



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 13

- 1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- 2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- 3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x.$$

- 4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- 5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x + 2y = z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$.

- 6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
- 7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = 2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

Обозначим за A_n ~~такое~~ степень вхождения 3 в простое
разложение числа n .

Задача 2. B_n степень вхождение 7 в разложение на простые
числа n .

Тогда

$$A_{ab} \geq 11, A_{bc} \geq 18, A_{ac} \geq 21$$

$$\uparrow \\ A_{abc} \geq \frac{11+18+21}{2} = 25$$

(Если это не очевидно, то в дальнейшем можно сказать, что
 $A_{ab} = A_a + A_b$, $A_{bc} = A_b + A_c$, $A_{ac} = A_a + A_c \Rightarrow \frac{A_{ab} + A_{bc} + A_{ac}}{2} =$
 $= A_a + A_b + A_c = A_{abc}$.)

Аналогично,

$$B_{abc} \geq \frac{11+16+38}{2} = 32,5. \text{ Но } \cancel{b \leq a, c} : 7^{38} \Rightarrow abc : 7^{38}$$

значит $B_{abc} \geq 38$.

$$\text{Тогда } abc : 3^{25} \cdot 7^{38} \Rightarrow abc \geq 3^{25} \cdot 7^{38}$$

Пример для $abc = 3^{25} \cdot 7^{38}$

$$a = 3^2 \cdot 7^{19}, b = 3^4, c = 3^{14} \cdot 7^{19} : 3^{13} \cdot 7^{16}, abc = 3^{25} \cdot 7^{38}$$

$$ab = 3^{11} \cdot 7^{19} : 3^{11} \cdot 7^{16}, bc = 3^{13} \cdot 7^{19} : 3^{13} \cdot 7^{16}, ac = 3^{14} \cdot 7^{38} : 3^{21} \cdot 7^{38} \quad \text{Очевидно: } 3^{25} \cdot 7^{38}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 2.

По условию $(a, b) = 1$.

Найдём $(a+b; a^2 - 3ab + b^2) = (a+b; 10ab)$
по алгоритму Евклида

$$(a; a+b) = 1$$

$$(b; a+b) = 1$$

тогда

максимальное значение $(a+b; 10ab) = 10$.

Значит, дробь можно округлить сокращениями на 10.

Пример для $m=10$:

$$a = 9, \quad b = 1$$

~~$$\frac{a+b}{a^2 - 3ab + b^2} = \frac{10}{81 - 72 + 1} = \frac{10}{10} = 1.$$~~

Ответ: 10



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

Поставили $x = \frac{1}{4}$

Поставили $x = \frac{1}{4}$

$$\sqrt{\frac{1}{8} - \frac{3}{4} + 4} - \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 3} = 0$$



$$4 - \frac{3}{4} = 3 + \frac{1}{4}$$

верно



$x = \frac{1}{4}$ подходит.

Заметим, что $2x^2 - 3x + 4 = 0$ не имеет корней \Rightarrow все
значения больше нуля.

Аналогично $2x^2 + x + 3$ принимает значения, большие нуля.

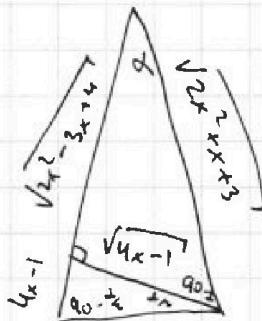
Предположим, что $1 - 4x \neq 0$ (с равенством варианта
разобралась). Пусть $4x - 1 > 0$:

Тогда можно построить равнобедренный треугольник.

Равенство сторон следует из условия.

А высоту можно посчитать из прямоуголь-
ного треугольника: $\sqrt{2x^2 + x + 3 - 2x^2 + 3x - 4} =$

$$= \sqrt{4x - 1}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

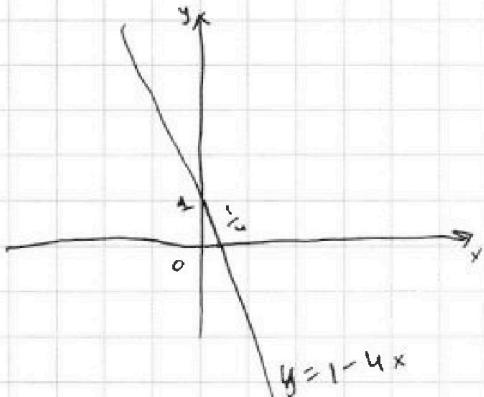
4

5

6

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = 1 - 4x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

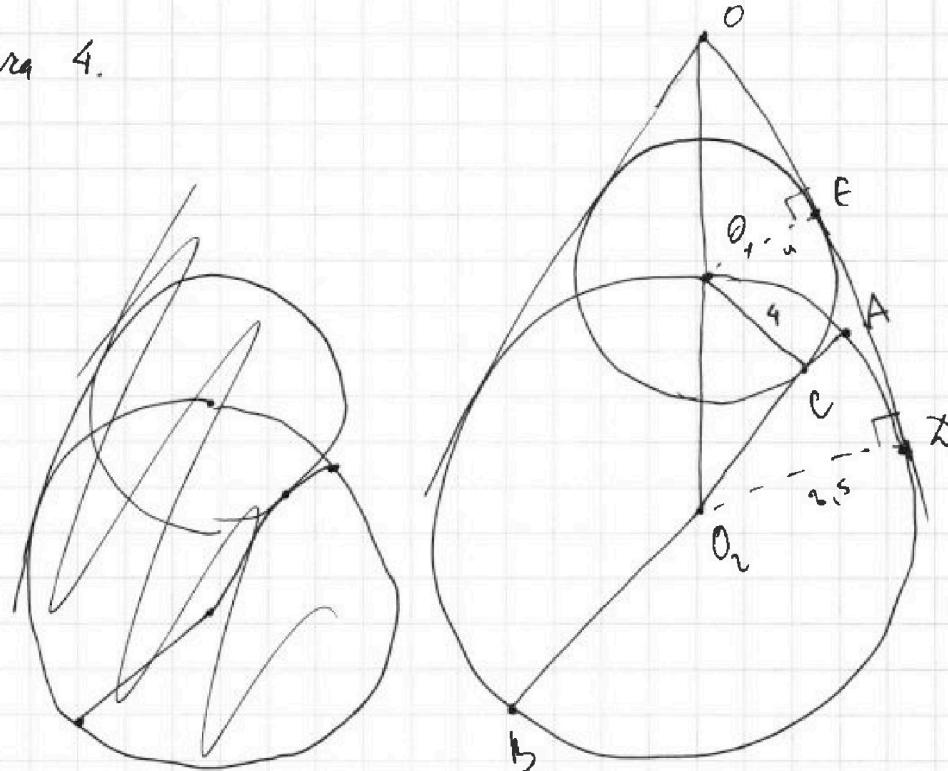
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 4.



Пусть O_1 - центр ω , O_2 - центр Ω

$$AO_2 = \frac{1}{2}AB = \frac{17}{2}$$

$$O_2C = O_2A - AC = \frac{17}{2} - 1 = \frac{15}{2}$$

$$\text{Тогда } BC \text{ и } O_1O_2C: OC = \sqrt{\frac{17^2}{2^2} - \frac{15^2}{2^2}} = 4$$

Пусть точка пересечения внешних касательных к окружностям - O . Тогда касание одной из касательных ω и Ω точкой E соответственно.

$O \in E$ очевидно.

$$\frac{OE}{OE} = \frac{OO_2}{OO_1} = \frac{OO_1 + O_1O_2}{OO_1} = 1 + \frac{O_1O_2}{OO_1} = \frac{O_2D}{O_1E}$$

$$OO_2 = \sqrt{O_1O_2^2 + O_1O_2^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$O_1 + O_2 = \frac{O_2 D - O_1 E}{O_1 E}$$



$$O_1(O_2 D - O_1 E) = O_1 O_2 \cdot O_1 E$$



$$O_1 = \frac{O_1 O_2 \cdot O_1 E}{O_2 D - O_1 E} = \frac{\frac{17}{2} \cdot 4}{\frac{17}{2} - 4} = \frac{17 \cdot 4}{9}$$



$$O_2 = \frac{17 \cdot 4}{9} + \frac{17}{2} =$$

$$= \frac{136 + 153}{18} = \frac{289}{18}$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } O_2 &= \sqrt{O_2^2 - O_2 D^2} = \sqrt{(O_2 + O_1 D)(O_2 - O_1 D)} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{17}{2} + \frac{289}{18}\right)\left(\frac{289}{18} - \frac{17}{2}\right)} = \sqrt{\frac{492}{18} \cdot \frac{1366}{18}} = \frac{34}{9} \sqrt{13} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{34}{9} \sqrt{13}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

$$z = 3x + 2y$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{z} \approx \frac{z}{3x + 2y}$$



$$\frac{3y + x}{xy} = \frac{z}{3x + 2y}$$



$$(3y + x)(3x + 2y) = zxy \Leftrightarrow 9xy + 3x^2 + 6y^2 + 2xy = zxy$$



$$3xy + x^2 + 2y^2 = 0$$

$$y = \frac{\pm\sqrt{9x^2 - 8x^2} - 3x}{4} = \frac{\pm\sqrt{x^2} - 3x}{4}$$

$$z = \frac{3}{x} + \frac{\pm\sqrt{x^2} - 3x}{4} =$$

$$\begin{cases} y = -\frac{x}{2} \\ y = -x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3x - 2x = x \\ y = -x \\ y = -\frac{x}{2} \\ z = 3x - x = 2x \end{cases}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4x^2 - x^2}{x^2 - 6x^2} = \frac{-2x^2}{-5x^2} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - x^2 - 4x^2}{x^2 - \frac{3x^2}{2}} = \frac{-2x^2}{-\frac{1}{2}x^2} = 4$$

Значит, наибольшее возможное значение $-④$.

Ответ: 4



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Теперь нам известно, что $v_m + v_B = 48$, $v_m \cdot v_B = 540$

$$v_m + v_B = 48, \quad v_m \cdot v_B = 540.$$

Найдем корни уравнения

$$(x - v_m)(x - v_B) = x^2 - (v_m + v_B)x + v_m \cdot v_B = \\ = x^2 - 48x + 540 = 0$$

↑

$$\begin{cases} x = 30 \\ x = 18 \end{cases}$$

Значит, $v_m = 30$, $v_B = 18$ ($\frac{v_m + v_B}{2}$).

$$\frac{s \cdot (v_m - v_B)}{v_m \cdot v_B} = 2 \Leftrightarrow s = \frac{2 v_B \cdot v_m}{v_m - v_B} = \frac{2 \cdot 540}{42} = \frac{90}{N} = 90 \text{ км}$$

Ответ: 90 км.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



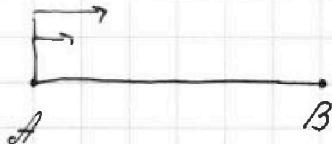
- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

Пусть, v_B - ср. велосипедиста,



v_M - ср. мотоциклиста.

s - весь путь от A до B .

Напишем формально все, что дано в условии:

$$\textcircled{1} \quad \frac{s}{v_B} - \frac{s}{v_M} = 2 \Leftrightarrow \frac{s(v_M - v_B)}{v_B \cdot v_M} = 2$$

$$\textcircled{2} \quad v_M \cdot \frac{s}{v_B} - v_B \cdot \frac{s}{v_M} = 96 \Leftrightarrow \frac{s(v_M - v_B)(v_M + v_B)}{v_B \cdot v_M} = 96$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{s}{v_B + 6} - \frac{s}{v_M + 6} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow \frac{s(v_M - v_B)}{(v_B + 6)(v_M + 6)} = \frac{5}{4}$$

Разделим \textcircled{2} на \textcircled{1}:

$$v_M + v_B = \frac{96}{2} = 48.$$

Разделим \textcircled{1} на \textcircled{3}:

$$\frac{(v_B + 6)(v_M + 6)}{v_B \cdot v_M} = \frac{8}{5} \Leftrightarrow 5 \cdot v_B \cdot v_M + 30(v_B + v_M) + 180 = 8v_B \cdot v_M$$

Подставим $v_M + v_B = 48$.

$$v_B \cdot v_M = 60 \cdot 10 \cdot 48 = 540$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

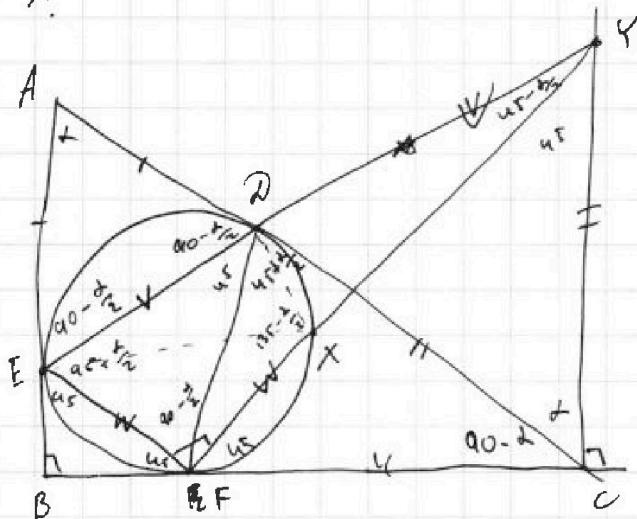
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Zagara 2.



T.R. AE || CY, mo \rightarrow AED \sim nCYD

$$\text{Значим, } \frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$$

$\Delta FDP \sim \Delta E_{XY}$

$$\frac{\partial Y}{F_Y} = \frac{XY}{EY} \quad , \quad \frac{EX}{XY} = \frac{FD}{DY} \quad . \quad \Rightarrow XY = \frac{FA}{2\sqrt{2}}$$

$$Y_E \cdot Y_D = Y_F \cdot Y_X$$

$$\frac{EY}{\partial Y} = 1 + \frac{ED}{\partial Y} \quad ; \quad \frac{EY}{PY} = \cancel{\infty}$$

EX -гипотр., т.е. $\angle EFX = 90^\circ$. Значит, $EX \parallel BC$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 3^7$$

$$z_a + z_b = 11$$

$$bc : 3^8$$

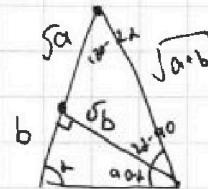
$$z_a + z_b = 11$$

$$ac : 3^{21}$$

$$z_b + z_c = 13$$

abc

$$z_b + z_c = 16$$



$$\begin{aligned} & a \\ & b \\ & \alpha \\ & \beta \\ & \gamma \end{aligned}$$

$$(a+b, a^2 - 2ab + b^2)$$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

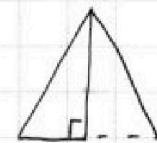
$$\sqrt{a^2} - \sqrt{a+4x-1} =$$

$$(a+b, 10ab)$$

$$\sqrt{a+4x-1} = \sqrt{a} + 4x - 1$$

10

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$



$$\frac{b}{\sqrt{b}} = \tan \frac{\alpha}{2}$$

$$\sqrt{b} = \tan \frac{\alpha}{2}$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$\sqrt{b}$$

$$b = 2\sqrt{b} - 1$$

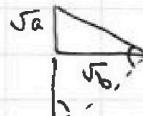
$$(2x-4)(8x-1)$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 4$$

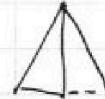
$$\frac{3}{2}$$

$$2$$



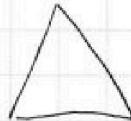
$$2x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$3 \cdot \frac{2}{3}$$



$$x^2 - 1,5x + 2 = 0$$

$$9 - 3x$$



$$(2x-3)(x$$

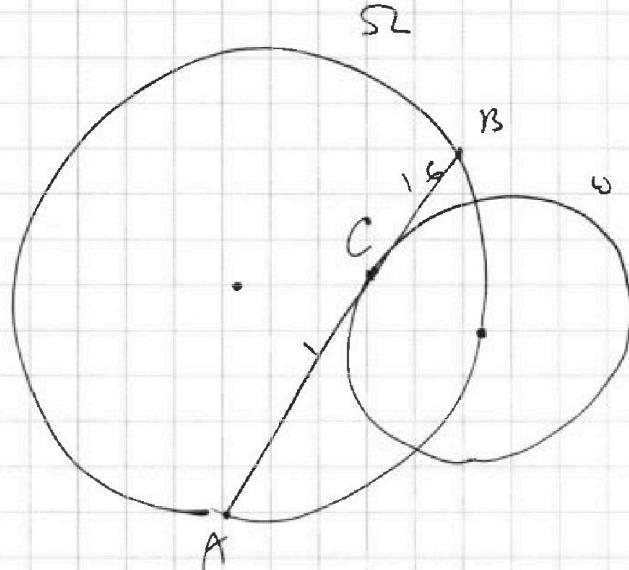
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или ни одна задача.
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{a+b}$$
$$\sqrt{a} \leq \frac{\sqrt{a+b}}{2}$$
$$\sqrt{a}$$

$$3x+2y=2$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$y > 0$$

$$3 \cdot \left(\frac{-3+y}{2} \right)^2 - 4y^2$$

$$\frac{x+3y}{xy} = \frac{2}{3x+2y}$$

— — — — —

$$(x+3y)(3x+2y) = 2xy$$

$$a+b=11$$
$$b+c=18$$

$$3x^2 + 9xy + 2y^2 + 6y^2 = 2xy$$

25

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0$$

$$a+b=11$$

$$x = \underline{9y^2 - 3y^2} \quad 2=y^2$$

$$b+c=18$$

λy^2

$$a+c=21$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

38

54

$$a+b=$$

$$c=14$$

$$a+b=11$$

$$b=4$$

$$b+c=16$$

$$a=7$$

$$a+c=38$$

$$a+b+c=27$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{4x-1} = \frac{3x^2-3x+4}{16x^2} + 16x^2 - 2x + 1 + 2(4x-1)\sqrt{2x^2-3x+5} - 3x^2 - x - 3$$

$$16x^2$$

$$\sqrt{4x-1}$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a+b}$$

$$2\sqrt{3x}$$

$$\sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+3x+3)}$$

* * *

$$2x_1^2 - 3x_1 + 4 = 2x_2^2 - 3x_2$$

$$2(x_1 x_2)(x_1 - x_2) \leq 3(x_1 - x_2)$$

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{2}$$

$$1 \quad \frac{1}{2} \\ -1$$

$$2(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = x_2 - x_1$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$2x_1^2 - 3x_1 - 2x_2^2 + 3x_2$$

$$2(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) + 3(x_2 - x_1) \\ (x_1 - x_2)(2(x_1 + x_2) - 3)$$

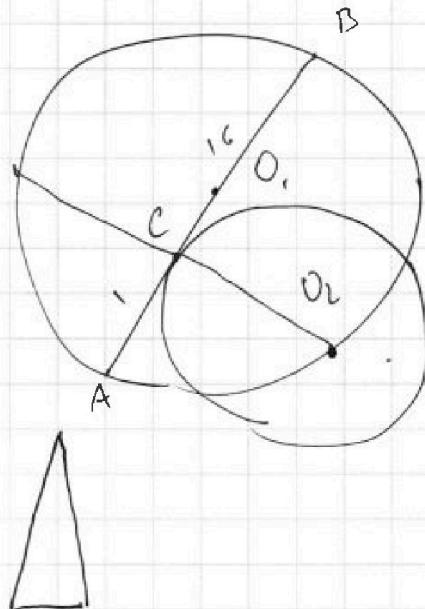
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{2}{9} - 1 + 4$$

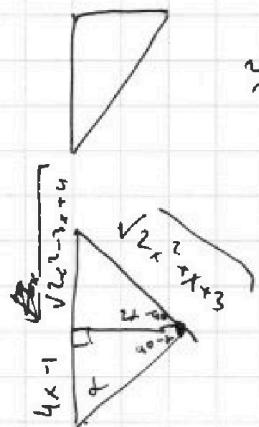
$$3 \cdot 3$$

$$2 \cdot 3 < \frac{1}{3} \cdot 2^2$$

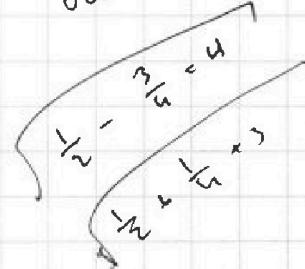
$$2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2$$

$$y_0 = \frac{3}{4} \cdot 4$$

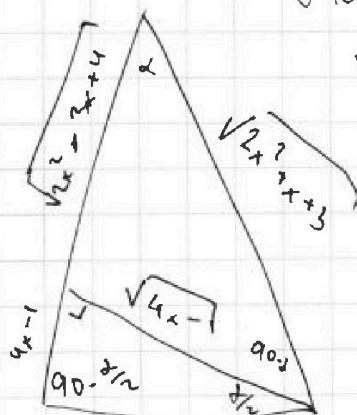
$$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot 3^3$$



$$5a = \sqrt{ab} \cdot a$$



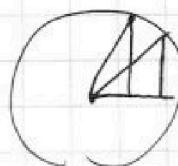
$$\leq \sqrt{2}$$



$$\tan \frac{\alpha}{2} = \sqrt{4x-1} \quad \frac{15}{4}$$

$$\tan \alpha =$$

$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{12} - \frac{3}{2} \cdot 4$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 3 \quad 4$$

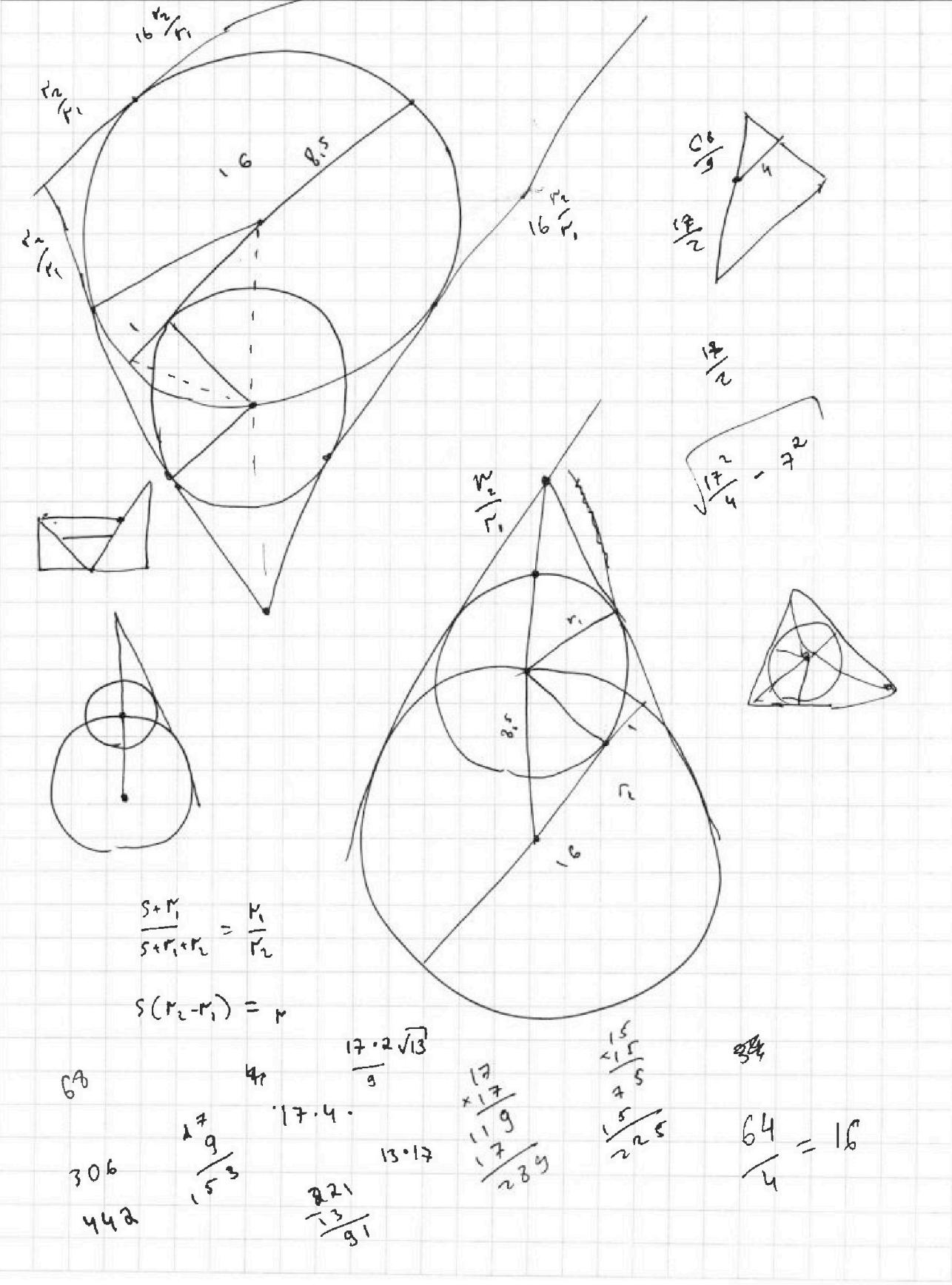


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается ~~неравнозначимой~~ и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





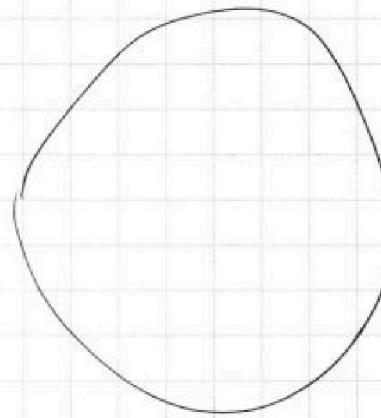
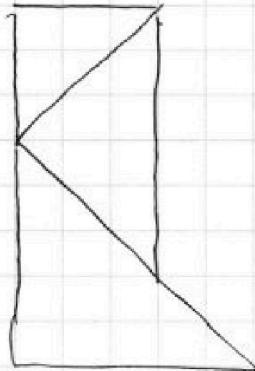
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{EF}{EV} = \frac{BC}{AC}$$

$$\overbrace{x_1^2 - 3x_1 + 4}^{\text{Eq}}$$

$$f(x_1) - g(x_1) = h(x_1)$$

$$f(x_2) - g(x_2) = h(x_2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

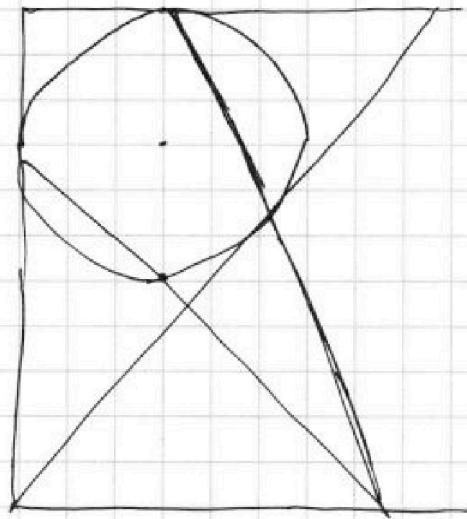
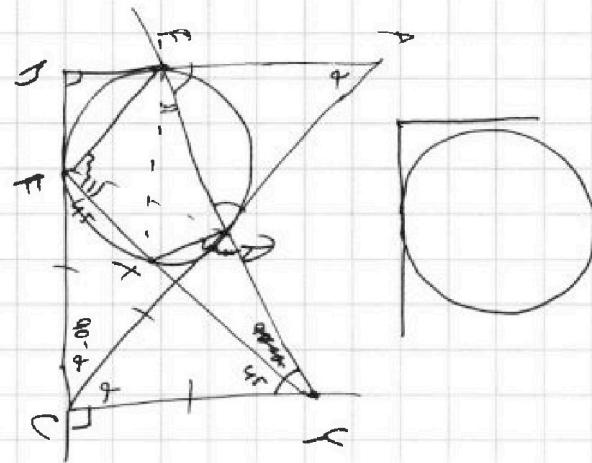
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{YD}{DY} = \frac{YF}{FY}$$

$$2x^2 + \frac{1}{x^2} \rightarrow 3 - \frac{1}{16}$$

$$\frac{DX}{FY} = \frac{XY}{EY}$$



$$EX = 2\sqrt{2} XY$$

$$\frac{EX}{DF} = \frac{XY}{DY} = \frac{EY}{FY}$$

$$\frac{FX}{KY}$$

$$\frac{DF}{DY}$$

$$\frac{DY}{DF} =$$

$$\frac{AB+AC-BC}{AC+BC-AB}$$

р2

$$\frac{2\sqrt{2} XY}{DF} = \frac{XY}{DP}$$

$$2\sqrt{2} DP = DF$$

$$\frac{DP}{DY}$$

$$\frac{ED}{DY} = 1 - \frac{DP}{DE}$$

$$(2x^2 - \frac{1}{x^2})^2 + 4 - \frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{2x^2}$$

$$\frac{1}{16}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2x^2}} > \frac{1}{4}$$

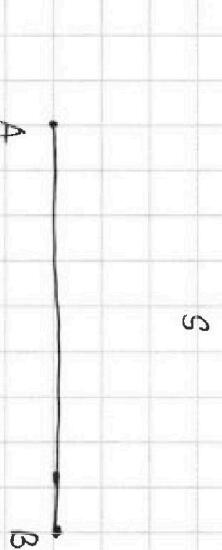


На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{S}{C_n} = \frac{S}{\mu_n} = x$$

$$\frac{m^2}{S} = 96$$

$$\frac{3}{x^3 + 6} - \frac{3}{x^2 + 6} = x_2$$

$$\frac{1}{(x^2 - x^3)} = \frac{1}{x^2(1 - x)}$$

$$\frac{g_2}{g} = \frac{(v_{\mu} + v_0)(v_{\mu} - v_0)}{v_{\mu} \cdot v_0} = g_C$$

$$v_1 \cdot v_2 = 50 \cdot 30 + 300 \cdot 300 = 9300$$

۱۶

$$\frac{S(v_m - v_n)}{v_n - v_m} = 2$$

3. 11

92

$$e^g_{\mu+\nu} = 48$$

81 - 06
an

24

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 9x + 10$$

540