



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 3^{10} 7^{12} k$$

$$bc = 3^{10} 7^{12} m$$

$$ac = 3^{28} 7^{46} p$$

$$\text{где } k, m, p \in \mathbb{N}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = 3^{56} 7^{72} k \cdot m \cdot p$$

$$\text{т.к. } a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{abc^2} = |abc| = abc$$

$$\text{т.к. } k, m, p \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{abc^2} = \sqrt{3^{56} 7^{72} k \cdot m \cdot p} =$$

$$= 3^{28} 7^{36} \sqrt{k \cdot m \cdot p}$$

$$\text{т.к. } a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow abc \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{т.к. } 3^{28} 7^{36} \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{k \cdot m \cdot p} \in \mathbb{N}$$

$$1) \frac{ab \cdot bc}{ac} = b^2 = \frac{3^{10} \cdot k \cdot m}{7^{12} \cdot p} \Rightarrow \begin{matrix} k \cdot m : 7^{12} \\ p : 3^{10} \end{matrix} \text{ т.к. } b \in \mathbb{N}$$

$$2) \frac{ab \cdot ac}{bc} = a^2 = \frac{3^{18} \cdot 7^{28} \cdot p \cdot k}{m} \Rightarrow m : 3^{18} \cdot 7^{28} \cdot p \cdot k \text{ т.к. } a \in \mathbb{N}$$

$$3) \frac{ac \cdot cb}{ab} = c^2 = \frac{3^{28} \cdot 7^{46} \cdot m \cdot p}{k} \Rightarrow k : 3^{28} \cdot 7^{46} \cdot m \cdot p \text{ т.к. } c \in \mathbb{N}$$

из 1-го выражения получим т.к. $\min k, m, p$ для 1-го

$$\text{т.к. } k \cdot m = 7^{12}; p = 1 \text{ (т.к. } k, m, p \in \mathbb{N})$$

$$k \cdot m = 7^{12} \text{ т.к. } 3^{10} : 7^{12}, p = 1 \text{ т.к. } k \cdot m = 7^{12}$$

$$p = 1 \text{ т.к. тогда } b^2 = \frac{3^{10}}{p} \text{ и } p \text{ - мин.}$$

для 2-го вып. - т.к. $m \cdot k = 7^{12}$ получим т.к. $m \leq 7^{12}$ и

$$\text{т.к. } 7 \text{ простое то } m = 7^q, k = 7^L \text{ где } q, L \in \mathbb{N},$$

$$q + L = 12, q \leq 12 \Rightarrow \text{т.к. } 28 > 12 \text{ то } a^2 = 3^{18} \cdot 7^{28-q+L}$$

$$(\text{т.к. } a \in \mathbb{N}) \Rightarrow 28 - q + L : 2 \Rightarrow q + L = 28 + 2 \Rightarrow$$

$$q - L = 2 \vee q + L = 28 + 2 \text{ где 3-го вып. - } a^2 = 3^{28} \cdot 7^{46+q-L} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \text{т.к. } c \in \mathbb{N} \Rightarrow q - L : 2$. след-но $k \cdot m = 7^{12}, p = 1$ получим след.
для всех 3-х вып. - т.к. $\min k, m, p$ для 1-го вып. след.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

неверный м.к. $\frac{3}{2}$ (и 3,7 промилле)

$$k \cdot m = 2^{12}, p = 1 \Rightarrow \sqrt{k \cdot m \cdot p} = 2^6 \Rightarrow abc = 3^{28} \cdot 7^{42} \sqrt{k \cdot m \cdot p} =$$
$$= 3^{28} \cdot 7^{42}$$

Ответ $3^{28} \cdot 7^{42}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$a \nmid b$ ($\frac{a}{b}$ - несократима) $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ $m = ?$

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = k$$

Введем градус и множитель

сократим на m и $\frac{1}{k}$ множитель

$$\frac{1}{k} = \frac{a^2-2ab+b^2}{a+b} = a-10b + \frac{11b^2}{a+b} = \frac{a^2-2ab+b^2}{a^2+ab} \cdot \frac{a+b}{a-10b}$$

$$= \frac{(a+b)(a-10b)+11b^2}{a+b} = \frac{a^2-2ab+b^2}{a^2+ab} \cdot \frac{a+b}{a-10b}$$

$$= \frac{a^2-2ab+b^2}{a^2+ab} \cdot \frac{a+b}{a-10b}$$

$a+b = m \cdot L$ где $L \in \mathbb{N}$ и $m \in \mathbb{N}$

$$a^2-2ab+b^2 = a^2-2ab+20,25b^2-19,25b^2 =$$

$$= (a-4,5b)^2 - 19,25b^2 = (a-4,5b \pm b\sqrt{19,25})$$

$$\cdot (a-4,5b \pm b\sqrt{19,25}) = m \cdot d$$

$m \nmid \frac{a}{b}$ - несократима $\Rightarrow a \nmid b, b \nmid a \Rightarrow a = b + q$

где $q \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N}$ и $a, b \in \mathbb{N}, q < b$

$$\Rightarrow k = \frac{b+q+b+q}{(b+q)^2-2b(b+q)+b^2} = \frac{b(t+1)+q}{b^2t^2+2btq+q^2-2btq-2bq+b^2}$$

$$= \frac{b(t+1)+q}{b^2(t^2-2t+1)+q(q+2bt-2b)} = \frac{b(t+1)+q}{b^2(t^2-2t+1)+q(q+b(2t-2))}$$

$$\frac{t^2-2t+1=0}{t=1}$$

$$\frac{1}{k} = a-10b + \frac{11b^2}{a+b}$$

$\frac{1}{k}$ множитель сократима

$m \Rightarrow a-10b \equiv m, \frac{11b^2}{a+b}$ множитель сократима и $m \nmid b$ $\frac{b^2}{a+b} = L$

$$\frac{1}{L} = \frac{a+b}{b^2} = \frac{a}{b^2} + \frac{b}{b^2}$$

и $\frac{a}{b}$ несократима $\Rightarrow \frac{a}{b^2}$ несократима $(a=b+q)$

$\frac{b^2}{b^2+q}$ и $q < b$ но $b^2 \nmid b^2+q$ и $b^2 \nmid b^2+q$ и $b^2 \nmid b^2+q$

и $q = 1$ $\Rightarrow$ и $m \nmid q$ $\frac{11b^2}{a+b}$ но $m \nmid 11$ $\frac{11}{81-162+4} = \frac{11}{-81+4} = -\frac{11}{77} = -\frac{1}{7}$

Ответ: 11.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано: O_1 - центр окр-ти W

O_2 - центр окр-ти Ω

$\beta C = 25, AC = 1$

k - кас-я окруж-ти W

M и N - кас-я окр-тей W

и Ω соотв.

Найти:

MN

Решение:

окр-ти $O_2 - \Omega$ окр-ти $O_1 - W$

AB - диаметр окр-ти $O_2 \Rightarrow R_2 = 13$

R_2 - радиус окр-ти O_2

$R_2 = BO_2 = O_2A$, так как A и B -

$\Rightarrow O_2C = R_2 - 1 = 12$ так как O_2 и N , O_2 и O_1

$O_2N = O_2O_1 = R_2$ как радиусы, так как O_1 и C , O_1 и M

так как k кас-я к окр-ти O_1 и $O_2 \Rightarrow O_2N \perp k$, $O_1M \perp k$

так как AB диаметр окр-ти $O_2 \Rightarrow O_1C \perp AB$

в $\triangle O_2CO_1 \angle O_1CO_2 = 90^\circ \Rightarrow$ по теореме Пифагора $\Rightarrow O_1C = \sqrt{13^2 - 12^2} =$

$= \sqrt{O_1O_2^2 - O_2C^2} = 5 = R_1$ R_1 - радиус окр-ти O_1 , $O_1C =$

$= O_1M = 5$ как радиусы. проведем $O_1H \perp NO_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ так как $O_1M \perp k$ и $O_2N \perp k \Rightarrow O_1M \parallel O_2N \Rightarrow$ так как $O_1H \perp O_2N$
(так как $\angle O_1MN = 90^\circ$)

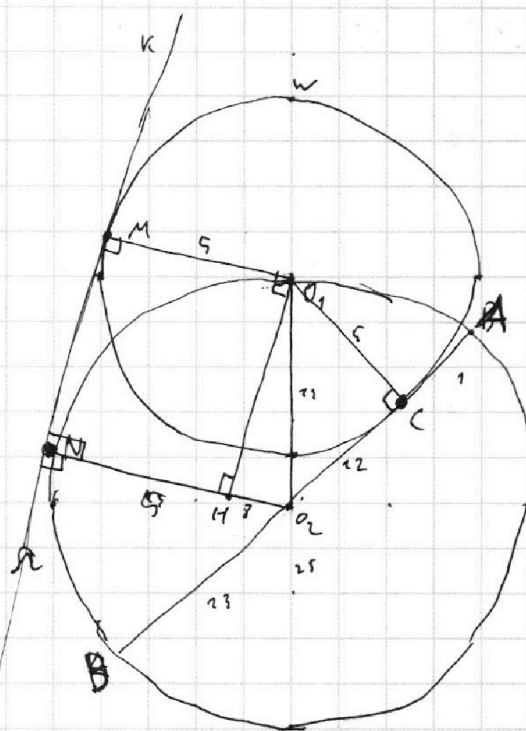
то $\angle MO_1H = \angle O_2NH = 90^\circ \Rightarrow O_1H \parallel NM$ (прямоугольник NO_1H)

$\Rightarrow MO_1 = NH = 5 \Rightarrow NO_2 = NO_1 - NH = 13 - 5 = 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ в $\triangle O_1O_2H$ по теореме Пифагора $\Rightarrow O_1H = \sqrt{13^2 - 8^2} =$

$= \sqrt{105} \Rightarrow$ так как $MO_1 \parallel NH$ и $O_1H \perp NM \Rightarrow O_1H = MN = \sqrt{105}$

Ответ: $\sqrt{105}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y = 5u - 3z \quad \frac{8}{u} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \Rightarrow \frac{8y + u}{uy} = \frac{15}{z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8yz + uz = 15uy \quad \text{подставим } y = 5u - 3z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8z(5u - 3z) + uz = 15u(5u - 3z)$$

$$40uz - 24z^2 = 75u^2 - 45zu$$

$$86uz - 75u^2 - 24z^2 = 0$$

$$D = 86^2u^2 - 24 \cdot 4 \cdot 75u^2 = 84u^2(43^2 - 24 \cdot 25) =$$

$$= 4u^2(1849 - 1800) = 49 \cdot 4u^2 \quad \frac{25}{12}u$$

$$z_{1,2} = \frac{86u \pm 14u}{48} \quad z_1 = \frac{93u + 7u}{24} = \frac{100u}{24} = \frac{25}{6}u = \frac{6}{4}u = \frac{3}{2}u$$

$$z_1 = \frac{25}{12}u \quad z_2 = \frac{3}{2}u$$

$$1. \quad z = \frac{25}{12}u \Rightarrow y = 5u - \frac{25}{4}u = \frac{5}{4}u$$

$$\frac{25u^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = k = \frac{25u^2 - \frac{25}{16}u^2 - \frac{625}{144}u^2}{\frac{25}{16}u^2 + \frac{625 \cdot 3}{144}u^2} = \frac{25 \cdot 144u^2 - 25 \cdot 9u^2 - 625u^2}{25 \cdot 9u^2 + 625 \cdot 3u^2} =$$

$$= \frac{3600u^2 - 850u^2}{225u^2 + 1875u^2} = \frac{2750u^2}{2100u^2} = \frac{275}{210} = \frac{42}{55}$$

$$2. \quad z = \frac{3}{2}u \Rightarrow y = 5u - \frac{9}{2}u = \frac{1}{2}u$$

$$\frac{25u^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{25u^2 - \frac{1}{4}u^2 - \frac{9}{4}u^2}{\frac{1}{4}u^2 + 3 \cdot \frac{9}{4}u^2} = \frac{100u^2 - 10u^2 - 9u^2}{1u^2 + 27u^2} =$$

$$= \frac{81u^2 - 9u^2}{28u^2} = \frac{72}{28} = \frac{21}{7} = \frac{21}{38} \quad \frac{21}{38} < \frac{55}{42}$$

$$\text{Ответ: } \frac{21}{38}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

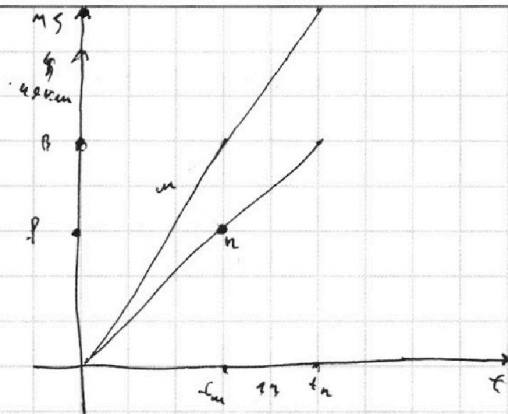
МФТИ

$$1. t_m \cdot V_m = (t_m + 1) V_b$$

$$36 \text{ км} \cdot \text{ч} = \frac{36}{60} = \frac{3}{5} \text{ ч}$$

$$2. V_b \cdot t_m + 49 = V_m (t_m + 1)$$

$$3. (7 + V_m) \cdot t_m = (V_b + 7) (t_m + \frac{3}{5})$$



$$1. t_m \cdot V_m = V_b \cdot t_m + V_b$$

$$2. V_b \cdot t_m + 48 = V_m t_m + 1 \Rightarrow V_b \cdot t_m + V_b + 1 = V_b \cdot t_m + 48 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_b = 48 \Rightarrow 48 t_m - V_m t_m = -48$$

$$t_m (V_m - 48) = 48 \quad t_m = \frac{48}{V_m - 48}$$

$$3. \frac{48}{V_m - 48} \cdot V_m = \left(\frac{48}{V_m - 48} + 1 \right) 48$$

$$\frac{(7 + V_m) 48}{V_m - 48} = \left(\frac{48}{V_m - 48} + \frac{7}{5} \right) (48 + 7)$$

$$\frac{48 V_m}{V_m - 48} = \frac{48^2}{V_m - 48} + 48$$

$$48 V_m = 48^2 + 48 V_m$$

$$2. V_b \cdot t_m + 49 = V_m t_m + V_m \Rightarrow V_m t_m - V_b \cdot t_m = V_m - 49$$

$$1. t_m \cdot V_m = V_m \cdot t_m + V_m + V_b - 49 \Rightarrow V_m + V_b = 49 \Rightarrow V_m = 49 - V_b$$

$$2. V_b \cdot t_m + 49 = 49 t_m - t_m V_b + 49 - V_b$$

$$2 t_m V_b - 49 t_m + V_b = 0$$

$$2 t_m V_b + V_b = 49 t_m$$

$$V_b (2 t_m + 1) = 49 t_m$$

$$V_b = \frac{49 t_m}{2 t_m + 1}$$

$$3. \left(49 - \frac{49 t_m}{2 t_m + 1} \right) t_m = \left(\frac{49 t_m}{2 t_m + 1} + 7 \right) \left(t_m + \frac{7}{5} \right) \quad t_m = 4$$

$$49 t_m - \frac{49 t_m^2}{2 t_m + 1} = \frac{49 t_m^2}{2 t_m + 1} + 7 t_m + \frac{3 \cdot 49 t_m}{10 t_m + 5} + \frac{21}{5}$$

$$49 t_m - \frac{49 t_m^2}{2 t_m + 1} = \frac{3 \cdot 49 t_m}{10 t_m + 5} + \frac{21}{5} \quad | \cdot 10 t_m + 5 \Rightarrow \text{the answer} \rightarrow$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$490 u^2 + 245 u - 490 u^2 = 189 u + 21$$

$$49 t_m (10 t_m + 5) - 98.5 t_m^2 = 3.49 t_m + 21 (2 t_m + 1)$$

$$490 u^2 + 245 u - 490 u^2 = 189 u + 21$$

$$56 u = 21 \Rightarrow t_m = \frac{3}{8} \quad \Rightarrow V_6 = \frac{49 - \frac{3}{8}}{\frac{6}{8} + 1} =$$

$$= \frac{147}{8} \cdot \frac{8}{14} = \frac{21}{2} = 10.5 \text{ км/ч} \Rightarrow V_m = 49 - 10.5 = 38.5 \text{ км/ч}$$

$$\Rightarrow S = V_m \cdot t_m = 38.5 \cdot \frac{3}{8} = \frac{77}{2} \cdot \frac{3}{8} = \frac{231}{16}$$

$$\text{Ответ: } \frac{231}{16} \text{ км}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $EX = \sqrt{2} \cdot XY$

$F_1(E)$ - точки кас. и эквипотенциальных

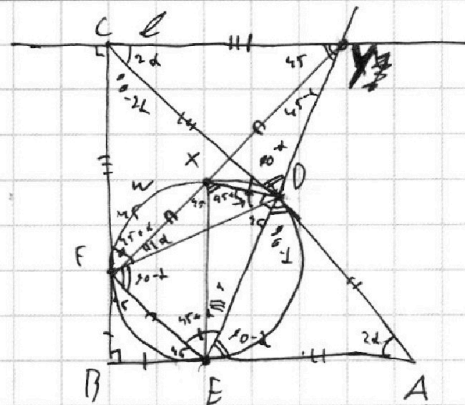
$ED \perp BC, CE \perp BC, CE \perp$

$FY \perp W$ в м. X

Найти:

AD

PC



Решение: 1. По теореме о кас-ом и одной нормали $\Rightarrow AD = AE$,
 $BE = BF$, $CF = CD$, $\angle YCD = \angle CAB = 2\alpha$, м. в $\triangle DAE$, $AD = AE \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ADE = \angle AED = 90^\circ - \alpha$ м. к уг-м равнов, $\angle FDA = \angle CDY \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CYD = 180^\circ - 90^\circ + 2\alpha = 90^\circ + 2\alpha \Rightarrow \triangle YD$ (равнов-ны м. к $\angle CDY =$

$\angle CYD \Rightarrow CY = CD = CF$. в $\triangle ABC$, м. к $\angle B = 90^\circ \Rightarrow \angle BCF = 90^\circ - 2\alpha$.

м. к $\triangle FCD$ равнов $\Rightarrow \angle CFD = \angle CDF = \frac{180^\circ - 90^\circ + 2\alpha}{2} = 45^\circ + \alpha$

3. м. к $CY = CF \Rightarrow \triangle FCY$ равнов $\Rightarrow \angle CYF = \angle CFY = 45^\circ$ м. к $\angle C = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle YFD = \angle CFD - \angle CFY = 45^\circ + \alpha - 45^\circ = \alpha$, $\angle FYD = \angle CYD - \angle CFY =$

$$= 90^\circ - \alpha - 45^\circ = 45^\circ - \alpha$$

4. (по F и E) $\Rightarrow$ м. к $BF = BE$, $\angle B = 90^\circ \Rightarrow \angle BFE = \angle BEF = 45^\circ$

5. м. к $\angle YCD = \angle DAE$, $\angle EDA = \angle CDY \Rightarrow \triangle YCD \sim \triangle EAD \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{ED}{YD}$$

6. $\angle DFE = 180^\circ - 45^\circ - \alpha = 135^\circ - \alpha$, $\angle DEF = 180^\circ - 90^\circ + \alpha - 45^\circ =$
 $= 45^\circ + \alpha$

7. м. к $\angle XED$ от м. к $\angle XFD = \alpha$ от м. к

(м. к ED) $\Rightarrow \angle XED = \alpha \Rightarrow \angle XEF = 45^\circ + \alpha - \alpha = 45^\circ$, а м. к $\angle XFE = 90^\circ + \alpha = 90^\circ$

$\Rightarrow XF = FE$, $\angle FXE = \angle XFE = 45^\circ$, $\Rightarrow$ м. к XE м. к

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{ч.к. } \angle XFE = 90^\circ \Rightarrow FX = FE = \frac{XE}{\sqrt{2}} = \frac{XY\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = XY \Rightarrow$$

$$\text{ч.к. } \Rightarrow FY = 2XY \quad XY = n \quad FY = 2n$$

$$8. \angle YXE = 180^\circ - \angle FXE = 135^\circ \Rightarrow \triangle YXE \sim \triangle YDF$$

$$\text{ч.к. } \triangle XYDE - \text{одн.}, \angle YDF = 90^\circ + 45^\circ + 2^\circ = 137^\circ = \angle YXE$$

$$9. \text{Согл. х.д.} \Rightarrow FXDE \text{ впис. - гн.} \Rightarrow \angle XFE = 90^\circ = \angle XDE \Rightarrow$$

$$\angle EXD = 45^\circ + 5^\circ - 2^\circ = 48^\circ = 90^\circ - 2^\circ$$

$$70 \text{ ил. пункта } 8 \Rightarrow \frac{YD}{YX} = \frac{DF}{XE}, \angle XE = XY\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{YD}{YX} = \frac{DF}{XY\sqrt{2}} \Rightarrow DF = YD\sqrt{2}, \text{ пункт ил. } 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{YD}{YX} = \frac{FE}{YE} \quad YF = 2XY = (12 \cdot 7) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{YD}{Yn} = \frac{2YX}{YE} \quad \frac{YD}{n} = \frac{2n}{YE} \quad YE = \sqrt{4n^2 + n^2} = n\sqrt{5}$$

$$\text{ч.к. } \angle YFE = 90^\circ \text{ (по теореме Пифагора)}. \Rightarrow$$

$$11. \frac{2n}{n\sqrt{5}} = \frac{YD}{n} \Rightarrow YD = \frac{2n}{\sqrt{5}} \quad YE = n\sqrt{5}, \quad DE = \sqrt{YE^2 - YD^2} =$$

$$= YD = n\sqrt{5} - \frac{2n}{\sqrt{5}} = \frac{5n}{\sqrt{5}} - \frac{2n}{\sqrt{5}} = \frac{3n}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{DE}{DY} = \frac{3n}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2n} = \frac{3}{2}$$

$$12. \triangle DCY \sim \triangle DAE \text{ по двум углам } (\angle CDA = \angle DAE, \angle YCD = \angle DAE \text{ ч.к. } \angle \perp CB \text{ и } AB \perp CB \text{ (ч.к. } \angle CBA)) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{DE}{DY} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{3}{2}$$



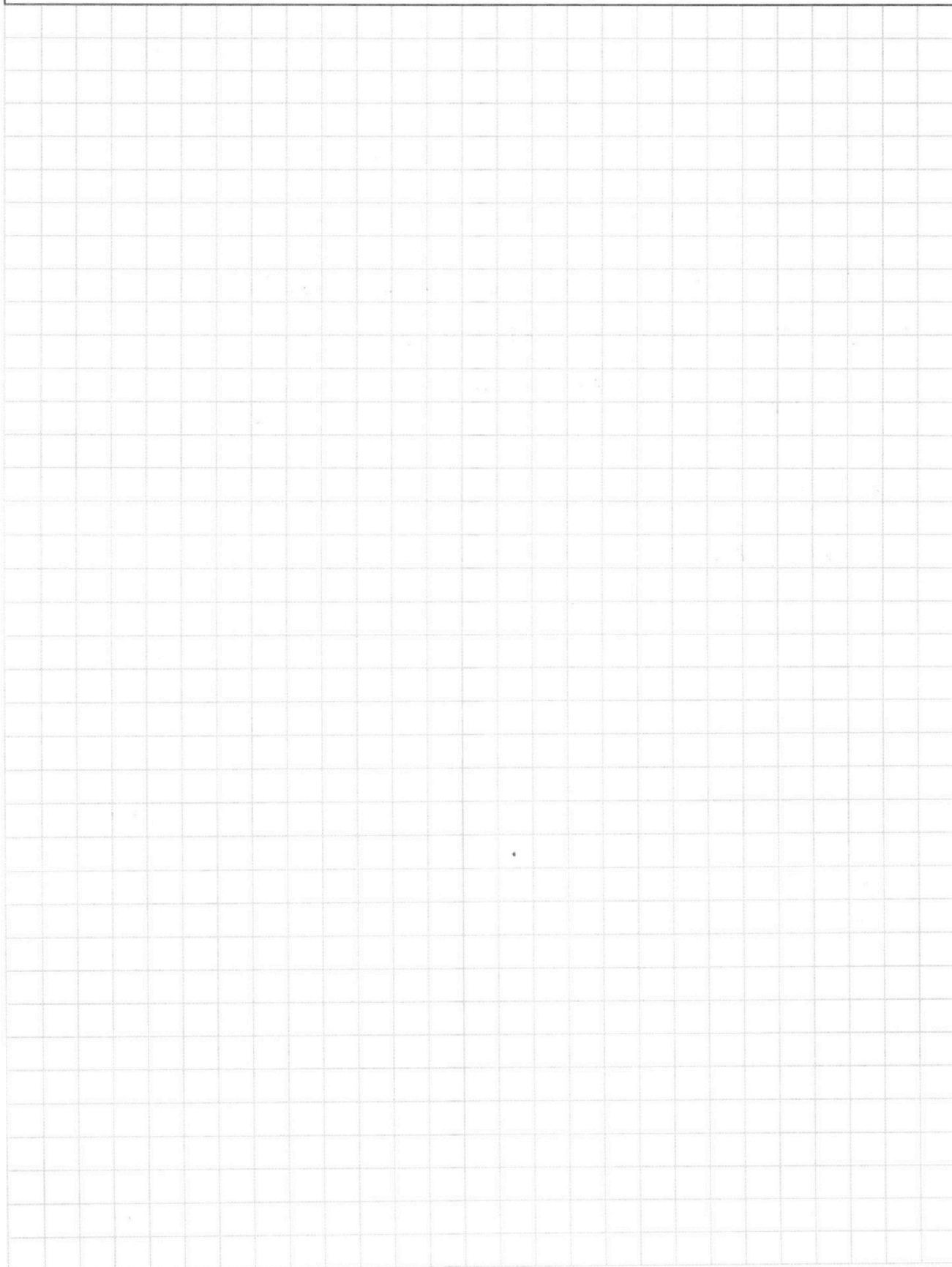
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(7 + 42 - 49) t_m = 49$$

$$\left(7 + 42 - \frac{49 t_m}{2 t_m + 1} \right) t_m = \left(\frac{49 t_m}{2 t_m + 1} + 7 \right) \left(t_m + \frac{7}{5} \right)$$

$$56 t_m - \frac{49 t_m^2}{2 t_m + 1} = \frac{49 t_m^2}{2 t_m + 1} + 7 t_m + \frac{3 \cdot 49 t_m}{10 t_m + 5} + \frac{21}{5}$$

$$41 t_m - \frac{98 t_m^2}{2 t_m + 1} = \frac{3 \cdot 49 t_m}{10 t_m + 5} + \frac{21}{5}$$

$$49 t_m (10 t_m + 5) - 98 \cdot 5 t_m^2 = 3 \cdot 49 t_m + 21 (2 t_m + 1)$$

$$490 t_m^2 + 245 t_m - 490 t_m^2 = 189 t_m + 42 t_m + 21 \quad t_m = u$$

$$245 u - 189 u = 21$$

$$56 u = 21 \quad u = \frac{21}{56} = \frac{3}{8}$$

$$49 \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{8} \cdot \frac{14}{8}$$

$$\frac{147}{8} \cdot \frac{8}{14} = \frac{147}{14} = \frac{58}{2} = 10,5$$

$$\frac{147}{14} = \frac{58}{2} = 10,5$$

$$\frac{21}{2} = 10,5$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ + 1 \times 1 \\ \hline 112 \\ + 56 \\ \hline 245 \end{array}$$

$$v_m = 38,5$$

$$\frac{21}{21}$$

$$18,5 \cdot 3$$

$$10,5 \cdot 11$$

$$\frac{38,5 \cdot 3}{8} = \frac{11}{8} \cdot 10,5$$

$$231 \overline{) 10} \quad 16$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ + 21 \\ \hline 42 \\ + 42 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$18,5 \cdot 2 = \frac{37}{2}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 72 \\ \hline 79 \end{array}$$

$$\frac{21}{2} \cdot \frac{3}{8} + 49 = \frac{37}{2} \cdot \frac{11}{8}$$

$$\frac{231}{26} \cdot \frac{2}{21} = \frac{11}{8}$$

$$\begin{array}{r} 38,5 \\ + 2 \\ \hline 40,5 \end{array}$$

$$\frac{231}{16} \cdot \frac{2}{27} = \frac{3}{8}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☒	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

через

$$48 + 7 = 55$$

$$(V_m + 7) \cdot t_m =$$

$$= (V_m + 7) \cdot (t_m + \frac{3}{5})$$

$$\frac{60}{36} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

$$28 + 5$$

$$33$$

$$\frac{84 + 24}{24} = \frac{108}{24}$$

$$824 + 24 = 1544$$

$$54 - 4 = 12$$

$$\frac{336 + 48 V_m + 48}{V_m - 48} = \frac{48}{V_m - 48} + \frac{3 V_m - 144}{5 V_m - 48 \cdot 5} \cdot 55$$

$$48 + 48$$

$$96 + 48$$

$$106 + 38$$

$$26$$

$$336 \cdot 5 + 48 \cdot 5 V_m = (48 \cdot 5 + 3 V_m - 144) \cdot 55$$

$$1680 + 240 V_m = (240 + 3 V_m - 144) \cdot 55$$

$$1680 + 240 V_m = 2640 + 165 V_m - 1584$$

$$1680 - 2640 + 25 = 5 \cdot 48 \cdot 5 (165 V_m - 48 V_m)$$

$$336 - 96 \cdot 5$$

$$33 \cdot 5$$

$$150$$

$$15$$

$$165$$

$$V_b \cdot t_m = V_m t_m - 48$$

$$\frac{24}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{40}{25}$$

$$\frac{24}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{54 - 24}{\sqrt{5}} = \frac{30}{\sqrt{5}}$$

$$336 \cdot 5$$

$$2 \sqrt{5} = \frac{24}{\sqrt{5}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☒ ☒ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!


МФТИ

$$\sqrt{3u^2 - 5u + 6} - \sqrt{3u^2 + u + 1} = 5 - 6u$$

$$3u^2 - 5u + 6$$

$$3u^2 + u + 1$$

$$5 - 6u$$

$$(5 - 6u)(5 - 6u) =$$

$$25 - 60u + 36u^2$$

$$25 - 60u + 36u^2$$

$$3u^2 - 5u + 6 + 3u^2 + u + 1 - 2\sqrt{(3u^2 - 5u + 6)(3u^2 + u + 1)} = 5 - 6u$$

$$6u^2 - 4u + 8 - 25 + 60x - 36u^2 = 2\sqrt{(3u^2 - 5u + 6)(3u^2 + u + 1)}$$

$$-30u^2 + 56u + 17 = 2(3u^2 - 5u + 6)(3u^2 + u + 1)$$

$$744 = 16.9$$

$$744 = 16 \cdot 9$$
$$5x - y = 12$$
$$y = 5x - 12$$

$$\frac{8}{n} = \frac{1}{y} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{8y + u}{uy} = \frac{15}{2}$$

$$\begin{array}{r} 25n^2 - 47 - 22 \\ \hline y^2 + 722 \end{array} \quad \begin{array}{r} 516 \\ + \\ 488 \\ \hline 7396 \end{array}$$

$$y = 5x - 3z$$

$$8y^2 + 4z^2 - 25xy$$

$$\frac{8}{4} + \frac{7}{54-32} = \frac{15}{2}$$

$$40n^2 - 2482 + n^2 = 25n(5n - 32)$$

$$2 \cdot (400 - 248) = 250 \cdot 175 \text{ m}^2 - 80000 \text{ m}^2$$

$$\begin{array}{r} 25 \overline{) 6125} \\ \underline{20} \\ 20 \end{array}$$

$$-2 = \frac{125u^2 - 800u}{47u - 248}$$

$$y = 5u - 3z$$

$$25n^2 - 25$$

$$\frac{8(5n-3z)+n}{(5n-3z)n} = \frac{25}{2}$$

86-14

$$\begin{array}{r} 12 \\ 25 \\ 24 \\ + 300 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{100\text{ u}}{48}$$

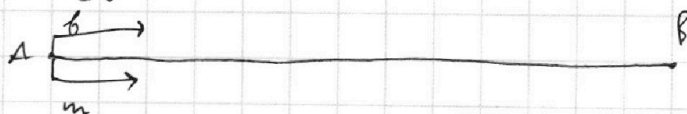
$$2402n - 24z^2 + n2 = 15n(5n - 3z^2) \leq 0$$

$$41zn - 24z^2 = \pm 35n^2 - 45nz + 300$$

$$75u^2 - 86uz + 29z^2 = 0$$

α_2

$$\begin{array}{r} 72 \\ \hline 48 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☒	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$28 \cdot 9$$

$$180 + 25 \quad 225$$

$$ab^2 = 3^{33} \cdot 7^{30} \cdot k \cdot m \cdot 625$$

$$\frac{a}{b} \text{ делит } 25$$

$$ac = 283^{23} \cdot 7^{42} \cdot p \quad 1825 \quad 144/4$$

$$b \neq 1 \quad -240/5$$

$$b^2 = \frac{3^{10} \cdot k \cdot m}{7^{22} \cdot p}$$

$$k \cdot m \cdot 7^{12} \cdot t$$

$$4 \cdot 4 \cdot 9$$

$$\frac{2+9}{4-162+81}$$

$$\frac{a^2 b^2}{bc} = \frac{3^{37} \cdot 7^{55} \cdot p \cdot k}{3^{20} \cdot 7^{22} \cdot m} = \frac{3^{18} \cdot 7^{28} \cdot p \cdot k}{m}$$

$$\frac{225}{25} \Big| \frac{5}{25}$$

$$\frac{a+b}{b^2} = -\frac{11}{71}$$

$$3^{18} \cdot 7^{20} \cdot p \cdot k : m$$

$$\frac{a^2 b}{ab} = \frac{3^{42} \cdot 7^{59} \cdot m \cdot p}{3^{19} \cdot 7^{17} \cdot k} = 3^{23} \cdot 7^{42} \cdot m \cdot p : k$$

$$a+b = km$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = km$$

$$4 = 1 \cdot 2 \cdot 2$$

$$4,5$$

$$4,5$$

$$1600$$

$$a \cdot b$$

$$a+b \neq b^2? \quad 18 \cdot 9$$

$$45 \cdot 2025$$

$$3^{14} \cdot 7^{13} \cdot 51$$

$$m=?$$

$$2225$$

$$a+b = km$$

$$m=1, k=1$$

$$a+b : m$$

$$a^2 - 2ab + b^2 : m$$

$$\left(a - \frac{b(1-\sqrt{17})}{2} \right) \left(a - \frac{b(1+\sqrt{17})}{2} \right)$$

$$a^2 - 2ab + b^2$$

$$k=7^{12}, m=1, p=7^{10}$$

$$Q = 81b^2 - 16^2 = 77b^2$$

$$k_1 = 2^6$$

$$k_2 = 2^6$$

$$a_{112} = \frac{16 \pm 8\sqrt{77}}{2}$$

$$a+b = 11b^2$$

$$11b^2 - b - a = 0$$

$$(a-10b)(a+b) = a^2 - 10ab + ab - 10b^2 + 10b^2$$

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 + ab}$$

$$-10ab + b^2$$

$$-10ab - 10b^2$$

$$11b^2$$

$$44$$

$$11b^2 : a+b$$

$$91 = a+b$$

$$2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$a - 10b + \frac{11b^2}{a+b}$$

$$\frac{6}{27}$$

$$\frac{27}{6}$$

$$-105 \left(\frac{3}{15} \right)$$