



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

- [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
- [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$ab : 3^{14} 7^{13}$$

$$bc : 3^{19} 7^{12}$$

$$ac : 3^{23} 7^{42}$$

↓

$$ab \cdot bc \cdot ac : 3^{14+19+23} \cdot 7^{13+12+42}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{56} \cdot 7^{72}$$

$$\sqrt[2]{abc} : \sqrt[2]{3^{56} \cdot 7^{72}}$$

$$abc : 3^{28} \cdot 7^{36}$$

Т.е. наименчшее возможное значение произведения
беседин $abc = 3^{28} 7^{36}$

$$\underline{\text{Ответ: } 3^{28} 7^{36}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a, b \in \mathbb{N}$

$\frac{a}{b}$ - иррациональное

$$\frac{ab}{a^2 - gab + b^2} = \frac{\cancel{m}A}{\cancel{m}B} = \frac{m(\frac{a}{m}, \frac{b}{m})}{m(\frac{a^2}{m} - \frac{gab}{m} + \frac{b^2}{m})} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x. \quad | \cdot (\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1})$$

ОДЗ: $\begin{cases} 3x^2 - 5x + 6 \geq 0 \\ 3x^2 + x + 1 \geq 0 \end{cases}$

$$D_1 = 25 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = 25 - 72 = -47 < 0$$

корней нет. Т.к. ведут вверх.

$$3x^2 + x + 1 \geq 0.$$

$$D_2 = 1 - 4 \cdot 3 = -11 < 0 \text{ корней нет.}$$

Т.к. ведут вверх $3x^2 + x + 1 \geq 0$.

$$x \in \mathbb{R}.$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{3x^2 - 5x + 6}) - (\sqrt{3x^2 + x + 1}) &= (5 - 6x) \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} \\ \cancel{-6x + 5} &= (5 - 6x) \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} \\ 1 &= \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} \end{aligned}$$

Вернемся к исходному уравнению!

$$\begin{cases} \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x. \end{cases} \quad \textcircled{A}$$

$$2\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 6 - 6x$$

$$6 - 6x \geq 0$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 3 - 3x$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 3x^2 - 5x + 6 = (3 - 3x)^2 \\ 3 - 3x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ 3 - 3x \geq 0 \end{cases}$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 9x^2 - 18x + 9$$

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ 6x^2 - 13x + 3 = 0 \end{cases}$$

$$D = 169 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = 169 - 72 = 97.$$

$$x_1, 2 = \frac{13 \pm \sqrt{97}}{6}.$$

$$\frac{13 - \sqrt{97}}{6} \cup 1$$

$$13 - \sqrt{97} \cup 6.$$

$$\text{Ответ } 7 \cup 6.$$

$$49 < \overline{97}.$$

$$\frac{13 - \sqrt{97}}{6} < 1.$$

$$x \in \left\{ \frac{13 - \sqrt{97}}{6} \right\}$$

$$\text{Ответ: } \frac{13 - \sqrt{97}}{6}.$$

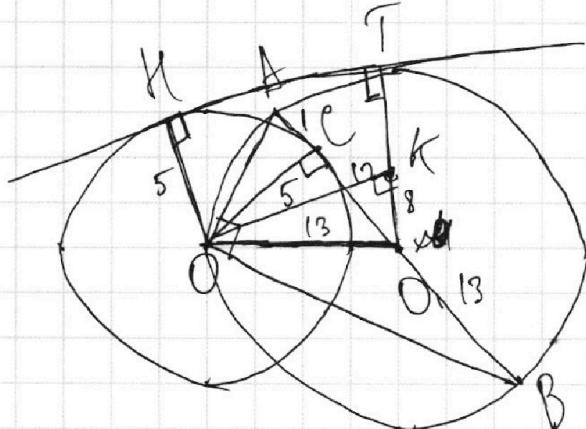
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1. Т.к. AB - диаметр, то O_1A и O_1B - радиусы

$$O_1A = O_1B = \frac{AB}{2} = \frac{AC+CB}{2} = \frac{1+25}{2} = 13.$$

$$O_1C = 13 - 1 = 12.$$

2. $\angle AOB = 90^\circ$ как угол на диаметре.

Тогда б $\triangle AOB$ OD , - мег., т.к. $O_1O = AO = O_1B$.

3. $\angle OCA = 90^\circ$, т.к. AC - кас.

В $\triangle OCA$ по с. Пифагора:

$$OC = \sqrt{O_1O^2 - O_1C^2} = \sqrt{169 - 144} = 13.$$

4. Отметили т. касания H и T .

$OH = O_1O = 13$. как радиусы

$O_1T = O_1O = 13$, как радиусы

5. Продолжим вспомог. ок



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6. ОИТК - квадрат из подг

$$HT = OK$$

$$OK^2 + TK^2 = 5$$

$$O_1K = O_1T - TK = 13 - 5 = 8$$

7. По т. Пифагора имеем $\triangle OOK$:

$$OK^2 + O_1K^2 = O_1O^2$$

$$OK^2 = \sqrt{O_1O^2 - O_1K^2}$$

$$OK = \sqrt{169 - 64} = \sqrt{105}$$

8. По п. 6. $HT = OK = \sqrt{105}$

ответ: $\sqrt{105}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y \in \mathbb{R}$$

$$5x - y = 3z$$

$$\frac{x}{y} + \frac{1}{y} = \frac{15}{2}, \quad x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$$

$$\begin{cases} 5x - y = 3z \\ \frac{8yz + xz - 15yx}{xyz} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15xy - 8yz - xz = 0 \\ x = \frac{y+3z}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (3y + 8z) \cdot y - 8yz - \frac{y+3z}{5} \cdot z = 0 \\ x = \frac{y+3z}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y^2 + yz - \frac{y^2}{5} + \frac{3z^2}{5} = 0 \\ x = \frac{y+3z}{5} \end{cases}, \quad | \cdot 5$$

$$15y^2 + 3z^2 - 4yz - 15y^2 = 0.$$

$$D = 16y^2 + 180y^2 = 196y^2$$

$$z_1 = \frac{4y + 14y}{6} = 3y$$

$$z_2 = \frac{4y - 14y}{6} = -\frac{5}{3}y$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x_1 = \frac{y+3y}{5} = 2y$$
$$x_2 = \frac{y-5y}{5} = -\frac{4}{5}y.$$

При $x=2y$, $z=3y$:

$$\frac{25 \cdot 4y^2 - y^2 - 9y^2}{y^2 + 3 \cdot 9y^2} = \frac{90y^2}{28y^2} = \frac{45}{14}.$$

При $x = -\frac{4}{5}y$, $z = -\frac{5}{3}y$:

$$\frac{25 \cdot \frac{16}{25}y^2 - y^2 - \frac{25}{9}y^2}{y^2 + 3 \cdot \frac{25}{9}y^2} = \frac{\frac{15 \cdot 9 - 25}{9}y^2}{\frac{28}{3}y^2} =$$
$$= \frac{135 - 25}{9} \cdot \frac{3}{28} = \frac{110}{28 \cdot 3} = \frac{55}{42}.$$

$$\frac{45}{14} \cup \frac{55}{42}$$

$$\frac{135}{42} > \frac{55}{42} \Rightarrow \frac{45}{14} > \frac{55}{42} \text{ Т.е. наим } \frac{55}{42}$$

Ответ: $\frac{55}{42}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Обозначим за S км - расстояние между А и В, $x \text{ км}/\text{ч}$ - скорость велосипедиста, а $y \text{ км}/\text{ч}$ - скорость мотоциклиста.

$$\frac{S}{x} > \frac{S}{y} + 1$$

$$y \cdot \frac{S}{x} - x \cdot \frac{S}{y} = 49$$

$$\frac{S}{x+y} = \frac{S}{y-x} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{S \cdot y - S \cdot x}{xy} = 1$$

$$\frac{S_y^2 - S_x^2}{xy} = 49$$

$$\frac{S(y+x) - S(x+y)}{(x+y)(y-x)} = \frac{3}{5}$$

$$81y^2 - 81x^2 + \frac{S(y-x)}{xy} = \frac{3}{5} \quad (*)$$

$$\frac{S(y-x)}{xy} = 49$$

$$\frac{S(y+x) - 2S - Sx}{(x+y)(y-x)} = \frac{3}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x = 49 - y \\ S \cdot (y - 49 + y) = (49 - y) \cdot y \\ 5 \cdot (49 - y) \cdot y = 3(49 - y + 2)(y + 7) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 49 - y \\ S = \frac{-y^2 + 49y}{2y - 49} \\ 5 \cdot (49y - y^2) = 3(56 - y)(y + 2) \quad (1) \end{cases}$$

$$(1): 245y^2 - 5y^2 = 3(56y - y^2 - 2y + 112)$$

$$245y - 5y^2 = \cancel{168y} - 3y^2 + 14y^2 + 1126.$$

$$2y^2 - 98y + 1126 = 0.$$

$$y^2 - 49y + 588 = 0.$$

$$D = (49)^2 - (49 \cdot 3) \cdot 4 = 49^2 - 4^2 \cdot 3^2$$

$$= 49^2 (49 - 16 \cdot 3) = 49^2 \cdot (49 - 48) = 49^2.$$

$$y_1 = \frac{49 + 7}{2} = \frac{56}{2} = 28$$

$$y_{2,2} = \frac{49 - 7}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

$$x_1 = 49 - 28 = 21$$

$x_2 = 49 - 21 = 28$, но получимся дважды
бесконечно, т.е. $y > x$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} y = 28 \\ x = 21 \end{cases}$$

Решение в б (*)

$$S \cdot (28 - 21) = 28 \cdot 21$$

$$S = \frac{28 \cdot 21}{2} = 28 \cdot 12 = 84 \text{ км}$$

Т.е. расстояние между А и В 84 км

Ответ: 84 км

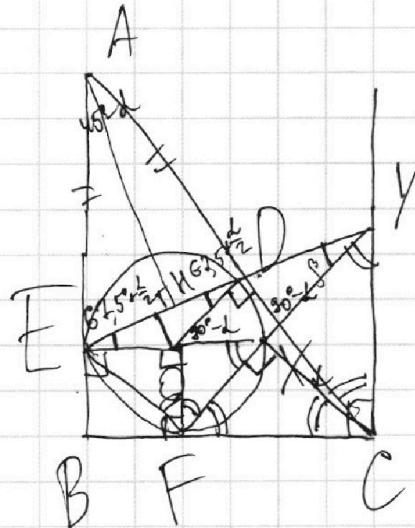
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1. $\triangle EXY$ -треугольник $\Rightarrow ED = OX = R$

$$R = \frac{\sqrt{2}XY}{2} = \frac{XY}{\sqrt{2}}$$

$$XY = \sqrt{2}R$$

2. По Т. Пифагора для $\triangle FOX$:

$$FX = \sqrt{OF^2 + OX^2} = \sqrt{2R^2} = \sqrt{2}R$$

И

$$FX = XY$$

3. В $\triangle FYC$ угол CX - медиана \Rightarrow

$$CY = FX = XY = \sqrt{2}R \Rightarrow \triangle FYC \sim \triangle PDC$$

4. $\angle PDC > \angle PCF = 45^\circ$ т.к.

$\angle OFX = \angle OXF = 45^\circ$, как угол при дуге

$\angle XFC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$, как смежные

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\angle XCF = \angle XFC = 45^\circ$, как умн. углы

$\Rightarrow \Delta$.

$$\angle FYC = 180^\circ - \angle XCF - \angle XFC = 180^\circ - 45^\circ -$$

$-45^\circ = 90^\circ$ по т. о сумме углов Δ .

\Downarrow

CY - бисектриса и неодн.

Значит $\Delta FYC - \Delta$ с осн \overline{FY}

и по т. Равенства б ΔFYC :

$$FC = \sqrt{FX^2 + XC^2} = \sqrt{2R^2 + 2R^2} = 2R$$

\Downarrow

$$FC = CY = 2R$$

5. $FC = DC = 2R$ как час. проекц. из одной точки

6. $\Delta EOF - \Delta$ прямые $\angle OEF = \angle OFE =$

$= 45^\circ$.

\Downarrow

$$\angle EFY = 90^\circ$$

$$EF = \sqrt{2R^2} = \sqrt{2}R$$

7. По т. Равенства гип ΔEFY ,

$$FY = \sqrt{EF^2 + EY^2} = \sqrt{2R^2 + 8R^2} = \sqrt{10}R$$

8. По т. о см:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$EY \cdot DY = FY \cdot XY$$

$$DY = \frac{FY \cdot XY}{EY}$$

$$DY = \frac{2S_2 \cdot \sqrt{2} R^2}{\sqrt{10} R} = \frac{4}{\sqrt{10}} R = \frac{4\sqrt{10}}{10} R = \frac{2\sqrt{10}}{5} R$$

$$ED = EY - DY = \left(\sqrt{10} - \frac{2\sqrt{10}}{5}\right) R = \frac{5\sqrt{10} - 2\sqrt{10}}{5} R = \frac{3\sqrt{10}}{5} R$$

9. $\triangle AED \sim \triangle AED$ (AE=AD)
у доказ АН.

10. По р. cos док доказ $\triangle AED$:

~~$$AD^2 = AE^2 + ED^2 - 2 \cdot AE \cdot ED \cdot \cos \angle AED$$~~

~~$$AD^2 = AD^2 + ED^2 - 2 \cdot AE \cdot ED \cdot \frac{ED}{2AE}$$~~

10. Доказ доказ и доказ $\frac{\sqrt{10}}{5} \triangle AED$.

11. $\triangle OAD \sim \triangle AED$ по 2 умн.

~~$$\frac{AD}{R} = \frac{ED}{20\sqrt{10}} \Rightarrow AD = \frac{ED \cdot R}{20\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10} R}{20\sqrt{10}} = \frac{3}{20} R$$~~

$$\text{По р. Пифагора } OT = \sqrt{R^2 - \frac{9}{100} R^2} = \frac{\sqrt{10}}{10} R.$$



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО** одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AD = \frac{ED \cdot R}{2 \cdot 0\dot{5}} = \frac{3R}{10} \cdot R \approx \cancel{\frac{15}{10} R} = 3R.$$

12 T.e $AD : DC = 3R : 2R = \frac{3R}{2R} = 3 : 2$

Ответ: 3 : 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

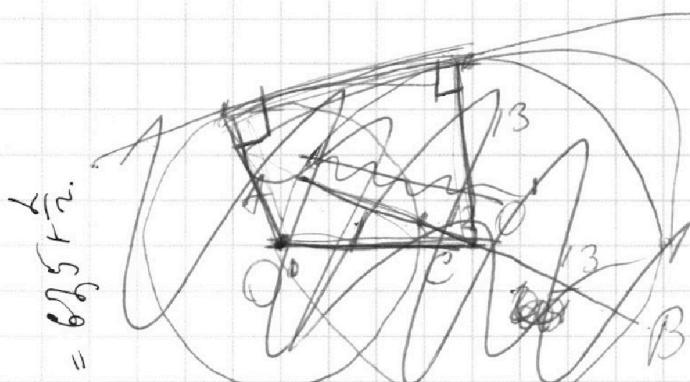


На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Бескомпензно
исследование - G

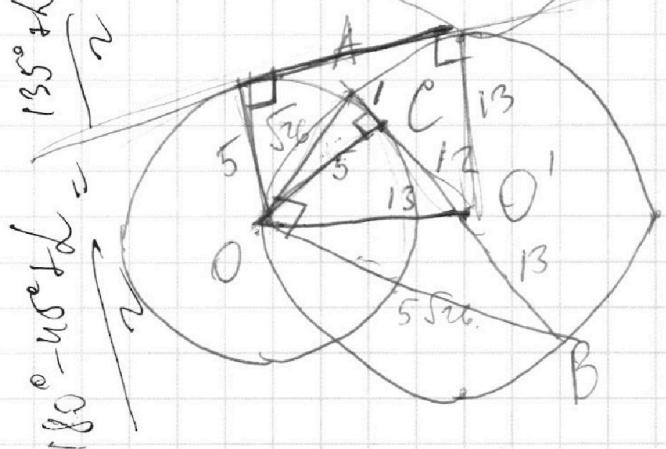
$$\overline{169-144} = 5.$$

$$25+1 = \sqrt{26} =$$

$$26^2 = 26 + x^2$$

$$d = \sqrt{26^2 - (26-1)^2} =$$

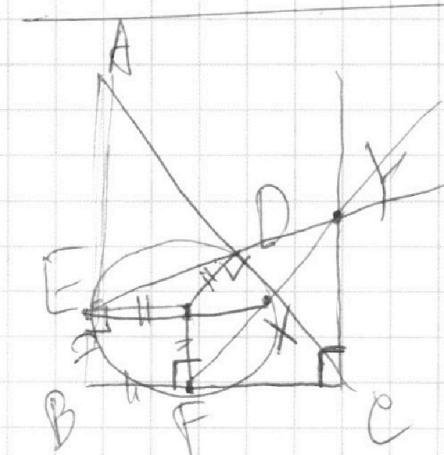
$$= \overline{526-25} = \overline{5526}$$



$$20 + 15 \overset{2}{\cancel{2}} = 26 - 26$$

5

$\sqrt{169.64} - \sqrt{95.00}$



$$EX = S_2 X^k$$

$$D\bar{Y} = EY = XY \cdot FY$$

~~2 - 90°~~

$$90 - l + 90 = 180^\circ - l$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \text{ab} \cancel{= 3^4 7^{13}} \quad 6x - y = 32 \quad 5x = y + 32 \\
 & \text{bc} \cancel{= 3^3 7^{17}} \quad 6x + \frac{15}{2}y = \frac{15}{2} \quad x = \frac{y + 3y}{5} = \frac{4y}{5} \\
 & \text{ac} \cancel{= 3^2 7^{19}} \quad 15xy - xz - 8yz = 0 \quad x = \frac{4y}{5} \quad y - \frac{5}{3}y = \\
 & \text{c} \cancel{= 3^5 2^4} \quad 15xy = xz + 8yz \\
 & \text{a} \cancel{= 3^4 7^{25}} \quad (3y + 9z)y = (\frac{4}{5} + \frac{3}{5})z + 8yz \\
 & \text{b} \cancel{= 3^2 7^{25}} \quad 3y^2 + 9yz = \frac{4}{5}z + \frac{3}{5}z^2 + 8yz \\
 & \text{abc} \cancel{= 3^8 7^{24}} \quad 3y^2 + 4yz - \frac{4}{5}z^2 = \frac{3}{5}z^2 \\
 & 2. \quad ab = 1381878 \quad 15y^2 + 4yz - 3z^2 = 0 \\
 & a^2 - 9ab + b^2 = 196y^2 \quad D = 16z^2 + 180z^2 = 196z^2 \\
 & 196y^2 - 15y^2 - 180z^2 = 196y^2 \quad y_1 = \frac{-4z + 14z}{30} = \frac{1}{3}z \\
 & D = 16y^2 - 4yz - 3z^2 = 0 \quad y_2 = \frac{-4z - 14z}{30} = -\frac{1}{3}z \\
 & \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3y^2 + x + 1} = 5 - 6x \\
 & f = 3x^2 + x + 1 \quad u = 5 - 6x \quad \sqrt{5 \cdot \frac{16y}{25} - y^2 - \frac{25}{9}y^2} \\
 & \sqrt{f+u} - \sqrt{f} = u \quad y^2 = \frac{15}{25}y^2 = \frac{3}{5}y^2 \\
 & \sqrt{f+u} - \sqrt{f} = u \quad y^2 = \frac{15}{25}y^2 = \frac{3}{5}y^2 \\
 & \sqrt{f+u}(1-u) = \sqrt{f} + u\sqrt{u} \quad = \frac{135 - 25y^2}{25} = \\
 & \frac{45}{14} = \frac{45}{14} - \frac{55}{14} =
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{f_{uu}}(1-u) = \sqrt{f} \sin u$$

$$-5x^2 - 5x + 6 - \beta_x^2 - x - 1 = (5-6x) \left(\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + 2x + 1} \right)$$

$$-6x \sqrt{5} = (5-6x) \left(\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + 2x + 1} \right)$$

$$\sqrt{f_{uu}} + \sqrt{f} = 1. \quad f(y) = R$$

$$5-6x - \sqrt{f} = 0 \quad 5-6x \leq 0$$

$$2\sqrt{f} = 1-u \quad u \leq 6x$$

$$P_1 - u \geq 0 \quad u \leq 1. \quad x \geq 0$$

$$u^2 = u^2 - 2u + 1$$

$$4(3x^2 + 2x + 1) = (6x - 5)^2 - 2(5-6x)$$

$$12x^2 + 8x + 4 = 36x^2 - 60x + 25 - 10 + 12x \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{592}$$

$$24x^2 - 52x + 22 = 0 \quad \frac{1}{3} \sqrt{592} \times \frac{1}{3} \sqrt{592} = \frac{144 + 1456}{9} = \frac{288}{9}$$

$$6x^2 - 13x + 3 = 0$$

$$D = 169 - 18 \cdot 4 = 169 - 72 = 97$$

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{97}}{6} \quad 9 \sqrt{97} < 10 \quad 13 - \sqrt{97} < 0$$

$$\frac{13 + \sqrt{97}}{6} = \frac{169 + 26\sqrt{97} + 97}{36} = \frac{266 + 26\sqrt{97}}{12} = \frac{133 + 13\sqrt{97}}{6} - \frac{65 + 5\sqrt{97}}{6} = \frac{68 + 18\sqrt{97}}{6} = \frac{34 + 9\sqrt{97}}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{25}{x} \Rightarrow \frac{5}{y} + 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 25 \\ y = 5 \end{array} \right.$$

$$\frac{36}{60} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{5}{x+2} = \frac{5}{y+2} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{5}{xy} - \frac{5}{(x+2)y} = 1$$

$$\frac{5}{xy} - \frac{5}{(x+2)y} = \frac{8y}{xy(x+2)}$$

$$\cancel{\frac{5}{xy}} - \cancel{\frac{5}{(x+2)y}} = \cancel{\frac{8y}{xy(x+2)}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 25 \\ y = 5 \end{array} \right.$$

$$y - \frac{1}{x} - x - \frac{1}{y} = 49$$

$$(y - \frac{1}{x})^2 - (x - \frac{1}{y})^2 = 49$$

$$y - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{y}$$

$$y - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{y}$$

$$y^2 - x^2 = 49$$

$$\frac{36}{60} = \frac{3}{5}$$

$$S = \frac{xy}{y-x}$$

$$S = \frac{xy}{y-x}$$

$$S = \frac{xy}{y-x}$$

$$P(xy) = 49$$

$$P(xy) = 49$$