2-1)\alpha$ к ней => Угол падения на ~~вто~~ первую призму равен

$$\cancel{\frac{\pi}{2}-(n_2-1)\alpha-\alpha=\frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{2}-\alpha-(n_2-1)\alpha-\beta\right)=\beta+(n_2+2)\alpha$$



$\cancel{\beta=n\gamma \text{ (из закона С}}$

$(n_2+2)\alpha+\beta=n_1\gamma$ (из закона Снеллиуса и малости углов)

$\gamma=\dfrac{(n_2+2)\alpha+\beta}{n_1}$. Угол падения луча на вторую грань равен $\alpha-\gamma=$

$$=\alpha-\frac{(n_2+2)\alpha+\beta}{n_1}=\frac{(n_1-n_2-2)\alpha+\beta}{n_1}=\frac{\beta-(n_2-n_1+2)\alpha}{n_1}=>$$

Угол выхода из этой грани равен $\varphi_0=\beta-(n_2-n_1+2)\alpha$ => расстояние от правой грани первой призмы ~~равно~~ до точки пересечения луча с оптической осью равно $d=\dfrac{a\beta}{\varphi_0}=\dfrac{a\beta}{\beta-(n_2-n_1+2)\alpha}$ =>

при $\beta\to 0$ $d\to 0$, значит, расстояние от источника до изображения равно $l=a+h=114$ см.

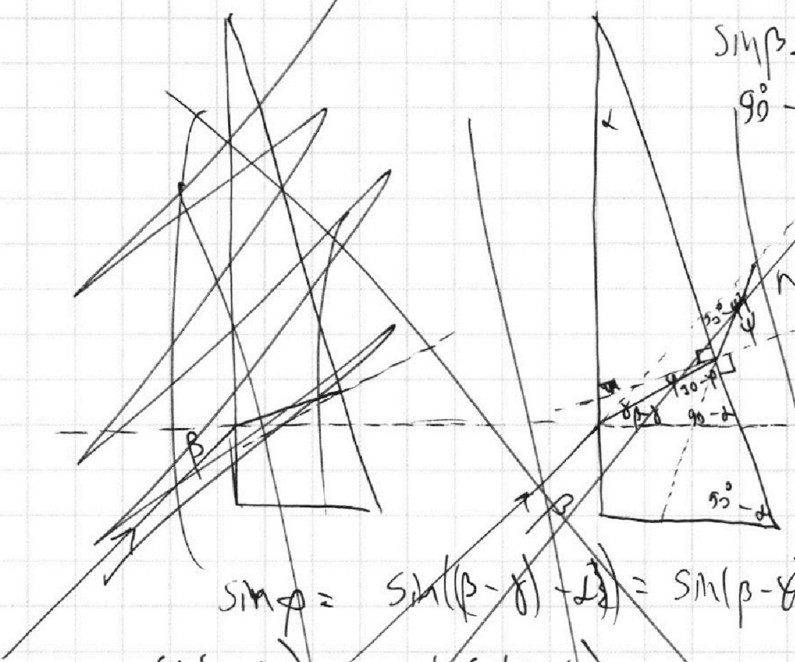
Ответ: 1) $\varphi=0{,}07$ рад; 2) $d_1=400$ см; 3) $l=114$ см.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$\sin\beta = n_2 \sin\gamma$

$90^\circ - \varphi + 90^\circ - \alpha + \beta - \gamma = 180^\circ$

$\varphi = \beta - \alpha - \gamma$

$n \sin\varphi = \sin\psi$

$\gamma = \arcsin\left(\frac{\sin\beta}{n}\right)$

$\sin\varphi = \sin((\beta-\gamma) + \alpha) = \sin(\beta-\gamma)\cos\alpha - \cos(\beta-\gamma)\sin\alpha =$

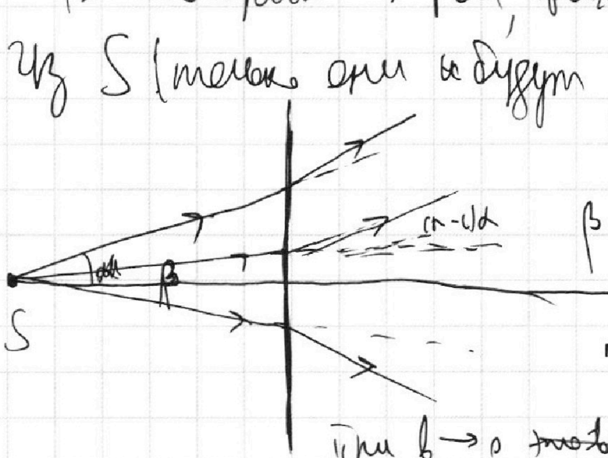
$= \sin(\beta-\gamma) - \alpha\cos(\beta-\gamma)$

$\sin(\beta-\gamma) = \sin\left(\beta - \arcsin\left(\frac{\sin\beta}{n}\right)\right) = \sin\beta\sqrt{\frac{n^2-\sin^2\beta}{n^2}} - \cos\beta \cdot \frac{\sin\beta}{n} =$

$= \frac{\sin\beta\sqrt{n^2-\sin^2\beta} - \sin\beta\cos\beta}{n} = \frac{\sin\beta}{n}\left(\sqrt{n^2-\sin^2\beta} - \cos\beta\right)$

$\cos^2(\beta-\gamma) = 1 - \frac{\sin^2\beta}{n^2}\left(n^2 - \sin^2\beta + \cos^2\beta - 2\cos\beta\sqrt{n^2-\sin^2\beta}\right)$

Рассмотрим лучи, выходящие под малыми углами из S (только они и будут попадать в глаз):



Они отклоняются на угол $(n-1)\alpha$ =>
Они теперь идут под углом $\beta + (n-1)\alpha$ к прямой перп. призмам =>
=> расстояние a_1, на котором такой луч пересечёт эту прямую, равно
$a_1 = \cancel{a_0}\, a\frac{\beta}{\beta+(n_2-1)\alpha}$

При $\beta \to 0$ ~~это выражение~~ $a_1 \to a$ => a_1

Искомое расстояние d_1 равно $d = 100$ см

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

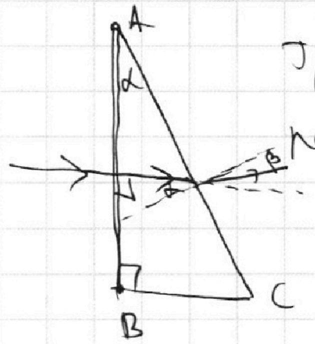
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5

1) т.к. при $n_1 = n_в$, то при прохождении ~~призмы~~ границы призмы 1 с воздухом луч не преломляется => отклоняет его только призма 2.

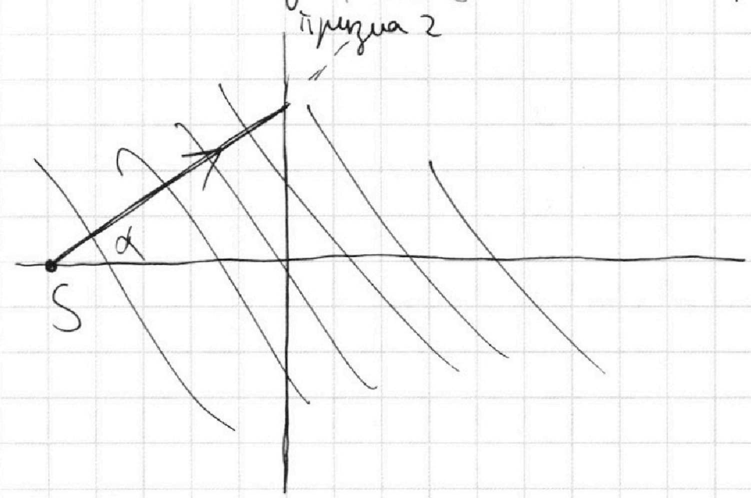


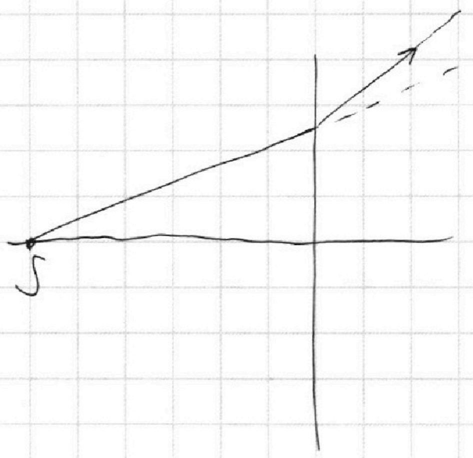
Грань AB луч проходит, не преломляясь (т.к. падает перпендикулярной). Угол падения на грань ABC равен α. Угол преломления равен β. Тогда из закона Снеллиуса:

$n_2 \sin\alpha = n_в \sin\beta \Rightarrow$ но $\alpha \ll 1 \Rightarrow \sin\alpha \approx \alpha$; $\beta \ll 1 \Rightarrow \sin\beta \approx \beta$;

$n_в = 1 \Rightarrow \beta = n_2\alpha$, а угол между первоначальным направлением луча и преломленным лучом равен $\varphi = \beta - \alpha = (n_2 - 1)\alpha = 0{,}07$ рад.

2) Известно, что призма с малым углом α при вершине отклоняет луч, идущий через неё, на угол $(n_2 - 1)\alpha$.



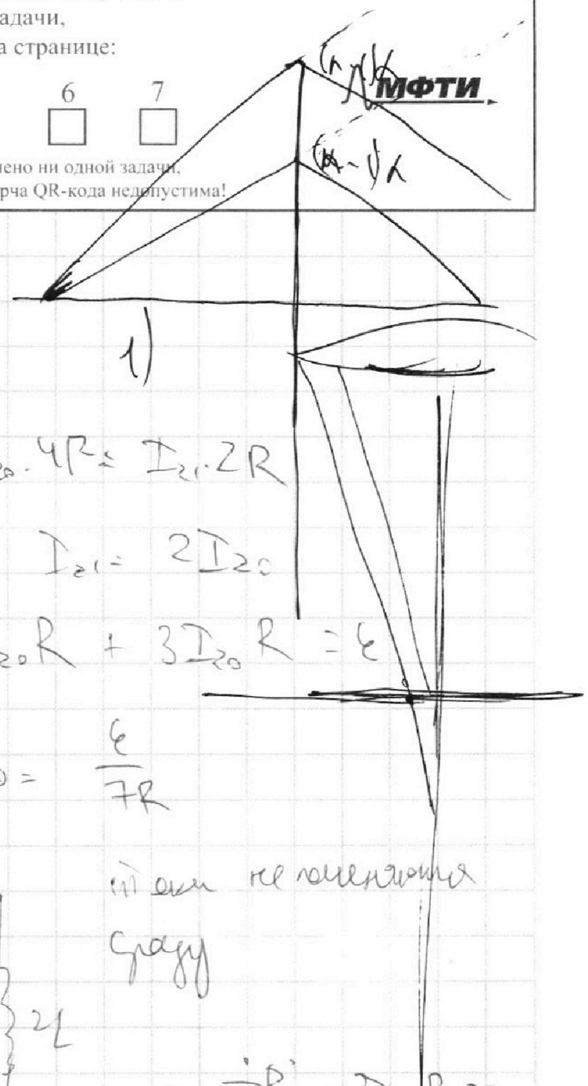


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

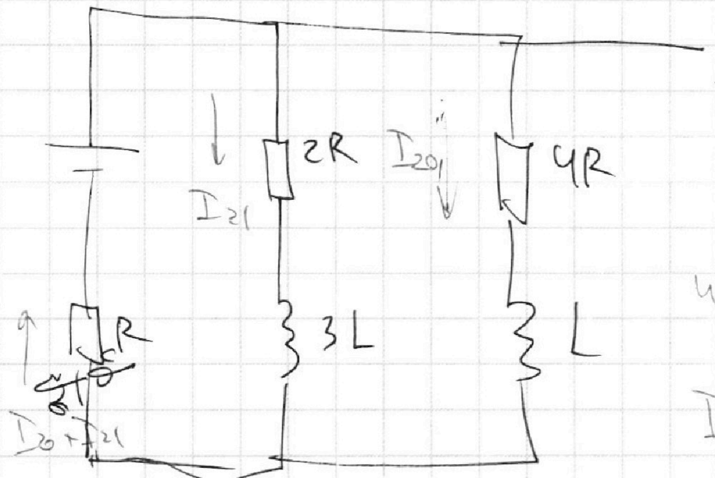
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



N4.



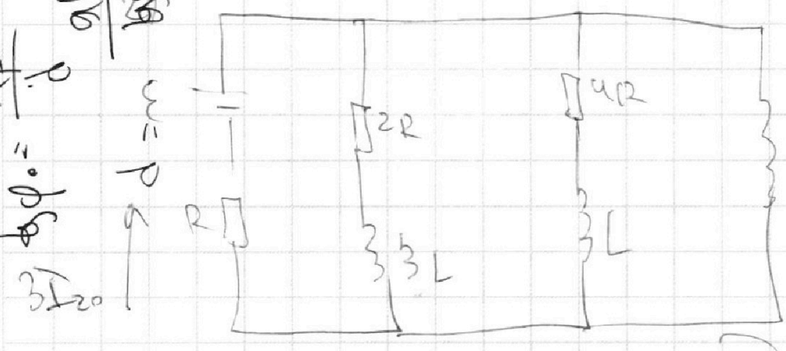
$I_{20}\cdot 4R = I_{21}\cdot 2R$

$I_{21} = 2I_{20}$

$4I_{20}R + 3I_{20}R = \mathcal{E}$

$I_{20} = \frac{\mathcal{E}}{7R}$

токи не поменяются сразу



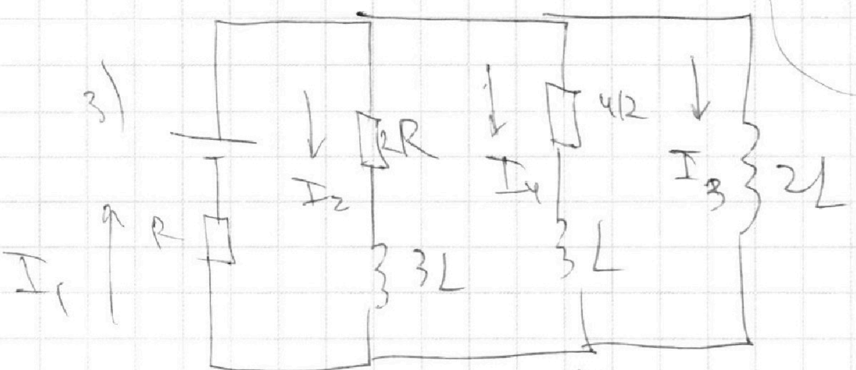
$\mathcal{E} - 2L\dot{I}_0 - 3I_{20}R = 0$

$2L\dot{I}_0 = \frac{4\mathcal{E}}{7}$

$\dot{I}_0 = \frac{2\mathcal{E}}{7L}$

$\mathcal{E} - 2L\dot{I}_3 - I_1R = 0$

3)



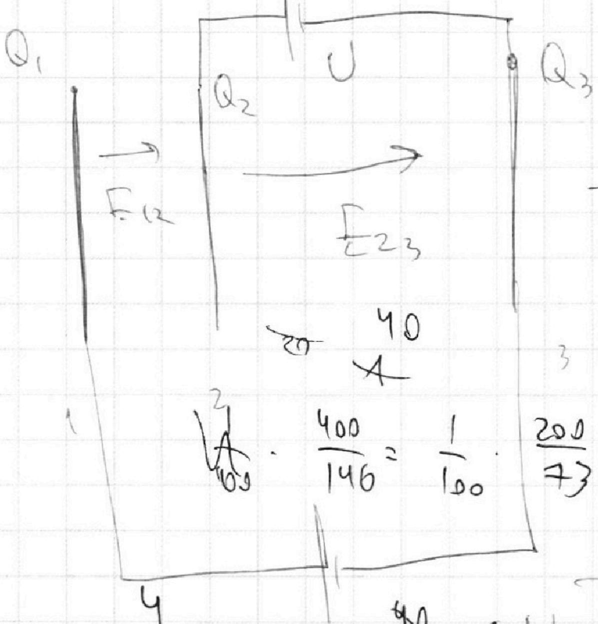
$\mathcal{E} - I_4\cdot 4R - L\frac{dI_4}{dt} - I_1R = 0$

$\mathcal{E}dt - dq_4\cdot 4R - LdI_4 - dq_1R = 0$

$\mathcal{E} - 2L\frac{dI_3}{dt} - I_1R = 0$ $\quad \mathcal{E}dt - 2LdI_3 - dq_1R = 0$

$\mathcal{E}dt - dq_1R = 2LdI_3;$ $\quad dq_4\cdot 4R + LdI_4 = 2LdI_3$

МФТИ



$F_{тяги}dx - F_{сопр}dx = mVdV$

$F_{тяги}V - F_{сопр}V = mVa$

1-2:

$E_{12} = \dfrac{Q_1 - Q_2 - Q_3}{2S\varepsilon_0}$

$F_{тяги} = ma$

$E_{23} = \dfrac{Q_1 + Q_2 - Q_3}{2S\varepsilon_0}$

$\dfrac{F_{сопр}}{F_{тяги}} = 0{,}6$

$\dfrac{400}{146} = \dfrac{1}{100} \cdot \dfrac{200}{73}$

$E_{12} \cdot \dfrac{d}{3} + E_{23} \cdot d = 5U$

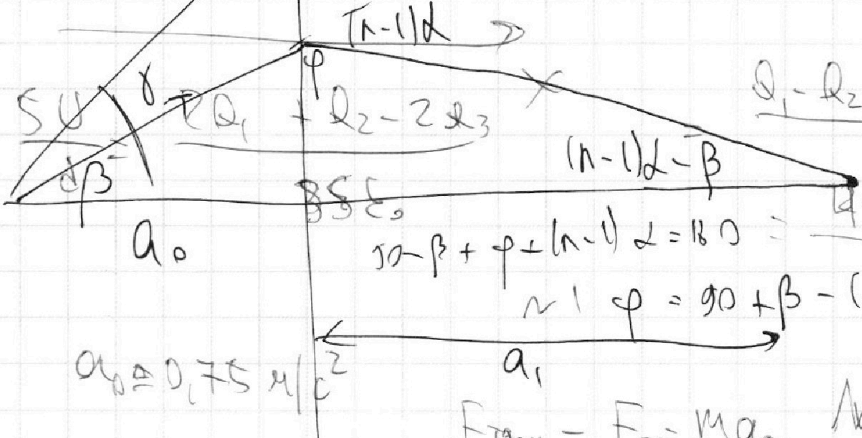
$(Q_1 - Q_2 - Q_3)d$

$\dfrac{4}{14{,}6}$

$\dfrac{540}{146} = \dfrac{20}{73}\dfrac{5U}{d} = \dfrac{Q_1 - Q_2 - Q_3}{3 \cdot 2S\varepsilon_0} + \dfrac{Q_1 + Q_2 - Q_3}{2S\varepsilon_0}$

$\dfrac{Q_1 - Q_2 - Q_3 + 3Q_1 + 3Q_2 - 3Q_3}{6S\varepsilon_0}$

$\dfrac{5U}{d} = \dfrac{2Q_1 + Q_2 - 2Q_3}{3S\varepsilon_0} = \dfrac{4Q_1 + 2Q_2 - 4Q_3}{6S\varepsilon_0}$



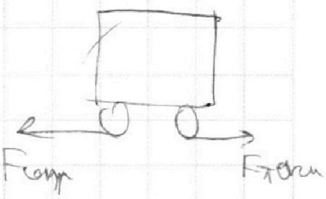
$90 - \beta + \varphi + (n-1)\alpha = 180$

$\varphi = 90 + \beta - (n-1)\alpha$

$a_0 \approx 0{,}75$ м/с²

$F_{тяги} - F_0 = ma_0$

$Ndt =$



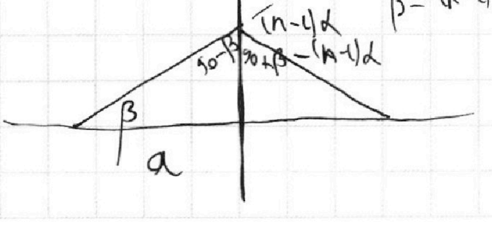
$a_k \approx \dfrac{1}{13}$ м/с²

$\dfrac{N}{v_k} = F_k, \quad N = F_k v_k$

$F_{тяги}dx =$

$\dfrac{F_k v_k}{v_0} - F_0 = ma_0$

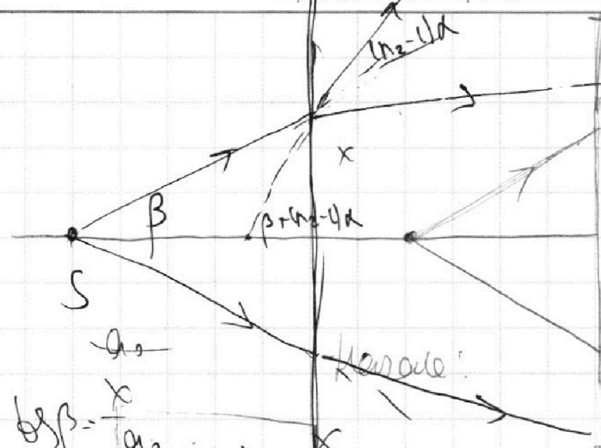
$F_0 = \dfrac{F_k v_k}{v_0} - ma_0 = \dfrac{200 \cdot 30}{20} - 180 = 120$ Н

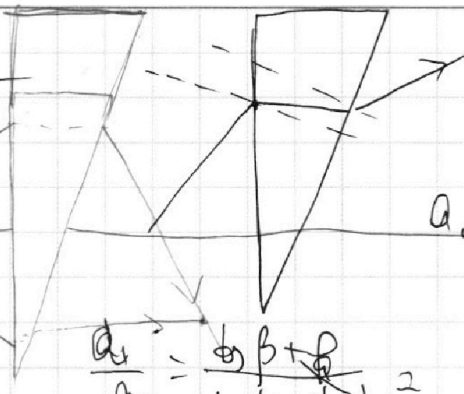


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





$a_1 = \frac{a_0}{1-(n_2-1)\operatorname{tg}\beta}$

Начало:

$\operatorname{tg}\beta = \frac{x}{a_0}$

$\operatorname{tg}(\beta + (n_2-1)\alpha) = \frac{x}{a_1}$

$\frac{a_1}{a_0} = \frac{\operatorname{tg}\beta + \varphi}{\operatorname{tg}\beta(1-\varphi\operatorname{tg}\beta)} = \frac{1}{1-\varphi\operatorname{tg}\beta}$

$\operatorname{tg}(\beta+\Delta\varphi) = \frac{\operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\Delta\varphi}{1-\operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\Delta\varphi}$

$\frac{\operatorname{tg}\beta+\varphi}{1-\varphi\operatorname{tg}\beta}$

До нагревания:

$P_0 \quad V_1 = \frac{V}{2}$

$V_2 = \frac{V}{8}$

$\frac{2a_0}{\pi}\int_0^{\pi/2} \frac{d\beta}{1-\varphi\operatorname{tg}\beta}$

$\operatorname{tg}\beta = t$

$d\beta(\operatorname{tg}^2\beta+1) = dt$

$V_1 \quad V_0 \quad p_0$

$V_2 \quad \nu_0 \quad p_1 \quad \frac{5V}{8} \quad V_1$

$\frac{P_0V}{2} = \nu R T$

$d\beta = \frac{dt}{t^2+1}$

$dt(t^2+1)$

$\frac{P_0V}{8} = \nu_0 R T_0$

$\frac{\nu}{\nu_0} = 4 \qquad 1 - \frac{3}{4}$

$\Delta V = k p_0 \frac{3V}{8}$

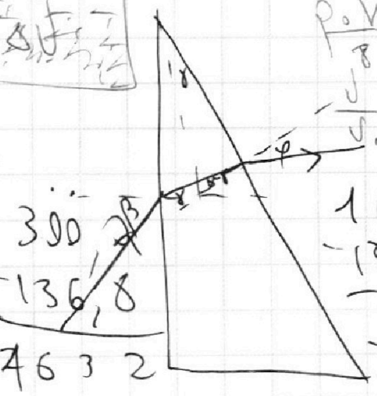
$\frac{2}{7}\cdot 200$

$300 -$

$240 \times 0{,}57 = 168 + 120 = 136{,}8$

$300 - 136{,}8 = 163{,}2$

$163{,}2 \,|\, 3 \quad 54{,}4$



$\int_0^\infty \frac{\frac{dt}{t^2+1}}{1-\varphi t}dt =$

$11\nu_2 = \nu_2 + 8\nu$

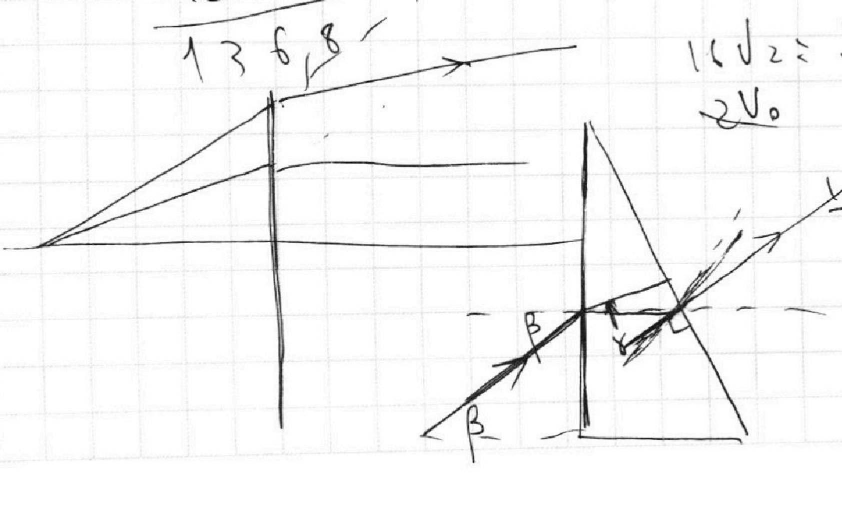
$2V_0 \qquad 15\nu_2 = 8\nu$

$\frac{15 p_0 V}{8}$

$= -\int_0^\infty \frac{t^2+1}{\varphi t - 1}dt$

$\frac{t}{\varphi}(\varphi t - 1)$

$\frac{t^2 - \frac{1}{\varphi}t + \frac{1}{\varphi}t}{\varphi t - 1}$

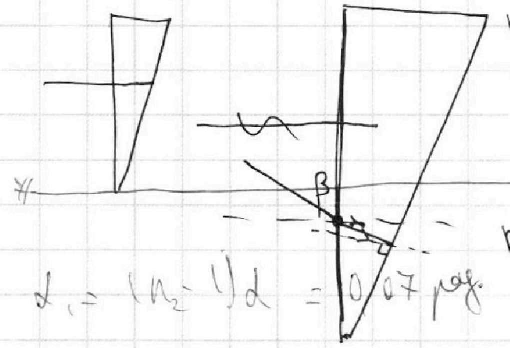


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

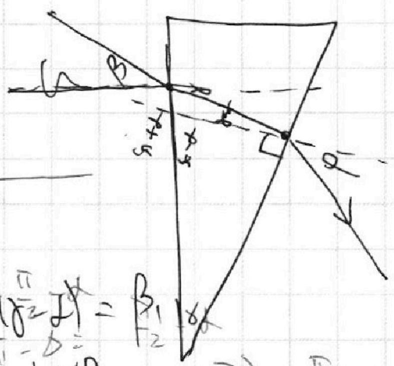
МФТИ



$n\sin\gamma = \sin\beta$

$\sin\gamma = \frac{\sin\beta}{n}$

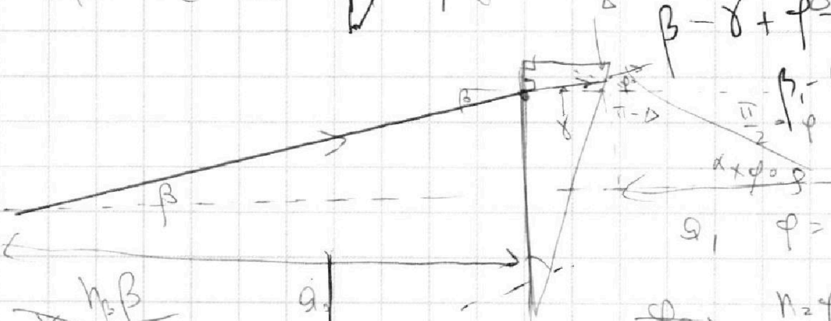
$n\sin(\gamma-\alpha) = \sin\beta$



$\alpha_1 = (n_2-1)\alpha = 0{,}07$ рад.

$\beta - \gamma + \varphi = \beta_1$

$\beta_1 - \beta = \alpha + \varphi$



$\sin(\gamma-\alpha) = \sin\gamma\cos\alpha - \cos\gamma\sin\alpha =$

$= \sin\gamma - \alpha\cos\gamma =$

$= \frac{\sin\beta}{n} - \frac{\alpha\sqrt{n^2-\sin^2\beta}}{n}$

$\varphi = \alpha+\gamma$

$n_2\varphi = n_в\varphi_0$

$\gamma = \frac{n_в\beta}{n_2}$

$\beta n_в = \gamma n_2$

$\gamma = \frac{\beta n_в}{n_2}$

$\varphi_0 = \beta - \gamma$

$\frac{n_2\varphi}{n_в} = \frac{n_2(\alpha+\gamma)}{n_в} = \sin\varphi$

$\left(1-\frac{\beta}{n}\right)^{\frac12} = 1 - \frac{\beta}{2n}$

$\frac{n_2\left(\alpha + \frac{\beta n_в}{n_2}\right)}{n_в} = \frac{\alpha n_2 + \beta n_в}{n_в} = \frac{\alpha n_2}{n_в} + \beta$

$90 - \beta + (n_2-1)\alpha + 90 + \gamma - (n_2-1)\alpha + \varphi_0 = 180$

$\sqrt{n^2-\beta^2} = \sqrt{n^2\left(1-\left(\frac{\beta}{n}\right)^2\right)} = n\left(1-\frac12\left(\frac{\beta}{n}\right)^2\right)$

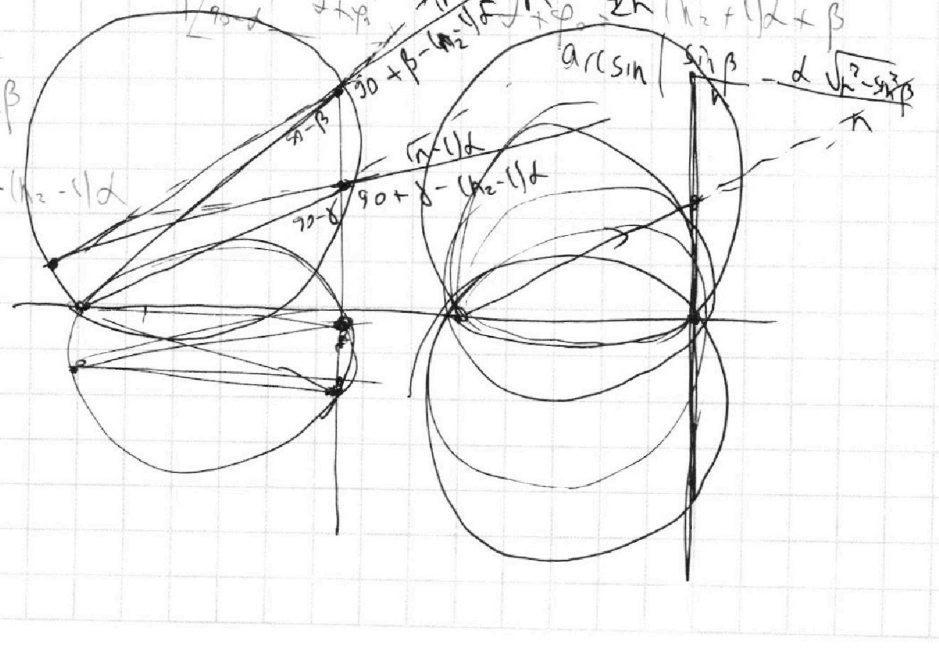
$a_0\beta = a_1(\alpha+\varphi_0)$

$a_1 = \frac{a_0\beta}{(n_2+1)\alpha+\beta}$

$\frac{\beta^2}{2n}$ $(n_2+1)\alpha + \beta$

$\beta + (n_2-1)\alpha$

$\arcsin\left(\frac{\sin\beta}{n} - \frac{\alpha\sqrt{n^2-\sin^2\beta}}{n}\right)$



$(n-1)\alpha$

$90 + \beta - (n_2-1)\alpha$

$90 + \gamma - (n_2-1)\alpha$

$90 - \gamma$