



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} ab \equiv 0 \pmod{3^2 \cdot 7^2} \\ bc \equiv 0 \pmod{3^3 \cdot 7^4} \\ ac \equiv 0 \pmod{3^2 \cdot 7^3 \cdot 8} \\ abc \text{ min. ?} \end{cases}$$

1. Чтобы произведение a, b, c было минимальным, то сначала рассмотрим это

$$\begin{cases} ab = 3^{11} \cdot 7^2 \\ bc = 3^2 \cdot 7^{16} \\ ac = 3^{21} \cdot 7^3 \cdot 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3^n \cdot 7^m \\ b = 3^{11-n} \cdot 7^{11-m} \\ c = 3^{8-11+n} \cdot 7^{16-11+m} = 3^{9+n} \cdot 7^{5+m} \\ n, m \in \mathbb{N} \\ n + 2 + m = 21 \\ m + 5 + m = 38 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2n = 14 \\ 2m = 33 \\ n, m \in \mathbb{N} \\ a = 3^n \cdot 7^m \\ b = 3^{11-n} \cdot 7^{11-m} \\ c = 3^{9+n} \cdot 7^{5+m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 7 \\ m = 11,5 \\ n, m \in \mathbb{N} \end{cases} \text{ не подходит.}$$

2. Пусть $ab = k \cdot 3^2 \cdot 7^2$, где $k \in \mathbb{N}$.

$$\begin{cases} a = 3^x \cdot 7^y \\ b = 3^{2-x} \cdot 7^{2-y} \\ c = 3^{21-x} \cdot 7^{3-y} \end{cases}$$

Т.к. m получившееся не целое, то лучше взять минимальное

число $k \in \mathbb{N}$, чтобы $m \in \mathbb{N} \Rightarrow k = 7^m$ - минимальное возможное число k , чтобы выполнялось $ab = 3^2 \cdot 7^2 \cdot k \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3^n \cdot 7^m \cdot k \cdot 7^m \\ b = 3^{11-n} \cdot 7^{11-m} \\ c = 3^{9+n} \cdot 7^{5+m} \\ n, m \in \mathbb{N} \\ ac = 3^9 \cdot 7^m \cdot 7^m \cdot 3^{9+n} \cdot 7^{5+m} = 3^{21} \cdot 7^{38} \end{cases} \Rightarrow$$

Если 7^m не делит 7^m , то минимальное k это 7^m .

$$\Rightarrow \begin{cases} 2n + 9 = 21 \\ 3m + 5 = 38 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2n = 14 \\ 3m = 33 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 7 \\ m = 11 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3^7 \cdot 7^{11} \cdot 7^{11} \\ b = 3^4 \cdot 7^4 \\ c = 3^{16} \cdot 7^{16} \end{cases} \Rightarrow a \cdot b \cdot c = 3^7 \cdot 7^{22} \cdot 3^4 \cdot 7^{14} \cdot 7^{16} = 3^{11} \cdot 7^{38} \Rightarrow \text{Ответ: } abc = 3^{25} \cdot 7^{38}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \quad (A)$$

$$\frac{a}{b} - \text{числа/степени}$$

$a, b \in \mathbb{N}$

~~8/2~~

$$\begin{cases} a+b \equiv 0 \pmod{m} \\ a^2-2ab+b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \not\equiv b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+2ab+b^2-2ab-2ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+b)^2 - 4ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 \cdot (-b) \cdot (-b) \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv b \pmod{m} \end{cases}$$

$$b^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

b	1	0	$m-a$	$m-a$
b^2	1	0	$(m-a)^2$	$m-a$
$10b^2$	10	0	$(m-1)a$	0
$-b$	-1	0	$1-m$	0
a	-1	0	$1-m$	0

$$\frac{a+b}{10b^2} \equiv \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \pmod{m}$$

$$\begin{aligned} a+b &\equiv 10b^2 \pmod{m} \\ a &\equiv 10b^2 - b \pmod{m} \\ a &\equiv b(10b-1) \pmod{m} \end{aligned}$$

~~$a \equiv b(10b-1)$~~

$$b(10b-1) \equiv b$$

$$\Rightarrow \frac{9b+b}{8b^2-2b^2+b^2} = \frac{10b}{10b} = 1$$

$$\begin{aligned} b &\equiv \frac{m}{10} \pmod{m} \\ b &\equiv \frac{m}{10b} \pmod{m} \\ \Downarrow \\ a + \frac{m}{10b} &\equiv 0 \pmod{m} \\ 10ab + m &\equiv 0 \pmod{m} \\ 10ab &\equiv m \pmod{m} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 4b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b^2 \equiv m \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \equiv \frac{a+b}{10b^2} \pmod{m}$$

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \equiv \frac{a+b}{10b^2} \pmod{m}$$

~~$a, b \in \mathbb{N}$~~

$$a^2-2ab+b^2 = 10b^2$$

$$\begin{aligned} m | a^2-2ab-9b^2 &\neq 0 \\ m | (a^2+ab-9ab-9b^2) &= 0 \\ m | (a(a+b)-9b(a+b)) &= 0 \\ m | (a-b)(a-9b) &= 0 \\ \begin{cases} a-b \equiv 0 \pmod{m} \\ a-9b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} a \equiv b \pmod{m} \\ a \equiv 9b \pmod{m} \end{cases} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 10b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases} \Rightarrow \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \equiv \frac{a+b}{10b^2} \pmod{m}$$

$$a^2-2ab+b^2 \equiv 10b^2 \pmod{m}$$

$$a^2+ab-9ab-9b^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a(a+b)-9(a+b) \equiv 0 \pmod{m}$$

$$(a+b)(a-9b) \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{(a+b)(a-9b)} \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\frac{1}{a-9b} \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\frac{1}{a-9b} \equiv 1 \pmod{m}$$

~~$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$~~

~~$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$~~

Если $m=1, m \equiv$

Если $m=2, m \equiv$

~~$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$~~

~~$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$~~

~~$$\text{Если } m=7, m \equiv \frac{1}{a-9b} \equiv 2 \pmod{m}$$~~

~~$$\text{Если } m=10, m \equiv \frac{1}{a-9b} \equiv 10 \pmod{10}$$~~

$$\frac{a+b}{(a+b)(a-9b)} = \frac{1}{a-9b} \quad \begin{matrix} \text{применено} \\ \text{сокращение} \end{matrix}$$

при $m=a+b$, где b можно сократить на $(a+b)$

Ответ: $m=a+b$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \sqrt{2x^2+3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

$$\sqrt{2x^2+3x+4 - (1-4x+4x)} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

$$\sqrt{2x^2+x+3+1-4x} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

1) Замена $t = 2x^2+x+3$, $m = 1-4x$
 $t \geq 0$

$$\sqrt{t+m} - \sqrt{t} = m$$

$$\sqrt{t+m} - \sqrt{t} = m \quad | \cdot \sqrt{t+m} + \sqrt{t}$$

Если $m < 0$, то $\sqrt{t+m} - \sqrt{t} < 0$
 Если $m > 0$, то $\sqrt{t+m} - \sqrt{t} > 0$ \Rightarrow можно возводить в квадраты без опаски
 Если $m = 0$, то $\sqrt{t} - \sqrt{t} = 0$ \Rightarrow $m = 0$

при $m = 0$, $1-4x = 0$ $x = \frac{1}{4}$, но $\sqrt{2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{3}{4} + 4} - \sqrt{2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + 3} = 1 - 1$
 $1-4x = 0$
 $x = \frac{1}{4}$

Если $m \neq 0$, то $(\sqrt{t+m} - \sqrt{t+m} + \sqrt{t+m}) \cdot (\sqrt{t+m} - \sqrt{t} + \sqrt{t}) = m^2$ $\Rightarrow x = \frac{1}{4}$

$$t+m - 2\sqrt{t+m} + t - m^2 = 0$$

$$-m^2 + 2t + m - 2\sqrt{t+m} = 0$$

$$-m^2 + 2t + m = 2\sqrt{t+m}$$

Обратная замена

$$-(1-4x)^2 + 2(2x^2+x+3) + (1-4x) = 2\sqrt{(2x^2+x+3)^2 + (2x^2+x+3)(1-4x)}$$

$$-1 + 8x - 16x^2 + 4x^2 + 2x + 6 + 1 - 4x = 2\sqrt{4x^4 + x^4 + 9 + 4x^3 + 12x^2 + 6x + 2x^2 + x + 3 - 8x^3 - 4x^2 - 12x}$$

$$= 2\sqrt{4x^4 + x^4 + 9 + 4x^3 + 12x^2 + 6x + 2x^2 + x + 3 - 8x^3 - 4x^2 - 12x}$$

$$-10x^2 + 6x - 16 = 2\sqrt{4x^4 - 4x^3 + x^2 - 9x + 12}$$

$$-6x^2 + 3x + 3 = 2\sqrt{4x^4 - 4x^3 + x^2 - 9x + 12}$$

Ответ: $x = \frac{1}{4}$

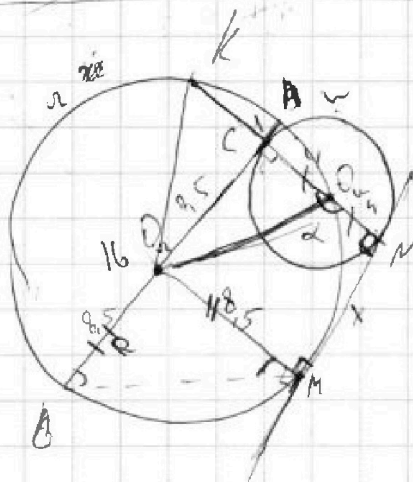
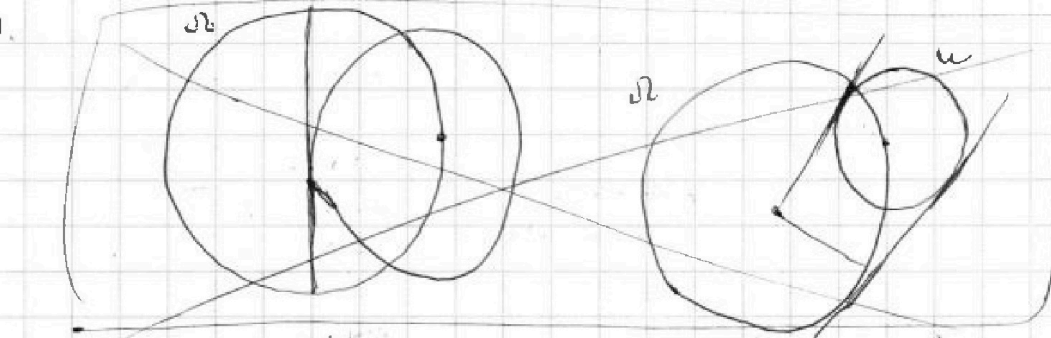
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$KL = 16$
 $AL = 1$
 $MM \perp \Omega$

$\omega(O_1, R_1)$
 $\Omega(O_2, R_2)$

$$1) R_{\Omega} = \frac{KL + AL}{2} = \frac{16 + 1}{2} = 8,5$$

$$2) CO_1 = R_{\Omega} - AL = 7,5$$

2) AB касательна к Ω и ω (по условию) \rightarrow
 $\Rightarrow O_1L \perp AB$ (по свойству касательной)

3) $MM \perp$ касательная к ω и Ω

4) Аналогично п. 2. $MM \perp O_1K$, $MM \perp O_1N$

5) Внешний ω и Ω продолжением отрезка O_1C по пересечению в Ω в K

6) D_{Ω} . O_1K и O_1N - радиусы ω и Ω $\Rightarrow O_1K = O_1N$ (по отл. отл.)

7) $O_1K = O_1N$ (из п. 6) $\Rightarrow \triangle O_1K O_1 - \text{р/б}$

8) $\triangle O_1K O_1 - \text{р/б}$ (из п. 7) $\Rightarrow O_1L$ - высота, медиана и биссектриса $\triangle O_1K O_1$ (по свойству р/б) \Rightarrow

\Rightarrow 9) $KL = CO_1$ (т.к. O_1L - медиана)

10) $KL \cdot CA = KL \cdot CO_1$ (по свойству касательных к окружности)
 $16 \cdot 1 = CO_1^2 \Rightarrow CO_1 = 4 \Rightarrow R_{\Omega} = 4$

11) MM - касательная к ω и Ω . $MM \perp O_1K$ и $MM \perp O_1N$ (по свойству касательной)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

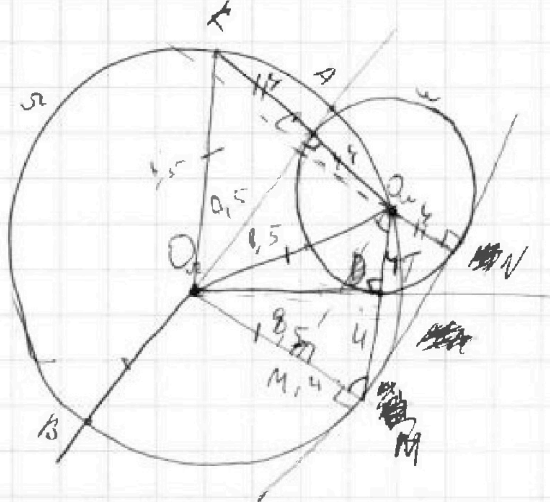
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$AM^2 =$



$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

1) Проведем из O касательную к сф. в точке F

2) $O_n T$ перпендикулярно $u \Rightarrow O_n T = 0$

3) $O_n T \perp O_n T$ по свойству касательной

4) $O_n M_1 = 4$ аналогично п. 5-6

5) $NM_1 = \sqrt{O_n M_1^2 + O_n N^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$

1) $O_n M_1 = NM$ - перпендикуляр NM к R_n в точке M_1

1) $O_n M_1 \perp NM$ (из п. 1)

2) $O_n M_1 \parallel NM$ (из п. 1)
 $O_n N \parallel O_n M$ (по свойству двух касательных к сф. в одной точке) \Rightarrow
 $\Rightarrow O_n M M_1$ - параллелограмм $\Rightarrow O_n M_1 = NM$ (по свойству параллелограмма)
 $O_n N = M_1 M$ и перпендикулярно

3) $O_n M_1 = O_n M - M_1 M = 8,5 - 4 = 4,5$

4) $NM \parallel O_n M_1$ (из п. 1)
 $NM \perp O_n M$ (по свойству касательной) \Rightarrow
 $\Rightarrow O_n M_1 \perp O_n M$ (по свойству двух касательных к сф. в одной точке)

5) по теореме Пифагора

$$O_n M_1 = \sqrt{O_n O_n^2 - O_n M_1^2} = \sqrt{R_n^2 - O_n M_1^2} =$$

$$= \sqrt{8,5^2 - 4,5^2} = \sqrt{(8,5-4,5)(8,5+4,5)} = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13}$$

(из п. 2)

Ответ: $NM = 2\sqrt{13}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



x, y, z - действительные числа, $x, y, z \neq 0$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 z^2}{x^2 + 6y^2} \quad (A)$$

$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3x}{x+y} = \frac{z}{z} \Rightarrow z = \frac{z}{\frac{3x}{x+y}} = \frac{z(x+y)}{3x}$$

$$3x + 2y = \frac{z(x+y)}{3x}$$

$$3x(3x + 2y) + 2y(3x + 2y) - z(x+y) = 0$$

$$3x + 2y \neq 0$$

$$3xy + 3x^2 + 6y^2 + 2yx - z(x+y) = 0$$

$$x^2 + 3y^2 + 3xy = 0$$

$$x^2 + xy + 2xy + 2y^2 = 0$$

$$x(x+y) + 2y(x+y) = 0$$

$$\begin{cases} x \neq -y \\ x \neq -2y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -y & (A) \\ x = -2y & (B) \end{cases}$$

$$(A) \quad z = \frac{2 \cdot (-y)y}{3y - y} = \frac{-2y^2}{2y} = -y$$

$$(B) \quad z = \frac{2(1-2y) \cdot y}{3y - 2y} = \frac{-4y^2}{y} = -4y$$

1) (A) \rightarrow (A)

$$\frac{3(-y)^2 - 4y^2 - (-y)^2}{x(-y)^2 + 6y^2} = \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 + 6y^2} = \frac{-2y^2}{7y^2} = -\frac{2}{7}$$

2) (B) \rightarrow (B)

$$\frac{3(-2y)^2 - 4y^2 - (-4y)^2}{x(-2y)^2 + 6y^2} = \frac{3 \cdot 4y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 + 6y^2} = \frac{-4y^2}{10y^2} = -\frac{2}{5}$$

3) $\frac{2}{3}$ н.п. и н.д.

(A) max $\in [1, 2]$

Ответ: $\frac{2}{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$48 = y$$

$$11x + 2x = 11y$$

$$11(x-y) + 2x = 0$$

$$11x = \frac{2x}{x-y}$$

$$11 = \frac{2}{y-x}$$

$$11 = \frac{2(48-y)}{y-48+y}$$

$$11 = \frac{96-2y}{2y-48}$$

$$11 = \frac{2(48-y)}{2(y-24)}$$

~~$$11 = \frac{2(48-y)}{2(y-24)} = \frac{5}{4}$$~~

~~$$\frac{2(48-y)}{2(y-24)} = \frac{5}{4}$$~~

$$\frac{(48-y)y}{(y-24)(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{-2y(48-y)}{(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4} = 0$$

$$\frac{-8y(48-y) - 5(y+6)(54-y)}{(y+6)(54-y)} = 0$$

$$-384y + 8y^2 - 5(y^2 + 6y + 54y - 54y) = 0$$

$$-384y + 8y^2 + 5y^2 - 48 \cdot 5y + 324 \cdot 5 = 0$$

$$13y^2 - 624y - 1620 = 0$$

$$D = 389376 + 52 \cdot 1620 = 389376 + 84240 = 473616$$

$$y = \frac{624 \pm \sqrt{473616}}{26} = \frac{624 \pm 2176}{26}$$

$$y = \frac{312 \pm 8\sqrt{13156}}{13} = \frac{312 \pm 6\sqrt{3289}}{13}$$

$$\rightarrow y = \frac{312 + 6\sqrt{3289}}{13}$$

$$r.k. \frac{312 - 6\sqrt{3289}}{13} < 0$$

$$AB = \left(\frac{48-y}{y-24} \cdot \frac{312 + 6\sqrt{3289}}{13} \right)$$

Ответ: $\frac{48-y}{y-24} \cdot \frac{312 + 6\sqrt{3289}}{13}$

240
 + 240
 + 384
 864
 624
 + 624
 2496
 4248
 3244
 379326
 1620
 52
 324
 870
 24240

~~132876~~
~~24240~~
~~30876~~
 1388376
 84240
 473616
 473616 / 2
 236808
 108
 54
 27
 36

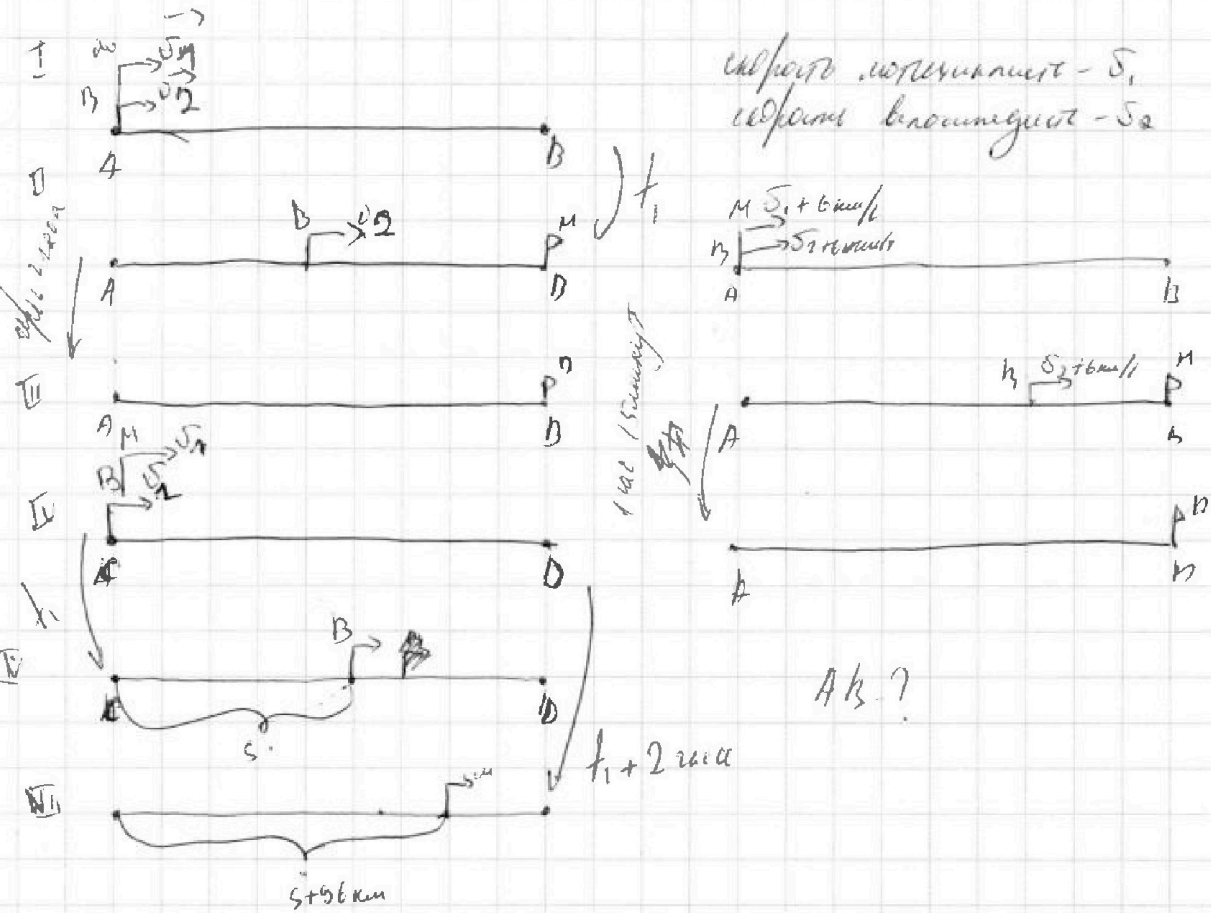
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



скорость течения - v_1
 скорость влохнувшего - v_2

$M \frac{v_1 + v_2 \sin \alpha}{v_2 \cos \alpha}$

$h \frac{v_1 + v_2 \sin \alpha}{v_2 \cos \alpha}$

АВ?

Пусть x - скорость влохнувшегося, y - скорость течения
 t_1 - время, за которое влохнувший пересек А-В

Скорость	$t, \text{с}$	$S, \text{км}$
x	$t_1 + 2$	$(t_1 + 2)x$
y	t_1	$t_1 y$
x	t_1	$t_1 x$
y	$t_1 + 2$	$(t_1 + 2)y$
$x + 6$	$\frac{t_1 y}{x + 6}$	$t_1 y$
$x + 6$	$\frac{t_1 y}{x + 6}$	$t_1 y$

на 96 км меньше

1) $(t_1 + 2)x = t_1 y$ - ~~к~~ АВ $\Rightarrow (t_1 + 2)x = t_1 y$
 $t_1 y - AB$

2) $(t_1 + 2)y - t_1 x$ - разница в расстоянии от начала, если бышло t_1 , а влохнувший воевал $(t_1 + 2)$
 $(t_1 + 2)y - t_1 x = 96 \text{ км}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $\left(\frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6}\right)$ - разница во времени, потраченной на АБ,
если они оба увеличили скорость на $\frac{1}{4}$
 $\frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = 1 \frac{15}{60}$

4) t_1 и $t_2 = 3$ составим систему уравнений

$$\begin{cases} (t_1 + 2)x = t_1 y \\ (t_1 + 2)y - t_1 x = 56 \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 x - t_1 y = -2x \\ t_1 y - t_1 x + 2y = 56 \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 y - t_1 x = 2x \\ t_1 y - t_1 x = 56 - 2y \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 56 - 2y \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4} \\ (t_1 + 2)x = t_1 y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 28 - y \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{28-y+6} = \frac{5}{4} \quad \text{#1} \\ (t_1 + 2)x = t_1 y \end{cases}$$

б.1) решим #1

$$\begin{aligned} \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{34-y} &= \frac{5}{4} \\ t_1 y \left(\frac{34-y-y-6}{(y+6)(34-y)} \right) &= \frac{5}{4} \\ t_1 y \left(\frac{48-2y}{(y+6)(34-y)} \right) &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

б.2) рассмотрим б.1)



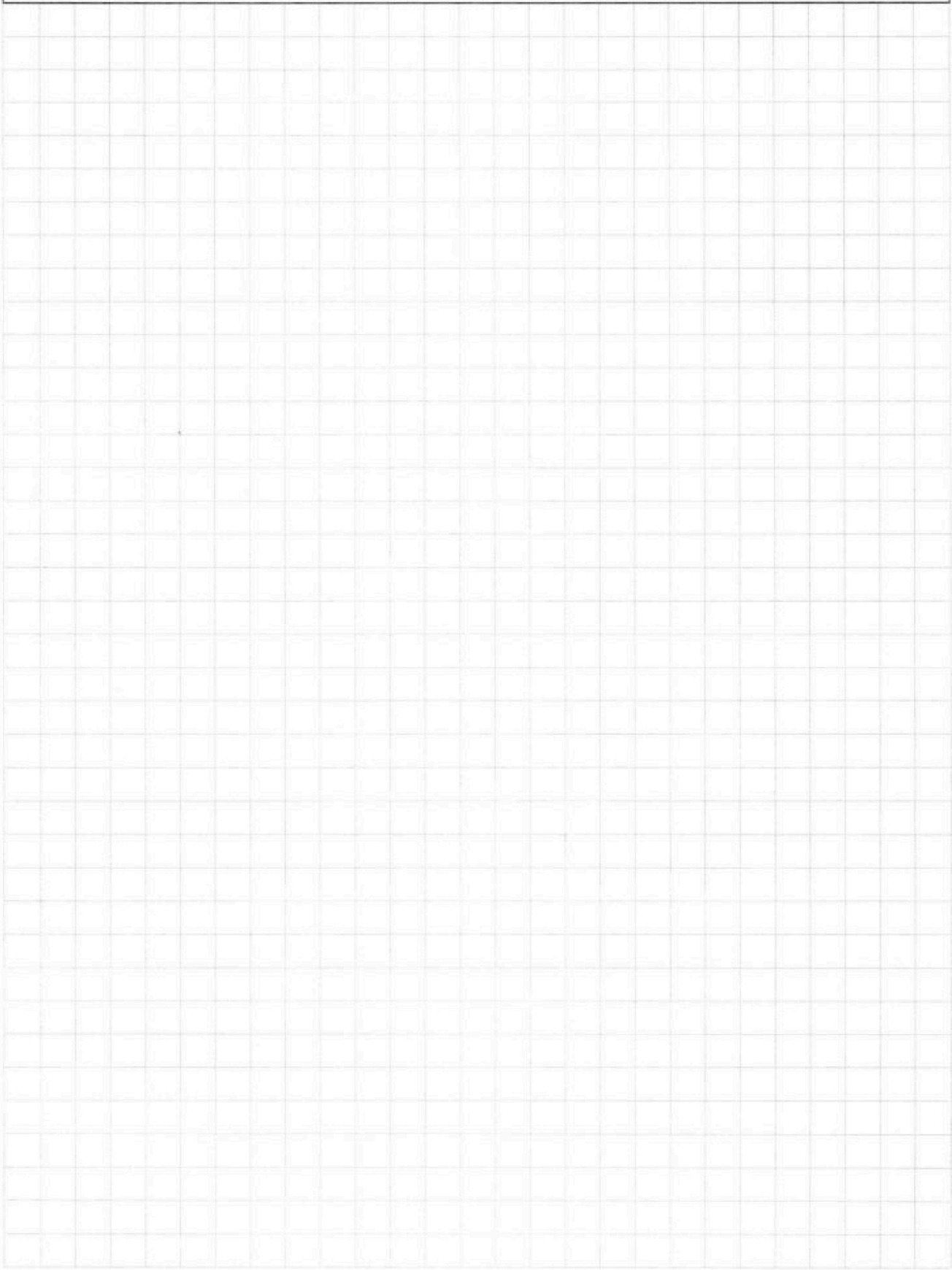
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{3x^2 - 4y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 18y^2 + 18y^2 - 4y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2} =$$

$$= \frac{3(x^2 - 6y^2) + 14y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2} = 3 + \frac{14y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 4y^2 - 2^2 \\ 3x^2 - 18y^2 \\ \hline 14y^2 - 2^2 \end{array} \Bigg| \begin{array}{l} x^2 - 6y^2 \\ 9 \end{array}$$

$$3 = \frac{2-2y}{x}$$

$$3 = \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{y}\right)x$$

$$\frac{2-2y}{x} = \frac{2x}{x} - \frac{x}{y}$$

$$\frac{2-2y}{x} - \frac{2x}{x} + \frac{x}{y} = 0$$

$$\frac{2-2y}{x} + \frac{14y^2 - 2^2}{x - 6y^2}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 4y^2 - 2^2 = 0 \\ 3x^2 - 4y^2 - 2^2 = 0 \end{cases}$$

$$3x + 2y = 2$$

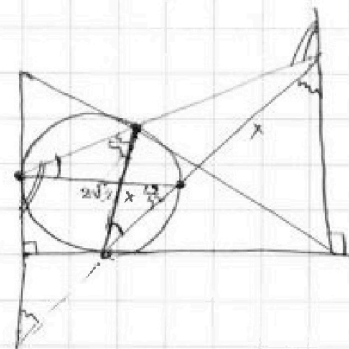
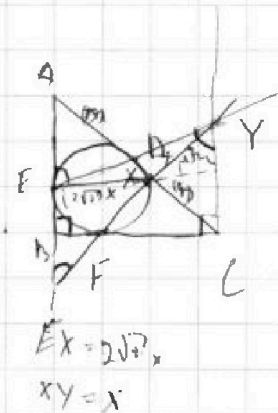
$$2 = \frac{2}{\frac{3}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$3x + 2y = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x(3y+x) + 2y(3y+x) - 2xy = 0 \\ 3y = -x \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} 9xy + 3x^2 + 6y^2 + 2yx + 2xy &= 0 \\ x^2 + 2y^2 + 3xy &= 0 \\ x^2 + 2y^2 + x^2 + 2xy &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x(x+y) + 2y(y+x) &= 0 \\ (y+x)(x+2y) &= 0 \\ y &= -x \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5. $x, y, z \neq 0$, x, y, z - действительные

$$\begin{cases} 3x + 2y = z \\ x + y = \frac{z}{2} \end{cases}$$

$$\frac{3x^2 + 4y^2 = z^2}{x^2 = 6y^2} \quad - \text{как?}$$

~~$3x + 2y = z$~~

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x + 2y} \Rightarrow \frac{3y(3x + 2y) + x(3x + 2y) - 2xy}{xy(3x + 2y)} = 0$$

$$\begin{cases} 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy - 2xy = 0 \\ 3x + 2y \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 + 6y^2 + 9xy = 0 \\ x + \frac{2}{3}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 + 3xy = 0 \\ x + \frac{2}{3}y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x + 2y = 0, |x| \\ x + \frac{2}{3}y \end{cases}$$

1) Рассмотрим (x)

$$x^2 + 3x + 2y = 0$$

$$D = 9 - 8y^2 \geq 0, \text{ т.к. } x, y \text{ - действительные числа}$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8y^2}}{2}$$

~~Ели $9 - 8y^2 = 0$, то $x = -\frac{3}{2}$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

~~$2x^2 + 4x$~~

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x - 1 + 4x} - \sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x - 1 + 4x} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$2x^2 - 3x + 4 = f$$

$$2x^2 - 3x + 4$$

$$1 - 4x$$

$$\sqrt{f} - \sqrt{f + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

~~$f = 4$~~

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{f + 1 - 4x} - \sqrt{f} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{f + 1 - 4x} \cdot \sqrt{f} = m \cdot |t|$$

$$m^2 = (f + 1 - 4x) \cdot f = 0$$

$$m^2 - t^2 - 2tm + t^2 = 0$$

$$t^2 - t = 0$$

$$t(t - 1) = 0$$

$$t = 0$$

$$t - 1 = 0$$

$$t = 0$$

$$t = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 - 3}$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$t = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + t} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + t} = t$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + t} = \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + t}$$

$$2x^2 + x + 3 + t = 2x^2 - 3x + 4 + t$$

$$4x = 1$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ 115 \\ \hline 160 \\ + 39 \\ \hline 199 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 - 4x < 0 & 1 - 4x = 1 \\ x = \frac{1}{4} & x = 0 \end{array}$$

$$2x^2 - 3x + 4 = \frac{1}{4} / 4$$

$$8x^2 - 12x + 16 - 1 = 0$$

$$8x^2 - 12x + 15 = 0$$

$$D = 144 - 480$$

$$2x^2 + x + 3 = \frac{1}{4} / 4$$

$$8x^2 + 4x + 12 = 4$$

$$8x^2 + 4x + 8 = 0$$

$$D = 16 -$$

$$= (1 - 4x)^2 + 2(2x^2 - 3x + 4)$$

$$\frac{(2x^2 - 3x + 4)^2 + (2x^2 - 3x + 4)(1 - 4x)}{(2x^2 - 3x + 4)^2 + (2x^2 - 3x + 4)(1 - 4x)}$$

$$= \sqrt{4x^2 + x + 9 - 4x^2 - 12x - 4x + 12} = \sqrt{5 - 8x + 15}$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + 4} - \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 3} = 0$$

$$\sqrt{4\frac{3}{4} - \frac{3}{4}} - \sqrt{3 + \frac{2}{4}} = 0$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. a, b, c

$$ab \equiv 0 \pmod{3^{11} \cdot 7^{11}}$$

$$bc \equiv 0 \pmod{3^{12} \cdot 7^{11}}$$

$$ac \equiv 0 \pmod{3^{11} \cdot 7^{12}}$$

ab · c = min?

$$\begin{matrix} a = 3^5 \\ b = 7^2 \cdot 2^6 \\ c = 3^{12} \cdot 7 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} a = 3^4 \cdot 7^2 \\ b = 3^7 \cdot 7^2 \\ c = 3^4 \cdot 7^9 \end{matrix}$$

$$a = 3^7 \cdot 7^m$$

$$b = 3^{11-n} \cdot 7^{11-m}$$

$$c = 3^{16-11+n} \cdot 7^{16-11+m} = 3^{2+n} \cdot 7^{2+m}$$

$$n + 2 + n = 21$$

$$2n + 2 + m + m = 38$$

$$2n = 14$$

$$2m = 31 \Rightarrow m = 10,5$$

$$n = 7$$

$$a \cdot b \cdot c = 3^{25} \cdot 7^{38,5}$$

$$\begin{array}{r} \times 121 \\ \times 624 \\ \hline 11248 \\ 24196 \\ \hline + 1248 \\ \hline 3744 \\ \hline 389376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 2 \\ \times 550 \\ \hline 1100 \\ + 550 \\ \hline 1650 \\ \hline \times 285 \\ \hline 277500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ \times 493 \\ \hline 6409 \\ + 1399 \\ \hline 7808 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ \times 52 \\ \hline 676 \\ + 260 \\ \hline 936 \\ \hline \times 56 \\ \times 556 \\ \hline 30736 \\ + 1556 \\ \hline 32292 \end{array}$$

$$90^2 = 8100$$

$$100^2 = 10000$$

$$1000^2 = 1000000 \quad a = 3^7 \cdot 7^{19,5}$$

$$500^2 = 250000 \quad b = 3^4 \cdot 7^9 \cdot 2^{19,5}$$

$$400^2 = 160000 \quad c = 3^{14} \cdot 7^{13,5}$$

$$50^2 = 2500$$

$$60^2 = 3600$$

$$70^2 = 4900$$

$$80^2 = 6400$$

$$90^2 = 8100$$

$$100^2 = 10000$$

$$110^2 = 12100$$

$$120^2 = 14400$$

$$130^2 = 16900$$

$$140^2 = 19600$$

$$150^2 = 22500$$

$$160^2 = 25600$$

$$170^2 = 28900$$

$$180^2 = 32400$$

$$190^2 = 36100$$

$$200^2 = 40000$$

$$210^2 = 44100$$

$$220^2 = 48400$$

$$230^2 = 52900$$

$$240^2 = 57600$$

$$250^2 = 62500$$

$$260^2 = 67600$$

$$270^2 = 72900$$

$$280^2 = 78400$$

$$290^2 = 84100$$

$$300^2 = 90000$$

$$310^2 = 96100$$

$$320^2 = 102400$$

$$330^2 = 108900$$

$$340^2 = 115600$$

$$350^2 = 122500$$

$$360^2 = 129600$$

$$370^2 = 136900$$

$$380^2 = 144400$$

$$390^2 = 152100$$

$$a \cdot b \quad a \in M \quad b \in M$$

$$a + b$$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 + ab + b^2$$

$$a^2 - ab + b^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = 0 \pmod{m}$$

$$a^2 + ab + b^2 - ab = 0 \pmod{m}$$

$$a^2 + ab + b^2 - ab = 0 \pmod{m}$$

$$a^2 + ab + b^2 - ab = 0 \pmod{m}$$

$$a^2 + ab + b^2 - ab = 0 \pmod{m}$$

$$10ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$10ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$10ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$10ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$10ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$10ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$10ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$10ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$10ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$10ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$10ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$10ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$10ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$10ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$ab = (a+b) \cdot k$$

$$ab - ak - bk = 0$$

$$m \mid (a-b)$$

$$m \mid (a+b) + (a-b) = 2a$$

$$m \mid a$$

$$m \mid b$$

$$ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\Rightarrow a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$2 \cdot 5 = 10$$

$$2 \cdot 7 = 14$$

$$2 \cdot 9 = 18$$

$$2 \cdot 11 = 22$$

$$2 \cdot 13 = 26$$

$$2 \cdot 15 = 30$$

$$2 \cdot 17 = 34$$

$$2 \cdot 19 = 38$$

$$2 \cdot 21 = 42$$

$$2 \cdot 23 = 46$$

$$2 \cdot 25 = 50$$

$$2 \cdot 27 = 54$$

$$2 \cdot 29 = 58$$

$$2 \cdot 31 = 62$$

$$2 \cdot 33 = 66$$

$$2 \cdot 35 = 70$$

$$2 \cdot 37 = 74$$

$$2 \cdot 39 = 78$$

$$2 \cdot 41 = 82$$

$$2 \cdot 43 = 86$$

$$2 \cdot 45 = 90$$

$$2 \cdot 47 = 94$$

$$2 \cdot 49 = 98$$

$$2 \cdot 51 = 102$$

$$2 \cdot 53 = 106$$

$$2 \cdot 55 = 110$$

$$2 \cdot 57 = 114$$

$$2 \cdot 59 = 118$$

$$2 \cdot 61 = 122$$

$$2 \cdot 63 = 126$$

$$2 \cdot 65 = 130$$

$$2 \cdot 67 = 134$$

$$2 \cdot 69 = 138$$

$$2 \cdot 71 = 142$$

$$2 \cdot 73 = 146$$

$$2 \cdot 75 = 150$$

$$2 \cdot 77 = 154$$

$$2 \cdot 79 = 158$$

$$2 \cdot 81 = 162$$

$$2 \cdot 83 = 166$$

$$2 \cdot 85 = 170$$

$$2 \cdot 87 = 174$$

$$2 \cdot 89 = 178$$

$$2 \cdot 91 = 182$$

$$2 \cdot 93 = 186$$

$$2 \cdot 95 = 190$$

$$2 \cdot 97 = 194$$

$$2 \cdot 99 = 198$$

$$2 \cdot 101 = 202$$

$$2 \cdot 103 = 206$$

$$2 \cdot 105 = 210$$

$$2 \cdot 107 = 214$$

$$2 \cdot 109 = 218$$

$$2 \cdot 111 = 222$$

$$2 \cdot 113 = 226$$

$$2 \cdot 115 = 230$$

$$2 \cdot 117 = 234$$

$$2 \cdot 119 = 238$$

$$2 \cdot 121 = 242$$

$$2 \cdot 123 = 246$$

$$2 \cdot 125 = 250$$

$$2 \cdot 127 = 254$$

$$2 \cdot 129 = 258$$

$$2 \cdot 131 = 262$$

$$2 \cdot 133 = 266$$

$$2 \cdot 135 = 270$$

$$2 \cdot 137 = 274$$

$$2 \cdot 139 = 278$$

$$2 \cdot 141 = 282$$

$$2 \cdot 143 = 286$$

$$2 \cdot 145 = 290$$

$$2 \cdot 147 = 294$$

$$2 \cdot 149 = 298$$

$$2 \cdot 151 = 302$$

$$2 \cdot 153 = 306$$

$$2 \cdot 155 = 310$$

$$2 \cdot 157 = 314$$

$$2 \cdot 159 = 318$$

$$2 \cdot 161 = 322$$

$$2 \cdot 163 = 326$$

$$2 \cdot 165 = 330$$

$$2 \cdot 167 = 334$$

$$2 \cdot 169 = 338$$

$$2 \cdot 171 = 342$$

$$2 \cdot 173 = 346$$

$$2 \cdot 175 = 350$$

$$2 \cdot 177 = 354$$

$$2 \cdot 179 = 358$$

$$2 \cdot 181 = 362$$

$$2 \cdot 183 = 366$$

$$2 \cdot 185 = 370$$

$$2 \cdot 187 = 374$$

$$2 \cdot 189 = 378$$

$$2 \cdot 191 = 382$$

$$2 \cdot 193 = 386$$

$$2 \cdot 195 = 390$$

$$2 \cdot 197 = 394$$

$$2 \cdot 199 = 398$$

$$2 \cdot 201 = 402$$

$$2 \cdot 203 = 406$$

$$2 \cdot 205 = 410$$

$$2 \cdot 207 = 414$$

$$2 \cdot 209 = 418$$

$$2 \cdot 211 = 422$$

$$2 \cdot 213 = 426$$

$$2 \cdot 215 = 430$$

$$2 \cdot 217 = 434$$

$$2 \cdot 219 = 438$$

$$2 \cdot 221 = 442$$

$$2 \cdot 223 = 446$$

$$2 \cdot 225 = 450$$

$$2 \cdot 227 = 454$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



473616

$$\begin{aligned}
 600^2 &= 360000 \\
 200^2 &= 40000 \\
 600 & \times 200 = 120000 \\
 600 & \times 600 = 360000 \\
 200 & \times 200 = 40000 \\
 \hline
 & 435600
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 44 \\
 670 \\
 670 \\
 \hline
 469 \\
 402 \\
 \hline
 447900
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 64 \\
 680 \\
 680 \\
 \hline
 544 \\
 408 \\
 \hline
 482400 \\
 650 \\
 650 \\
 \hline
 414 \\
 414 \\
 \hline
 473400
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 423400 \quad 4 \\
 \hline
 4 \\
 0 \\
 33 \\
 32 \\
 \hline
 14 \\
 20 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 76 \\
 76 \\
 \hline
 196 \\
 16 \\
 \hline
 216
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4730 \\
 216 \\
 \hline
 423400 + 216 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2916 \\
 64 \\
 \hline
 2980
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12350 \quad 9 \\
 \hline
 9 \\
 28 \\
 27 \\
 \hline
 13 \\
 5 \\
 \hline
 1850
 \end{array}$$

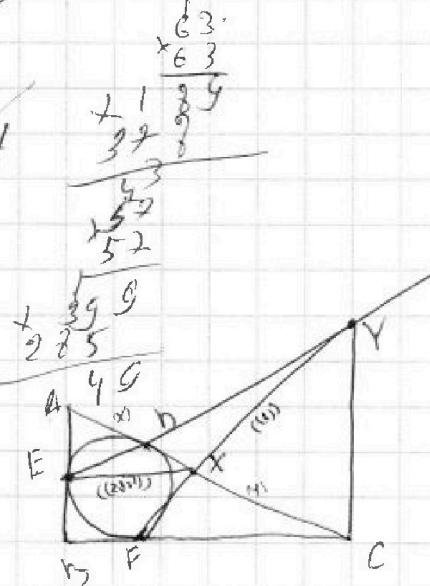
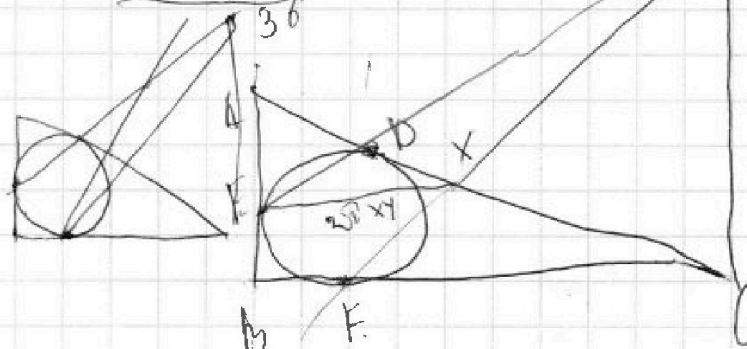
$$\begin{array}{r}
 216 \quad 4 \\
 \hline
 20 \quad 34 \\
 76 \\
 \hline
 16 \\
 7
 \end{array}$$

$$= 690^2 +$$

$$\begin{array}{r}
 13156 \\
 13156 \\
 40^2 = 1600 \\
 80^2 = 3600 \\
 100^2 = 10000 \\
 13156 \quad 4 \\
 \hline
 12 \\
 45 \\
 32 \\
 \hline
 36 \\
 36 \\
 \hline
 3229
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3229 \\
 40^2 = 1600 \\
 80^2 = 3600 \\
 70^2 = 4900
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1476 \\
 696 \\
 696 \\
 \hline
 1992 \\
 2776 \\
 \hline
 2776 \\
 36 \\
 \hline
 2812
 \end{array}$$



229
 214
 534
 12/37
 32

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y_{1,2} = \frac{624 \pm \sqrt{473400 + 216}}{26} = \frac{624 \pm \sqrt{547183501}}{26} =$$

$$\frac{312 \pm 3\sqrt{6 \pm 13150}}{13} = \frac{312 \pm 3 \cdot 2\sqrt{3780}}{13} =$$

$$\begin{array}{r} 656 \\ \times 656 \\ \hline 4146 \\ 64053 \\ \hline 4146 \\ 64053 \\ \hline 43264 \\ 4146 \\ \hline 44416 \end{array}$$

$$\begin{cases} (t+2)x = ty \\ (t+2)y = t(x+6) \\ \frac{t+2}{y+6} - \frac{t+2}{x+6} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 48 - y \\ (t+2)x = ty \\ \frac{t+2}{y+6} - \frac{t+2}{x+6} = \frac{5}{4} \\ y+6 - x+6 = 4 \\ x = t+2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8y^2 - 374 - 5y^2 + 574y + 67 \\ 9y^2 - 384 + 5y^2 - 48y \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 656 \\ \times 656 \\ \hline 396 \\ 388 \end{array}$$

$$x = 48 - y$$

$$t = \frac{4 - 48}{24 - y}$$

$$\begin{aligned} \frac{t}{t+2} &= 48 - y \\ ty &= (48 - y)(t+2) \\ ty &= 48t + 56 - ty - 2y \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 104 \\ \hline 144220 \\ \times 54 \\ \hline 8245 \end{array}$$

$$\frac{(4-48)y}{(24-y)(y+6)} - \frac{(4-48)y}{(24-y)(48+y+6)} = \frac{5}{4} \Rightarrow t - 2ty + 96 - 2y = 0$$

$$\frac{(4-48)y}{(24-y)(y+6)} - \frac{1}{54-y} = \frac{5}{4} \Rightarrow 29t - ty + 48 - y = 0$$

$$\frac{(4-48)y}{(24-y)} \cdot \frac{54-y-4-6}{(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4} \Rightarrow t(24-y) = y-48$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ \times 324 \\ \hline 607 \end{array}$$

$$\frac{(y-48)y(48-2y)}{(24-y)(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4} = 0$$

$$\frac{(y-48)y(48-2y)}{(24-y)(y+6)(54-y)} = 0$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ \times 240 \\ \hline 624 \end{array}$$

$$\frac{(y-48)y(2/24-y)}{(48-2y)(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4} = 0 \Rightarrow \frac{2y(y-48) - 5(y+6)(54-y)}{(y+6)(54-y)} = 0$$