



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x , y , z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже ~~велосипедиста~~. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA , AB , BC в точках D , E , F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

✓1:

Обозначим степень вхождения числа 3 в a за d , в b за β , в c за f . Тогда по условию

$$\begin{cases} d + \beta \geq 14 \\ \beta + f \geq 19 \\ d + f \geq 23 \end{cases}$$

Складывая, получаем $2(d + \beta + f) \geq 56$, $d + \beta + f \geq 28$.

В произведении abc число 3 входит в степени $d + \beta + f$,
поэтому степень вхождения числа 3 в abc не меньше 28.

т.к. $\frac{a}{4}c$ делится на $3^{23} \cdot 7^{42}$, то степень вхождения 7

в abc не меньше 42. Тогда $abc \geq 3^{28} \cdot 7^{42}$, значит наимень-
шее ~~число~~ ~~abc~~ возможное значение числа abc это $3^{28} \cdot 7^{42}$.

Приведем пример: пусть $a = 3^9 \cdot 7^{13}$, $b = 3^5$, $c = 3^{14} \cdot 7^{29}$

Тогда $ab = 3^{14} \cdot 7^{13}$, т.е. $ab : 3^{14} \cdot 7^{13}$; $bc = 3^{19} \cdot 7^{29}$, $bc :$
 $3^{19} \cdot 7^{17}$; $ac = 3^{23} \cdot 7^{42}$, $ac : 3^{23} \cdot 7^{42}$; $abc = 3^{28} \cdot 7^{42}$

Ответ: $3^{28} \cdot 7^{42}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

✓а:

Т.к. числитель можно сократить на m , то $(a+b):m$.

Оба Пусть $a \equiv x$, тогда $b \equiv m-x$, $x \in (0, m)$, $m \geq 1$.

Т.к. $(a^2 - gab + b^2):m$, то $a^2 - gab + b^2 \equiv 0$, тогда

$$x^2 - g \cdot x \cdot (m-x) + (m-x)^2 \equiv 0, \text{ т.е. } x^2 - gx + gx^2 + m^2 - 2xm + x^2 \equiv 0$$

$$11x^2 - 11xm + m^2 \equiv 0, \text{ значит } 11x^2 \not\equiv m$$

Пусть $m > 11$, тогда $(x, m) > 1$. Обозначим $(x, m) = k \cdot d$, $k > 1$.

Тогда $m = k \cdot c$, $x = k \cdot d$, значит $a \equiv kd$, $b \equiv kc - kd$

Но тогда a имеет вид $kd \cdot e + kc$, а b имеет вид $k(c-d) \cdot f + kc$, т.е. оба числа кратны k , что невозможно ($k > 1$).

Значит $m \leq 11$. Приведем пример на $m = 11$: $a = 6$, $b = 5$. Тогда:

$$\frac{11}{6^2 - 9 \cdot 6 \cdot 5 + 25} = \frac{11}{-209} = -\frac{11}{11 \cdot 19} = -\frac{1}{19}.$$

Ответ: при $m = 11$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x \quad \sqrt{3}: \quad \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

Замена: пусть $3x^2 - 5x + 6 = U^2$, $3x^2 + x + 1 = V^2$ ($U \geq 0, V \geq 0$)

Тогда $\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = U$, $\sqrt{3x^2 + x + 1} = V$. Заметим, что $5 - 6x = 3x^2 - 5x + 6 - (3x^2 + x + 1) \in \mathbb{Z}$, т.е. $5 - 6x = U^2 - V^2$. Тогда:

$$U^2 - V^2 = U^2 - V^2$$

$U - V = (U - V)(U + V)$. Разберём 2 варианта; 1) $U \neq V$; 2) $U = V$.

1) при $U \neq V$: $U + V = 1$, т.е. $\begin{cases} \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1 \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x \end{cases} \quad (1)$

$$\begin{cases} 2\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 6 - 6x \quad | :2 \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 3 - 3x \quad (1) \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1): \begin{cases} 3x^2 - 5x + 6 = (3 - 3x)^2 \\ 3 - 3x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x^2 - 5x + 6 = 9 - 18x + 9x^2 \\ 3x \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x^2 - 13x + 3 = 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{13 + \sqrt{97}}{12} \\ x = \frac{13 - \sqrt{97}}{12} \\ x \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{13 + \sqrt{97}}{12} \\ x = \frac{13 - \sqrt{97}}{12} \end{cases}$$

Тогда, возвращаясь к системе: $\begin{cases} x = \frac{13 - \sqrt{97}}{12} \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = \frac{13 - \sqrt{97}}{12} \\ \sqrt{3 \cdot \left(\frac{13 - \sqrt{97}}{12}\right)^2 - 5 \cdot \frac{13 - \sqrt{97}}{12} + 6} + \sqrt{3 \cdot \left(\frac{13 - \sqrt{97}}{12}\right)^2 + \frac{13 - \sqrt{97}}{12} + 1} = 1 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{3}$ (проверка):

$$X = \frac{13 - \sqrt{97}}{12}$$

$$3 \cdot \frac{169 - 26\sqrt{97} + 97}{144} - \frac{20 \cdot (13 - \sqrt{97})}{48} + \frac{288}{48} + \sqrt{3 \cdot \frac{169 - 26\sqrt{97} + 97}{144} + \frac{4(13 - \sqrt{97}) + 40}{48}} = 1$$

$$X = \frac{13 - \sqrt{97}}{12}$$

(2): $\sqrt{3x^2 + x + 1} = 1 - (3 - 3x)$, $\sqrt{3x^2 + x + 1} = 3x - 2$

$$\begin{cases} 3x^2 + x + 1 = 9x^2 - 12x + 4 \\ 3x^2 - 2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x^2 - 13x + 3 = 0 \\ x \geq \frac{2}{3} \end{cases} \quad \left\{ X = \frac{13 \pm \sqrt{97}}{12} \right.$$

Тогда возвращаться в систему:

$$\begin{cases} X = \frac{13 + \sqrt{97}}{12} \\ X = \frac{13 - \sqrt{97}}{12} \end{cases}$$

система не имеет решений.

2) при $U \geq V$: тогда $\begin{cases} \sqrt{3x^2 - 5x + 6} = \sqrt{3x^2 + x + 1} \\ 5 - 6x = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1 \\ 3x^2 - 5x + 6 \geq 0 \\ 6x = 5 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 6x = 5 \\ 3x^2 - 5x + 6 \geq 0 \\ 6x = 5 \end{cases} \quad \left\{ X = \frac{5}{6} \right.$$

(3): при $x = \frac{5}{6}$: $3 \cdot \frac{25}{36} - 5 \cdot \frac{5}{6} + 6 \geq 0$, что верно, значит $x = \frac{5}{6}$ подходит.

Ответ: $x = \frac{5}{6}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5:

$$y = 5x - 3z, y^2 = (5x - 3z)^2 = 25x^2 - 30xz + 9z^2$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \quad | \cdot xyz, \quad 8yz + xz = 15xy$$

$$xz = 15xy - 8yz.$$

$$30xz = 450xy - 240yz$$

$$y^2 =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№6 (пропор. & еще)!

$$10 V_m t_m - 154 t_m + 3 V_m - 126 = 0 \quad (33)$$

$$\text{из (2): } V_m t_m = (49 - V_m) t_m + V_B 49 - V_m$$

$$V_m t_m = 49 t_m - V_m t_m + V_B, \quad \underline{2 V_m t_m = 49 t_m - V_m + 49}, \quad (*)$$

(*) $\rightarrow$ (33):

$$2 \cdot 49 t_m - 5 V_m + 2 \cdot 49 - 154 t_m + 3 V_m - 126 = 0.$$

$$91 t_m - 2 V_m + 119 = 0, \quad 2 V_m = 91 t_m + 119$$

$$3 V_m = \frac{273 t_m + 357}{2} \quad (333) \quad 10 V_m = 455 t_m + 595 \quad (4)$$

$$(\text{33} \rightarrow \text{333}) 10 V_m t_m = 154 t_m - 3 V_m + 126$$

$$\cancel{10 V_m t_m} \quad (455 t_m + 595) t_m = 154 t_m - \frac{273 t_m + 357}{2} + 126 \quad | \cdot 2$$

$$2 t_m (455 t_m + 595) = 308 t_m - 273 t_m + 357 + 252$$

$$910 t_m^2 + 1190 t_m = 308 t_m - 273 t_m + 357 + 252$$

$$910 t_m^2 - 1155 t_m + 105 = 0 \quad | :5$$

$$182 t_m^2 - 231 t_m + 21 = 0. \quad D = \cancel{53009} = 15288 = 47724$$

Решая уравн., получаем t_m , а ное подставляем в (4)



№6:

Пусть V_m (км/ч) — скорость мотоциклиста, $V_m > 0$

V_B (км/ч) — скорость велосипедиста, $V_B > 0$.

t_m (ч) — время, за которое мотоциклист проехал путь AB.

Тогда время, за которое велосипедист проехал AB равно t_{m+1} .

тогда расстояние AB одинаково для обоих

участников, то $V_m t_m = V_B (t_m + 1)$. из также $V_B t_m = V_m (t_m + 1)$

— 49. Из предыдущего предположения: $\frac{V_m t_m}{V_m + 7} = \frac{V_m t_m}{V_B + 7} = \frac{3}{5}$

($V_m t_m$ — расст. от А до В).

Тогда:

$$\begin{cases} V_m t_m = V_B t_m + V_B \\ V_B t_m = V_m t_m + V_m - 49 \\ \frac{V_m t_m}{V_m + 7} = \frac{V_m t_m}{V_B + 7} = \frac{3}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} V_m t_m = V_B t_m + V_B \\ V_m t_m = V_B t_m + V_m + 49 \\ \frac{V_m t_m}{V_m + 7} = \frac{V_m t_m}{V_B + 7} = \frac{3}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} V_B = 49 - V_m \\ V_m t_m = V_B t_m + V_B \\ \frac{V_m t_m}{V_m + 7} = \frac{V_m t_m}{V_B + 7} = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$V_B = 49 - V_m$$

$$V_m t_m = V_B t_m + V_B \quad (2)$$

$$V_m t_m (V_B + 7) = 5(V_m + 7) V_m t_m - 3(V_m + 7)(V_B + 7) \quad (3)$$

из (3): $5 V_m t_m (49 - V_m) = 5(V_m + 7) V_m t_m - 3(V_m + 7)(49 - V_m)$

$$210 V_m t_m - 5 V_m^2 t_m = 5 V_m^2 t_m + 35 V_m t_m - 126 V_m + 3 V_m^2 - 882 + 21 V_m$$

$$10 V_m^2 t_m - 154 V_m t_m + 3 V_m^2 - 126 V_m = 0 \quad | : V_m > 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5-6x = u-v$$

$$u-v = u-v$$

$$\sqrt{3x^2-5x+6} - \sqrt{3x^2+x+1} = 5-6x$$

$$\sqrt{3x^2-5x+6} + \sqrt{3x^2+x+1} = 1$$

$$\left(\frac{13-\sqrt{97}}{12}\right)^2 = \frac{169 - 26\sqrt{97} + 97}{144}$$

$$\begin{array}{r} 28 + 169 + 260 \sqrt{97} \\ + 169 \\ \hline 294 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2\sqrt{3x^2-5x+6} \\ \times 48 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{169 - 26\sqrt{97} + 97 - 260 + 20\sqrt{97} + 288}{48}} + \sqrt{\frac{169 - 26\sqrt{97} + 97 + 52 - 4\sqrt{97} + 48}{48}}$$

$$\sqrt{\frac{-6\sqrt{97} + 294}{48}} + \sqrt{\frac{-30\sqrt{97} + 366}{48}} = \sqrt{\frac{-\sqrt{97} + 49}{8}} + \sqrt{\frac{-5\sqrt{97} + 61}{8}} = 1$$

$$3x \geq 2$$

$$x \geq \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{\frac{-10+49}{8}} + \sqrt{\frac{-50+61}{8}}$$

$$5+$$

$$3-3x + \sqrt{3x^2+x+1} = 1, \sqrt{3x^2+x+1} = 3x-2$$

$$3x^2+x+1 = 9x^2-12x+4, 6x^2-13x+3$$

$$\frac{13-\sqrt{97}}{12} \neq \frac{2}{12}$$

$$13-\sqrt{97} > 8$$

$$13-\sqrt{97} < 8, \sqrt{97} < 5$$

$$\frac{75}{36} - \frac{25}{6} + 6 \geq 0, \frac{75}{36} - \frac{150}{36} + 216$$

$$\frac{e^{2\varepsilon+\eta}}{e^2 - (6+5)\cdot e^2} = \frac{e^{2\varepsilon+\eta}}{e^2 - (5+5)(6-5)} = \frac{e^{2\varepsilon+\eta}}{e^2 - 6 - 5 + 5} = \frac{e^{2\varepsilon+\eta}}{e^2 - 6}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 3^{14} \cdot 7^{13} \quad bc : 3^{19} \cdot 7^{17} \quad ac : 3^{23} \cdot 7^{42} \quad \min(abc) \rightarrow$$

$$3^{23} \cdot 7^{42} : b = 3^{23} \cdot 7^{42} \quad c = b = 1 \quad c = 3^{19} \cdot 7^{17} \quad a = 3^{14} \cdot 7^{13}$$

$$3^{33} \cdot 7^{42} : b = 1 \quad c = 3^{19} \cdot 7^{17} \quad a = 3^{14} \cdot 7^{25} \quad \checkmark$$

$$a = 3^d \cdot \dots$$

$$U^2$$

$$(3x-3)^2 = 9x^2 - 2 \cdot 3x \cdot 3 + 9$$

$$b = 3^{14-d} \cdot \dots$$

$$abc = 3^{d+14-d+23-d} \cdot \dots$$

$$c = 3^{23-d} \cdot \dots$$

$$169 - 2d = 97$$

$$d = 9$$

$$3^{28}$$

$$3^{14-d} \cdot 3^{23-d} \geq 3^{19}$$

$$abc$$

$$3^{21} \cdot 7^{42} \quad 3^{d+14-d+23-d} \quad 3^{58-d}$$

$$\frac{360}{6} = \frac{60}{3} \quad 37-2d \geq 3^{19}, \quad 37-2d \geq 19, \quad 18 \geq 2d, \quad \boxed{9 \geq d}$$

$$a = 3^9 \cdot 7^{13}$$

$$b = 3^5$$

$$c = 3^{14} \cdot 7^{29}$$

$$a = 3^d$$

$$b = 3^p$$

$$c = 3^f$$

$$(a,b) = 1$$

$$\begin{cases} d+p \geq 14 \\ p+f \geq 19 \\ d+f \geq 23 \end{cases}$$

$$d+p+f \geq ?$$

$$2(d+p+f) \geq 56, \quad d+p+f \geq 28$$

$$(a+b) : m$$

$$\frac{a+b}{a^2 - gab + b^2}$$

$$\max(m), : (a+b) : m, (a^2 - gab + b^2) : m$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}$$

$$(a+b) \mid m$$

$$m \in \mathbb{N}$$

$$a \equiv x \pmod{m} \quad (x \in \{0, \dots, m-1\})$$

$$a^2 - gab + b^2 \equiv m$$

$$b \equiv m-x$$

$$\frac{3+5}{9-9 \cdot 3 \cdot 5+25} = \frac{8}{-101}$$

$$x^2 - 9 \cdot x \cdot (m-x) + (m-x)^2$$

$$x^2 - 9xm + 9x^2 + m^2 - 2xm + x^2$$

$$11x^2 \equiv m$$

$$\max(m) = 11$$

$$11x^2 \equiv 0$$

$$11x^2 - 11xm + m^2 \equiv 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~1+999~~ $m = 666$, $x = 166$, $1+ x + x^2$
 $11x^2 : m, (a, b) = 1$
 $81(x^2 - 5) - 9 + x^5 - x^6$
 $a \equiv 9, b \equiv 72$ $11 = 9 + x^5 - x^6$
 $11 = x^9 - 5$

$a = 81k + 9$ $b = 81m + 72$

① $(m, 11) = 1, x^2 : m$ $x = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$ $m = 2^2 \cdot 3^3$

$a \equiv 6, b \equiv$ $a = xu, m = kx$

$a \equiv kx, b \equiv kx - x$ $5 + x^9 - \sqrt{1-x} - 9 + x^5 -$

$a = (kx \cdot 5 + x), b = (kx \cdot 4 + kx - x), (a, b) = x, a : x, b : x$

$x = 1, k = m, a \equiv 1, b \equiv m - 1, 1 \equiv 1, 3^9 = 19$

$m \equiv 1, a = m \cdot t + 1, b = m \cdot t + m - 1, a + b = m \cdot t + m \cdot t + m, (a + b) : m$

② $(m, 11) > 1, 11x^2 : m$ $m = 11 \cdot 2^2 \cdot 3^3$ $x = 2^4 \cdot 3$ $a \equiv 6, b \equiv 1102$

$x : m, (m, 11) = 11, u = \frac{m}{11}, x^2 : u, u > 1, u \in \mathbb{N}$

$u : x, u = kx$ $4x = 5$

$a \equiv kx, b \equiv$ $3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1$ $a = 6c + 1102, b = 1102d + 1102$

если $m > 11$, то $(m, x) > 1, (m, x) = k$
 $x = k \cdot c, m = k \cdot d$

$a \equiv kc, b \equiv k \cdot d - k \cdot c$

$a = kc \cdot \dots + k \cdot d, b = k(d - c) \cdot \dots + k \cdot d, (a, b) \geq k$

$m = 11, 9c, 5: \frac{11}{36 - 9 \cdot 6 \cdot 5 + 25} = \frac{11}{119}$ $11 = 9 + x^5 - x^6$
 $1 - x - 2x^6 - 9 + x^5 - x^6 = x^9 - 5$ $11 = 9 + x^5 - x^6$



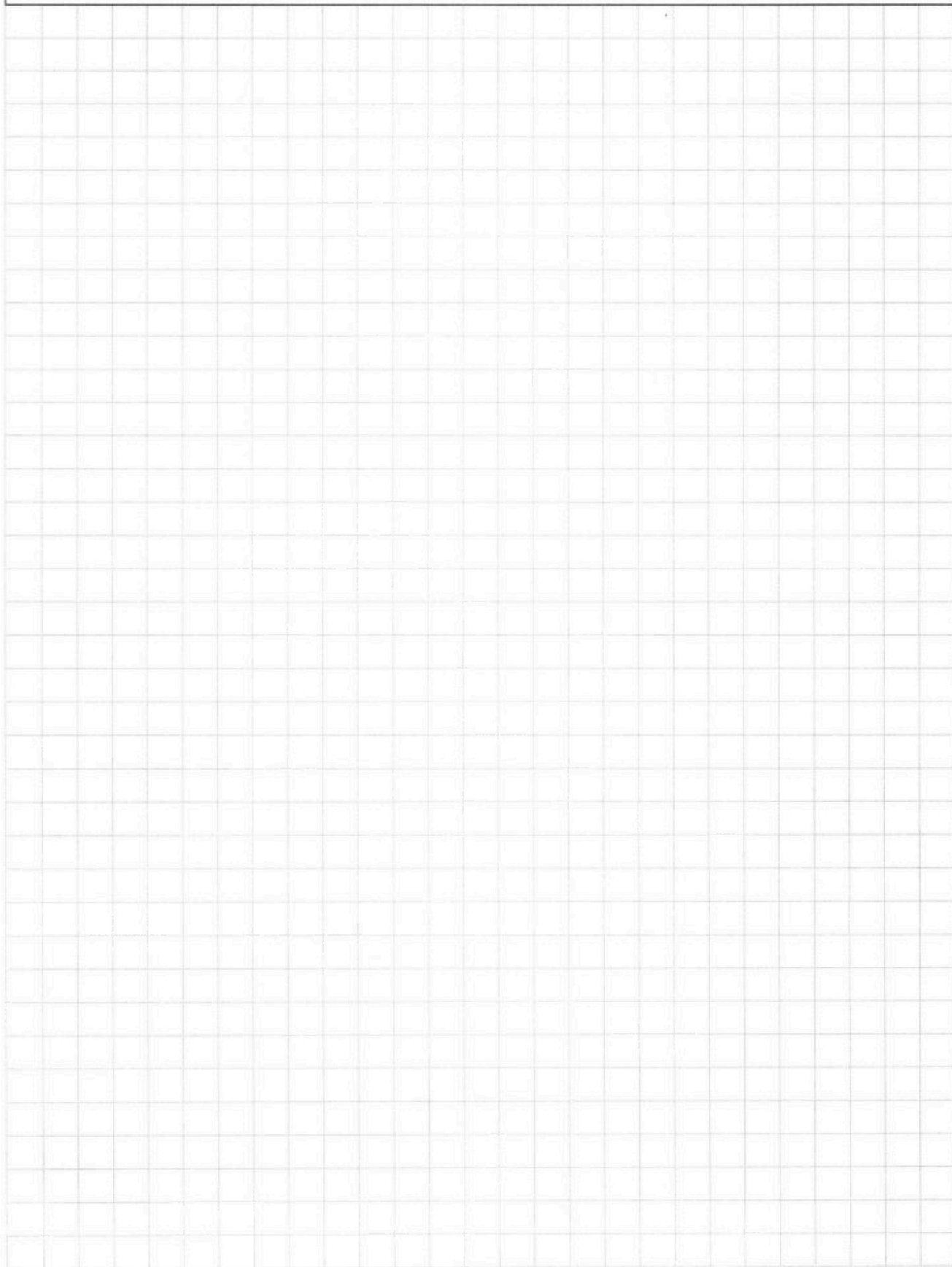
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$V_M, V_B.$$

$$S = V_M t_M = V_B(t_M + 1)$$

$$t_M. \quad t_B = t_M + 1$$

$$V_M t_M = V_B(t_M + 1)$$

$$V_B t_M + 49 = V_M(t_M + 1)$$

$$V_M \left(\frac{V_M t_M}{V_M + 7} + \frac{3}{5} \right) = \frac{V_M t_M}{V_B + 7} \quad | \cdot 5(V_M + 7)(V_B + 7)$$

$$V_M t_M = V_B(t_M + 1)$$

$$V_B t_M + 49 = V_M(t_M + 1) \rightarrow V_M t_M + V_M$$

$$5(V_B + 7)(V_M t_M + 3(V_M + 7)(V_B + 7)) = 5 V_M t_M (V_M + 7)$$

$$V_B t_M + V_B = V_M t_M + 49 - V_M$$

$$V_B + V_M = 49$$

$$5(42 - V_M)V_M t_M + 3(V_M + 7)(42 - V_M)$$

$$V_B t_M + V_B - V_M t_M - V_M + 49 = 0$$

$$V_B + V_M =$$

$$V_M t_M = (49 - V_M)t_M - V_M + 49$$

$$V_M t_M = 49 t_M - V_M t_M - V_M + 49$$

$$2 V_M t_M = 49 t_M - V_M + 49$$

$$V_M t_M = (49 - V_M)t_M + V_B$$

$$V_M t_M = 49 t_M - V_M t_M + V_B$$

$$2 V_M t_M = 49 t_M + V_B$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 42 \\ \hline 84 \\ 84 \\ \hline 882 \end{array}$$

$$91.3 = 273$$

$$\begin{array}{r} 1155 \\ - 1015 \\ \hline 140 \\ - 140 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ 232 \end{array}$$

$$119.3 = 357$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 119 \\ \hline 596 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 42 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 910 \\ - 5 \\ \hline 41 \\ - 40 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$56 - 210 + 35 + 21$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 154 \\ \times 14 \\ \hline 910 \\ - 5 \\ \hline 41 \\ - 40 \\ \hline 10 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$8yz + xz = 15xy, \quad xz = 15xy - 8yz, \quad 15xz = 225xy - 120yz$$

$$\frac{3z(5x+y) - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{15xz + 3yz - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{225xy - 120yz - z^2}{y^2 + 3z^2}$$

$$y = 5x - 3z, \quad y^2 = 25x^2 - 30xz + 9z^2$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{25x^2 - 25x^2 + 30xz - 9z^2 - z^2}{25x^2 - 30xz + 9z^2 + 3z^2} = \frac{30xz - 10z^2}{25x^2 - 30xz + 12z^2}$$

$$\frac{10z(3x - z)}{(5x - 3z)^2 + 3z^2}$$

$$\frac{10z(3x - z)}{(5x - 3z)^2 + 3z^2}$$

$$\begin{array}{r} 211 \\ \times 253 \\ \hline 1253 \\ 759 \\ 506 \\ \hline 53009 \\ -15288 \\ \hline 47721 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 181 \\ \times 219 \\ \hline 1971 \\ 219 \\ 438 \\ \hline 47981 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 211 \\ \times 211 \\ \hline 211 \\ 211 \\ 422 \\ \hline 44521 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 182 \\ \hline 84 \\ 728 \\ 1456 \\ \hline 15288 \end{array}$$

$$800 \rightarrow 640000$$

800

$$120 \rightarrow 14400$$

$$\begin{array}{r} 23 \rightarrow \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline \end{array}$$