

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 11-03

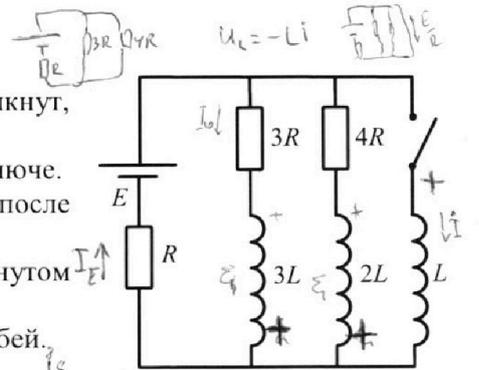
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Параметры цепи указаны на схеме, все элементы идеальные. Ключ разомкнут, режим в цепи установился. Затем ключ замыкают.

- 1) Найти ток I_{10} через резистор с сопротивлением $3R$ при разомкнутом ключе.
- 2) Найти скорость возрастания тока в катушке индуктивностью L сразу после замыкания ключа.
- 3) Какой заряд протечет через резистор с сопротивлением $3R$ при замкнутом ключе?

Ответы давать с числовыми коэффициентами в виде обыкновенных дробей.



$$\frac{12^2 \cdot 3}{2} = \frac{134}{R}$$

$$\mathcal{E}_3 = 3I_3 R + I_3 R - E$$

$$\mathcal{E}_3 = 4I_3$$

$$L_3 \dot{I}_3 = I_3 R$$

$$\frac{1}{2} \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{1}{3} \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{3}{2} \frac{dI}{dt}$$

$$-I_1 R + E - I_3 \cdot 3R + \mathcal{E}_3 = 0$$

5. Оптическая система состоит из двух призм с показателями преломления n_1 и n_2 и находится в воздухе с показателем преломления $n_b = 1,0$. Точечный источник света S расположен на расстоянии $a = 90$ см от системы и рассматривается наблюдателем так, что источник и глаз наблюдателя находятся на прямой, перпендикулярной наружным поверхностям призм (см. рис.). Угол $\alpha = 0,1$ рад можно считать малым, толщина $h = 14$ см. Толщина призмы с показателем преломления n_2 на прямой «источник – глаз» намного меньше h . Отражения в системе не учитывать.

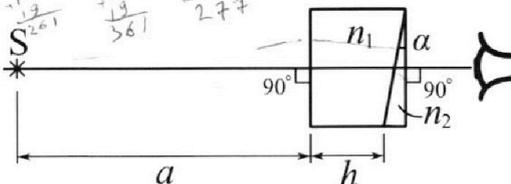
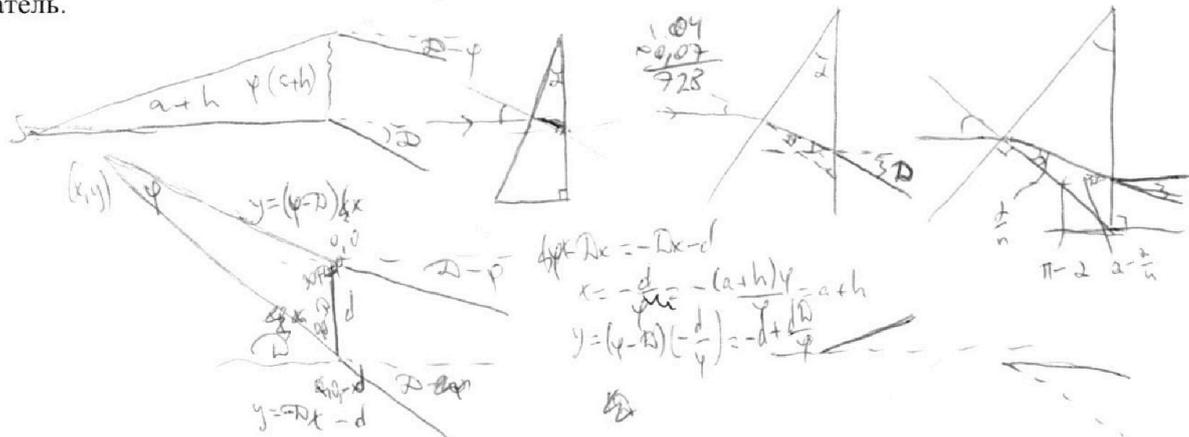


рис.). Угол $\alpha = 0,1$ рад можно считать малым, толщина $h = 14$ см. Толщина призмы с показателем преломления n_2 на прямой «источник – глаз» намного меньше h . Отражения в системе не учитывать.

- 1) Считая $n_1 = n_b = 1,0$, $n_2 = 1,7$, найдите на какой угол отклонится системой луч, идущий от источника перпендикулярно левой грани системы.
- 2) Считая $n_1 = n_b = 1,0$, $n_2 = 1,7$, найдите расстояние между источником и его изображением, которое будет видеть наблюдатель.
- 3) Считая $n_1 = 1,4$, $n_2 = 1,7$, найдите на каком расстоянии от источника будет его изображение, которое увидит наблюдатель.



$$-E + IR + L \dot{I} = 0$$

$$I = \int I dt$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

1) В начале разгона (при $t \leq 20$ с) график $V(t)$ с хорошей точностью
прямой \Rightarrow ускорение почти постоянно.

По графику скорость V (время $t = 0$ с) ≈ 10 м/с; $V(20$ с) $\approx 17,5$ м/с.

Ускорение $a = \frac{\text{изменение } V}{\text{изменение } t} = \frac{17,5 \text{ м/с} - 10 \text{ м/с}}{20 \text{ с} - 0 \text{ с}} = \frac{7,5 \text{ м/с}}{20 \text{ с}} = 0,375 \text{ м/с}^2$

Ответ: $a = 0,375 \text{ м/с}^2$.

2) По графику конечная скорость $v_k = 25$ м/с. Пусть α — коэффициент,
с которым сила сопротивления пропорциональна
скорости. Сила сопротивления в конце разгона $= \alpha v_k$,
в начале $= \alpha v_0$, где $v_0 = 10$ м/с — начальная скорость (по графику).

Т.к. в конце разгона ускорение $= 0$, и закон Ньютона:

в начале: $ma = F_0 - \alpha v_0$; в конце: $m \cdot 0 = F_k - \alpha v_k$

(т.к. на автомобиль действует сила тяги вперед и сопротивляющая сила)
 $\Rightarrow \alpha = \frac{F_k}{v_k}$; $F_0 = ma + \alpha v_0 = ma + \frac{F_k \cdot v_0}{v_k} = 7500 \text{ кг} \cdot 0,375 \text{ м/с}^2 +$
 $+ 600 \text{ Н} \cdot \frac{10 \text{ м/с}}{25 \text{ м/с}} = \frac{5}{2} = 562,5 \text{ Н} + 240 \text{ Н} = 802,5 \text{ Н}$

Ответ: $F_0 = 802,5 \text{ Н}$.

3) Т.к. ^{в начале} сила со стороны двигателя — F_0 , скорость — v_0 , то
он передает мощность $P_0 = F_0 v_0 = 802,5 \text{ Н} \cdot 10 \text{ м/с} = 8025 \text{ Вт}$
Ответ: $P_0 = 8025 \text{ Вт}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№2

1) Пусть в начале кол-во гелия — ν_{He} , углекислого газа — ν_{CO_2} .
 В верхней части объем $\frac{V}{2}$, давление P_0 ; в нижней — тоже, температура кол-во большого газа можно переписать, т.к. можно его разделить. Эти Менделеев-Клапейрон для He: $P_0 \cdot \frac{V}{2} = \nu_{He} R T_0$,
 для CO_2 : $P_0 \cdot \frac{V}{4} = \nu_{CO_2} R T_0$

Объем $CO_2 = \frac{V}{2} - \frac{V}{4}$, т.е. газ занимает $\frac{V}{4}$, газ свободно $\frac{V}{4}$

$$\nu_{He} = \frac{P_0 V}{2 R T_0}; \quad \nu_{CO_2} = \frac{P_0 V}{4 R T_0}; \quad \frac{\nu_{He}}{\nu_{CO_2}} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$$

\swarrow вес газ вверх
 \nwarrow вес газ вниз

Ответ: $\frac{\nu_{He}}{\nu_{CO_2}} = 2:1$.

2) До нагревания в газе было некоторое количество $\Delta V = k \cdot P_0 \cdot \frac{V}{4} \Rightarrow$
 \Rightarrow после нагревания, когда кинем не нагревание, кол-во $CO_2 = (\nu_{CO_2} + \Delta V)$.

Внизу объем газа будет $V - \frac{V}{5} - \frac{V}{4} = \frac{20V - 5V - 5V}{20} = \frac{11V}{20}$. Пусть установившееся давление — P (оно в обеих частях, т.е. поршень движется без трения). Кол-во большого газа после нагревания — ν_n , его парциальное давл. — $P_n \Rightarrow$ парц. давл. $CO_2 = P - P_n$.

Ур-ие Менделеев-Клапейрон сверху: $P \cdot \frac{V}{5} = \nu_{He} R T$,

внизу: $P \cdot \frac{11V}{20} = (\nu_{CO_2} + \Delta V + \nu_n) R T$

~~$\frac{11}{20} P$~~ отсюда для CO_2 : $(P - P_n) \cdot \frac{11V}{20} = (\nu_{CO_2} + \Delta V) R T$ $\left(\frac{P V}{5} = \frac{P_0 V}{2 R T_0} \cdot R T \Rightarrow \frac{T}{T_0} = \frac{2}{5} \cdot \frac{P}{P_0} \right)$

для газа: $P_n \cdot \frac{11V}{20} = \nu_n R T$ $\left((P - P_n) \cdot \frac{11V}{20} = \left(\frac{P_0 V}{4 R T_0} + \frac{k P_0 V}{4} \right) R T \right)$

$$\frac{11}{20} (P - P_n) = \left(\frac{P_0}{4 R} \cdot \frac{2 P \cdot T}{5 P_0} + \frac{k P_0}{4} \right) R T$$

$$\frac{11}{20} (P - P_n) = \frac{P_0}{4} \left(\frac{5 P_0}{2 P} + k R T \right)$$

$$P - P_n = \frac{5}{11} P_0 \left(\frac{5 P_0}{2 P} + k R T \right)$$

$$P_n = P - \frac{5}{11} P_0 \left(\frac{5 P_0}{2 P} + k R T \right)$$

$$\nu_n = \frac{11 V}{20 R T} \cdot P_n = \frac{11 V}{20 R T} \left(P - \frac{5}{11} P_0 \left(\frac{5 P_0}{2 P} + k R T \right) \right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3

2) Разность потенциалов между 1 и 2 создаётся зарядом $U_1 \Rightarrow$
 \Rightarrow при прохождении между ними частица приобретает кин. энергию: $K_1 - K_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2) = q(\varphi_2 - \varphi_1) = qU_1 = qU$
 (или $K_2 - K_1 = q(-U)$)
 Ответ: $K_1 - K_2 = qU$.

1) Так как плоский конденсатор из сеток 2 и 3 не создаёт поля вне себя, здесь поле создаётся только плоским конденсатором из сеток 1 и 2. Но ~~он не создаёт~~ поле U 1 и 2 не создаёт вне себя поле \Rightarrow частица движется по \perp с начальной v_0 .

Внутри конденсатора ускорение постоянно, пусть оно $= a$. Пусть частица пролетит 1 \rightarrow 2 за время t . Пусть $d =$
 $\rightarrow v_0 t - \frac{at^2}{2} = d$ (потенциал 2 $>$ чем у 1 $\Rightarrow a$ замедляет)
 $2v_0 t - at^2 = 2d$ (1)

Закон сохр. эк-и: $\frac{mv_0^2}{2} - qU = \frac{m(v_0 - at)^2}{2}$
 $mv_0^2 - 2qU = mv_0^2 - 2mv_0 at + ma^2 t^2$

или $2v_0 at - a^2 t^2 = \frac{2qU}{m}$ (2)

по формуле (2) из (1): $a = \frac{qU}{md}$
 Ответ: $a = \frac{qU}{md}$.

3) Пусть частица движется по А за время τ :

~~$v_0 \tau - \frac{a\tau^2}{2} = \frac{d}{4}$~~
 ~~$v_0 \tau - \frac{\tau^2 \cdot \frac{qU}{2md}}{2} = \frac{d}{4}$~~
 ~~$\tau^2 - \frac{2mdv_0 \tau + \frac{md^2}{2}}{qU} = 0$~~
 ~~$\tau = \frac{mdv_0 \pm \sqrt{md^2(mv_0^2 - \frac{qU}{2})}}{qU}$~~
 т.е. ~~$\sqrt{md^2 - \frac{qU}{2}}$~~

Для прохождения частицы за время τ время её движения

Пусть частица пролетит от 1 до А за время τ :

$v_0 \tau - \frac{a\tau^2}{2} = \frac{d}{4} \Rightarrow$ Пусть $2a\tau^2 - 4v_0 \tau + d = 0$
 $\frac{2qU}{md} \tau^2 - 4v_0 \tau + d = 0$
 $\frac{d}{4} = 4v_0^2 - d \cdot \frac{2qU}{md} = 4v_0^2 - \frac{2qU}{m}$
 $\tau = \frac{2v_0 \pm \sqrt{4v_0^2 - \frac{2qU}{m}}}{\frac{2qU}{md}} \cdot md \frac{md}{2qU}$

Возьмём только $-$, т.к. $+$ частица успеет пролететь от 1 до 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 (сформулировано)

$$\tau = \frac{md}{2gH} (2v_0 - \sqrt{4v_0^2 - \frac{2gH}{m}})$$

После этого скорость достигнет $v = v_0 - a\tau = v_0 - \frac{gH}{md} \cdot \frac{md}{2gH} \cdot (2v_0 - \sqrt{4v_0^2 - \frac{2gH}{m}}) = v_0 - (v_0 - \frac{1}{2}\sqrt{4v_0^2 - \frac{2gH}{m}}) = \sqrt{v_0^2 - \frac{gH}{2m}}$

Ответ: $v = \sqrt{v_0^2 - \frac{gH}{2m}}$

1 2 3 4 5 6 7

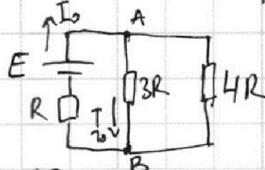
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4

1) Рассмотрим установившийся дозарядки режим: все токи в катушках постоянны \Rightarrow индуцируется ЭДС = 0, катушки можно заменить перемычками. Ток через L не течет так, т.к. ключ разомкнут \Rightarrow её можно выкинуть.

Схема эквивалентная:



A - потенциал у положительной клеммы источника, B - у группы параллельно резисторов R

$3R$ и $4R$ параллельно, R последовательно им \Rightarrow общее сопротивление

$$R_0 = R + \frac{3R \cdot 4R}{3R + 4R} = R + \frac{12}{7}R = \frac{19}{7}R$$

Ток через источник - $I_0 = \frac{E}{R_0} = \frac{7E}{19R}$

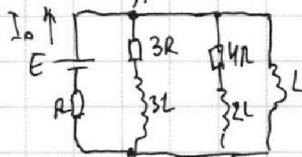
На R падает напряжение $I_0 R$, разность потенциалов на AB - $E - I_0 R$

\Rightarrow падение на $3R$ - $E - I_0 R$, оно же по закону Ома $3R \cdot I_{10}$

$$\Rightarrow I_{10} = \frac{E - I_0 R}{3R} = \frac{E - \frac{7E}{19R} \cdot R}{3R} = \frac{19E - 7E}{3R \cdot 19} = \frac{12E}{57R}$$

Ответ: $I_{10} = \frac{12E}{57R}$

2) Т.к. сразу после замыкания ток резко не меняется, он останется на мгновенном уровне $I_0 \Rightarrow$ разность потенциалов AB останется $= E - I_0 R = \frac{19E - 7E}{19} = \frac{12E}{19}$



После замыкания цель состоит:

Разной потенциалов A-B совпадает с ЭДС, индуцируемой в L (какой её \mathcal{E}_i) $\Rightarrow |\mathcal{E}_i| = \frac{12E}{19}$

Т.к. по закону Фарадея-Максвелла $|\mathcal{E}_i| = L \dot{I}$, где \dot{I} - скорость возрастания тока в катушке, то $\dot{I} = \frac{|\mathcal{E}_i|}{L} = \frac{12E}{19L}$

Ответ: $\dot{I} = \frac{12E}{19L}$

3) До замыкания и в момент размыкания ток через $4R$ - $I_{20} = \frac{12E}{19 \cdot 4R} = \frac{3E}{19R}$, т.к. разность потенциалов - та же A-B.

В тот же момент энергии в катушке $3L$ - $W_{10} = \frac{3L \cdot I_{10}^2}{2} = \frac{3L \cdot (12E)^2}{2 \cdot (57R)^2} = \frac{18LE^2}{(19R)^2}$

и в катушке $4L$ - $W_{20} = \frac{4L \cdot I_{20}^2}{2} = \frac{4L \cdot (3E)^2}{2 \cdot (19R)^2} = \frac{18LE^2}{(19R)^2}$

Рассет установившийся после замыкания режим: токи постоянны \Rightarrow катушки заменить перемычками.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. резистором $3R$ и $4R$ параллельная цепь (NY (трансформация))
милли, ток через них (и посл. им ветви) не течёт \Rightarrow
 \Rightarrow энергия в $3L$ ~~и много позже замкнуты~~ $- W_{11} = \frac{3L \cdot 0^2}{2} =$
 $= 0$, в $4L - W_{221} = \frac{4L \cdot 0^2}{2} = 0$

Ток через вет. $- I_1 = \frac{E}{R}$, т.к. общ. сопр. $= R \Rightarrow$
 \Rightarrow энергия в $L - W_{31} = \frac{R \cdot L \cdot I_1^2}{2} = \frac{LE^2}{2R^2}$

До замкнутой цепи L не течёт ток \Rightarrow энергия в L до $W_{30} = \frac{L \cdot 0^2}{2} = 0$

Работа источника $A_{ист} =$ изменение магн. энергии $= (W_{11} - W_{10}) +$
 $+ (W_{21} - W_{20}) + (W_{31} - W_{30}) = -\frac{216LE^2}{(57R)^2} - \frac{18LE^2}{(19R)^2} + \frac{LE^2}{2R^2} = \frac{LE^2}{R^2} \cdot$
 $\cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{216}{3^2 \cdot 19^2} - \frac{18}{19^2} \right) = \frac{LE^2}{R^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{24+18}{19^2} \right) = \frac{LE^2}{R^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{42}{19^2} \right) = \frac{LE^2}{R^2} \cdot \frac{381-84}{2 \cdot 361} =$
 $= \frac{277LE^2}{722R^2}$

$A_{ист} = qE$, где q — заряд, прош. через вет. $\Rightarrow q = \frac{A_{ист}}{E} = \frac{277LE}{722R^2}$

1 2 3 4 5 6 7

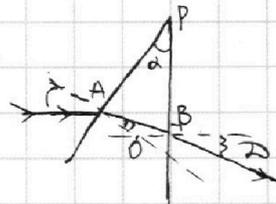
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5

1) Так $n_1 = n_2$, в любой призме луч не преломится, её можно не рассматривать. Рассм. только призму:

Пусть луч падает в точку А. Он \perp вертикали \rightarrow угол падения = α (так как нормаль \perp не вертикал. стороне). Пусть точка выхода луча из призмы — В, угол отклонения — D — между ~~горизонтальной~~ ~~нормалью~~ и ~~горизонтальной~~ нормалью. Пусть нормаль к третьей поверхности в О, в вершине угла α — Р.



$\triangle ABO$: $\angle A = \angle B = 90^\circ \Rightarrow \angle AOB = 180^\circ - \alpha$
 $\angle ABO = 180^\circ - \alpha - \angle OAB = \alpha - \angle OAB$ — угол падения при выходе из призмы, $\angle OAB$ — угол преломления
 Так угол падения, $\angle OAB = \frac{n_1}{n_2} \alpha \Rightarrow \angle ABO = \alpha - \frac{n_1}{n_2} \alpha = \frac{n_2 - n_1}{n_2} \alpha$

У 3-ей поверхности $\sin \angle OAB = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha$ следует

Преломление на выходе: $\sin D = \frac{n_2}{n_0} \sin \angle ABO \Rightarrow$

$$\Rightarrow D = \frac{n_2}{n_0} \angle ABO = \frac{n_2}{n_0} \cdot \frac{n_2 - n_1}{n_2} \alpha = \frac{n_2 - n_1}{n_0} \alpha = \frac{1,7 - 1,0}{1,0} \cdot 0,1 \text{ рад} = 0,07 \text{ рад}$$

Ответ: $D = 0,07 \text{ рад}$.

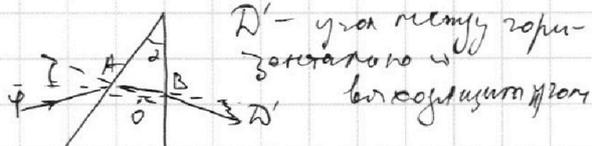
2) Также не рассм. только призму. Рассм. луч, отклоняющ. от линии «исходная — шаг» на величину угла φ :

угол падения = $\alpha + \varphi$

$$\angle OAB = \frac{n_1}{n_2} (\alpha + \varphi)$$

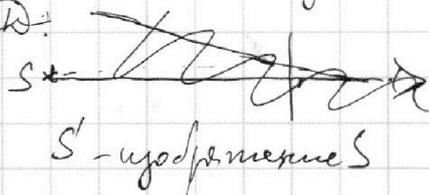
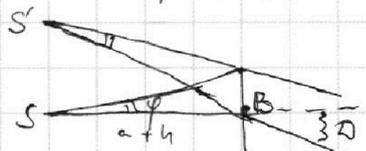
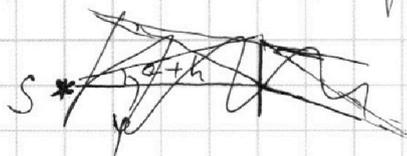
$$\angle ABO = \alpha - \angle OAB = \alpha - \frac{n_1}{n_2} \alpha - \frac{n_1}{n_2} \varphi$$

$$D' = \frac{n_2}{n_0} \angle ABO = \frac{n_2}{n_0} \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2} \alpha - \frac{n_1}{n_2} \varphi \right) = \frac{(n_2 - n_1) \alpha - n_1 \varphi}{n_0} = \frac{n_2 - n_1}{n_0} \alpha - \varphi = D - \varphi$$



D' — угол между горизонтальной и вертикальной нормалью

Насколько отклонит выходящий луч, настолько отклонится вертикаль \rightarrow расстояние между вертикалями равно D :



Так как размер призмы \ll расстоянию, можно считать все точки выхода лучей одной, тогда изображение в системе появится в направлении от этих точек к D : S' — изображение S

$\triangle SBS'$ — равнобедр. $\Rightarrow SS' = 2(a+h) \sin \frac{D}{2}$

$$SS' \approx (a+h) D = (90 \text{ см} + 14 \text{ см}) \cdot 0,07 \text{ рад} = 104 \text{ см} \cdot 0,07 = 7,28 \text{ см}$$

Ответ: $SS' = 7,28 \text{ см}$.



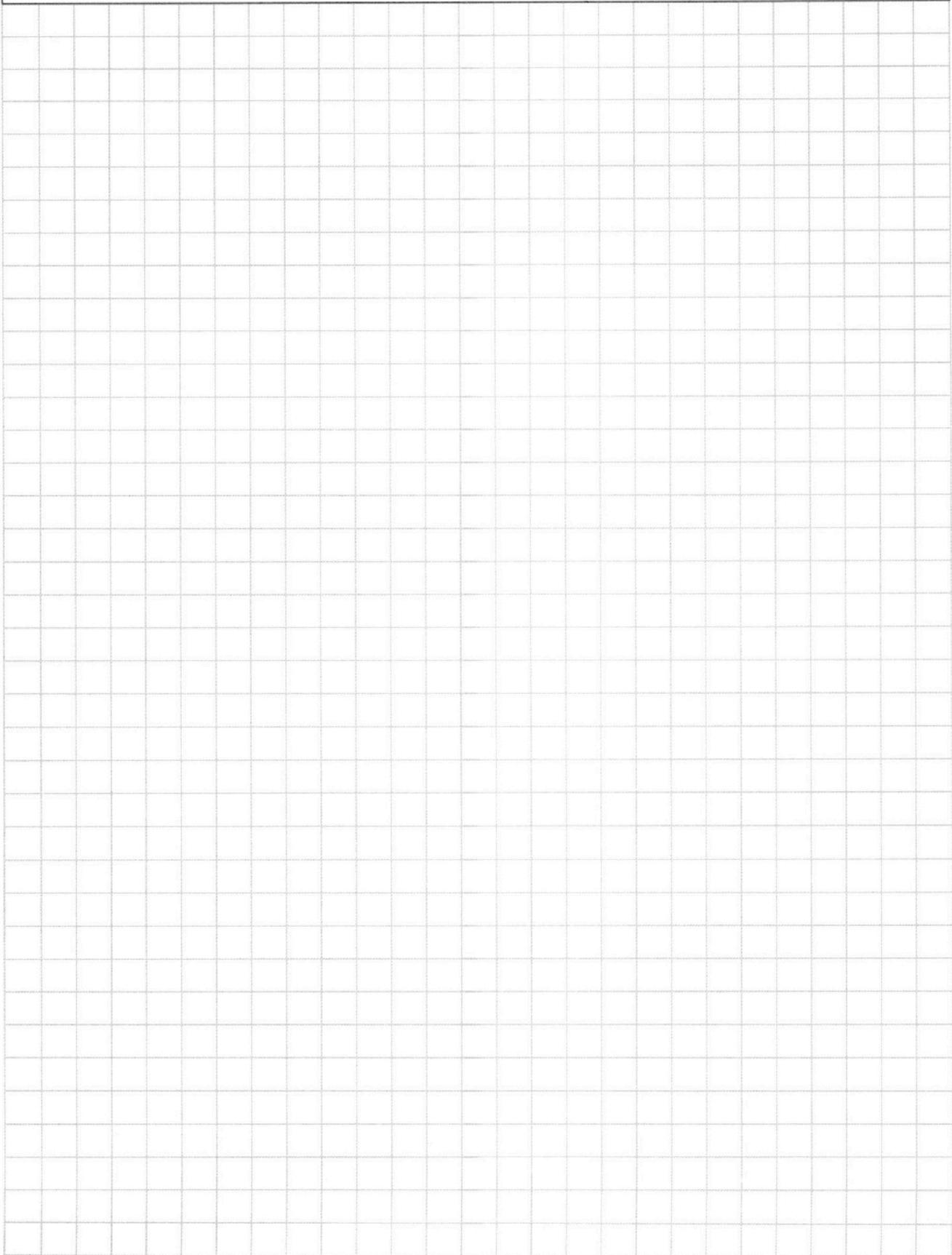
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





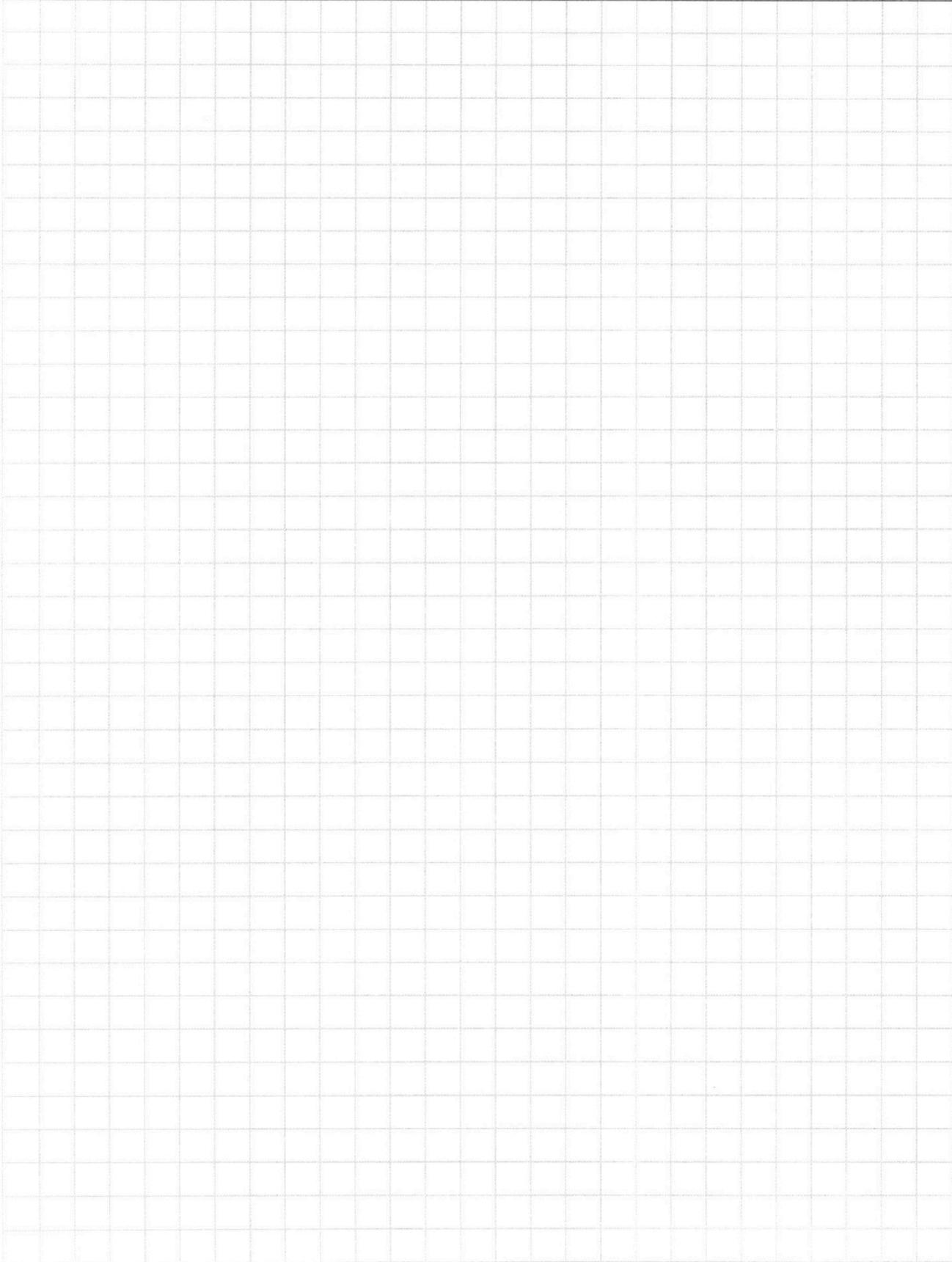
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

