



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 13

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x + 2y = z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = 2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1. \quad a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$\begin{aligned} ab &\equiv 0 \pmod{3^2 \cdot 7^2} \\ bc &\equiv 0 \pmod{3^2 \cdot 7^4} \\ ac &\equiv 0 \pmod{3^2 \cdot 7^3} \end{aligned}$$

abc min - ?

1. Чтобы произведение a, b, c было минимальным,

то сперва найдем альбо

$$\begin{cases} ab = 3^2 \cdot 7^2 \\ bc = 3^2 \cdot 7^4 \\ ac = 3^2 \cdot 7^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3^m \cdot 7^m \\ b = 3^{11-n} \cdot 7^{11-m} \\ c = 3^{18-11+n} \cdot 7^{16-11+m} = 3^{9+n} \cdot 7^{5+m} \end{cases}$$

$n, m \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} n + 2m = 14 \\ m + 5 + m = 21 \\ n + 5 + m = 38 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \begin{cases} 2n = 14 \\ 2m = 33 \\ n, m \in \mathbb{N} \\ a = 3^n \cdot 7^m \\ b = 3^{11-n} \cdot 7^{11-m} \\ c = 3^{3+n} \cdot 7^{5+m} \end{cases} \\ & \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{cases} n = 7 \\ m = 11,5 \quad \text{не удобн. ун.} \\ n, m \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$2. \quad \text{Учтим } ab = k \cdot 3^2 \cdot 7^2, \quad \text{где } k \in \mathbb{N}, \quad \boxed{k}$$

$$\begin{aligned} a &= \cancel{3}^n \cdot \cancel{7}^m \\ b &= \cancel{3}^{11-n} \cdot \cancel{7}^{11-m} \\ c &= \cancel{3}^{3+n} \cdot \cancel{7}^{5+m} \end{aligned}$$

Т.к. m получилось не целое, но нужно выбрать такое

число k , чтобы $m \in \mathbb{N} \Rightarrow k = 3^m$ - минимальное возможное

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \begin{cases} a = 3^n \cdot 7^m \cdot k \cdot 7^m \\ b = 3^{11-n} \cdot 7^{11-m} \\ c = 3^{3+n} \cdot 7^{5+m} \\ n, m \in \mathbb{N} \\ n+5+m = 21 \\ 0 < 3^n \cdot 7^m \cdot 3^{3+n} \cdot 7^{5+m} = 3^{21} \cdot 7^{38} \end{cases} \\ & \text{если эти числа т.к.} \\ & \text{они минимальны из всех таких} \\ & \text{то } 3^n \cdot 7^m \end{aligned}$$

\Rightarrow

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \begin{cases} 2n + 7 = 21 \\ 3m + 5 = 38 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2n = 14 \\ 3m = 33 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 7 \\ m = 11 \end{cases} \Rightarrow \\ & \begin{cases} a = 3^7 \cdot 7^{11} \cdot 7^m \\ b = 3^{11-n} \cdot 7^{11-m} \\ c = 3^{3+n} \cdot 7^{5+m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \cdot b \cdot c = 3^7 \cdot 7^{21} \cdot 3^4 \cdot 7^{14} \cdot 7^{16} = \\ = 3^{35} \cdot 7^{36} \end{cases} \quad \text{Ответ: } abc = 3^{35} \cdot 7^{38} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} \quad (\cancel{A}) \quad \frac{a}{b} - \text{несократим}$$

~~если~~

$$\begin{cases} a+b \equiv 0 \pmod{m} \\ a^2-8ab+b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \not\equiv b \pmod{m} \end{cases}$$

~~a+b~~

$$\begin{aligned} b &\equiv \frac{m}{10} \pmod{m} \\ b &\equiv \frac{m}{10b} \pmod{m} \\ a+b &\equiv 0 \pmod{m} \\ a &\not\equiv b \pmod{m} \\ ab &\equiv m \pmod{m} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a^2+2ab+b^2-2ab-8ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+b)^2-10ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 \cdot b \cdot (-b) \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -10b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \\ b \not\equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

\pmod{m}

	1	2	$m-1$	m
b^2	1	4	$(m-1)^2$	m^2
$10b^2$	10	40	$10(m-1)^2$	$10m^2$
$-b$	-1	-2	$1-m$	0
a	-1	-2	$1-m$	0

$$\Rightarrow \frac{a+b}{10b^2} = \frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} \pmod{m}$$

$$a+b \equiv 10b^2 \pmod{m}$$

$$a \equiv 10b^2 - b \pmod{m}$$

$$a \equiv b(10b-1) \pmod{m}$$

~~=> a \equiv b (1)~~

$$\Rightarrow \frac{gb+b}{8b^2-72b^2+b^2} = \frac{10b}{10b} = 1$$

$$10b^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a \equiv -b \pmod{m}$$

$$10b^2 \equiv m \pmod{m}$$

$$a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{10b^2} = \frac{a+b}{10b^2} \pmod{m}$$

$$\frac{a+b}{10b^2} = \frac{a+b}{10b^2} \pmod{m}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases} \Rightarrow \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{a+b}{10b^2} \pmod{m}$$

$$a^2-2ab+b^2 \equiv 10b^2 \pmod{m}$$

$$a^2+ab-9ab-9b^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a(a+b)-9b(a+b) \equiv 0 \pmod{m}$$

$$(a+b)(a-9b) \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow$$

$$\frac{a+b}{(a+b)(a-9b)} \equiv 0 \pmod{m} \quad \text{т.к. } a+b \neq 0 \pmod{m}$$

$$\frac{1}{a-9b} \equiv 0 \pmod{m}$$

если $m=1, m \neq 0$

$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$

~~$$a-9b \equiv 0 \pmod{m}$$~~

~~$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$~~

если $m=2, m \neq 0$

~~$$a-9b \equiv 2 \pmod{m}$$~~

~~$$a-9b \equiv \frac{1}{2} \pmod{m}$$~~

~~$$\text{если } m=2, m \neq 0 \quad \frac{1}{a-9b} \equiv 2 \pmod{m}$$~~

~~$$\text{если } m=10, m \neq 0 \quad \frac{1}{a-9b} \equiv 10 \pmod{10}$$~~

$$\frac{a+b}{(a+b)(a-9b)} = \frac{1}{a-9b} \quad \text{противоречие}$$

при $m=a+b$, где b можно выразить из $(a+b)$

$$\text{Однако: } n = a+b$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \sqrt{2x^2 + 3 + 4x} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 + 3 + 4x - 1 + 1 - 4x + 4x} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

1) Вариант ~~тест~~ $f = 2x^2 + x + 3$, $m = 1 - 4x$

$$\sqrt{f+m} - \sqrt{f} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{f+m} - \sqrt{f} = m / f^{1/2}$$

~~если $m < 0$, то $\sqrt{f+m} - \sqrt{f} < 0$~~
~~если $m > 0$, то $\sqrt{f+m} - \sqrt{f} > 0$~~ \Rightarrow можно возводить в квадрат без опаски

если $m=0$, то $\sqrt{f} - \sqrt{f} = 0$ - бессмыс \Rightarrow макс

если $m=0$, то $1 - 4x = 0$ $x = \frac{1}{4}$, то $\sqrt{2x^2 + 3 + 4x - 1 + 1 - 4x + 4x} = 1 - 1$
 $1 - 4x = 0$, $\sqrt{\frac{1}{8} - \frac{3}{4} + 4} = \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 3} = 0$
 $x = \frac{1}{4}$, $\sqrt{\frac{1}{8} - \frac{6}{8} + 4} = \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + 3}$
 \approx $\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{3}{8} + 4}$ \Rightarrow бессмыс \Rightarrow

если $m \neq 0$, то $(\sqrt{f+m} - \sqrt{f})^2 = m^2$ $\Rightarrow x = \frac{1}{4}$

~~$\sqrt{f+m} - 2\sqrt{f+m} + f - m^2 = 0$~~

$$-m^2 + 2f + m - 2\sqrt{f+m} = 0$$

$$-m^2 + 2f + m = 2\sqrt{f+m}$$

Делаем замену

$$-(1-4x)^2 + 2(2x^2 + x + 3) + (1-4x) = 2\sqrt{(2x^2 + x + 3)^2 / (1-4x)}$$

$$-\sqrt{8x^4 + 8x^3 + 4x^2 + 12x^2 + 6x + 2x^2 + x + 3 - 8x^3 - 4x^2 - 4x - 16x^2 + 4x^3 + 2x^2 + 4x^2 + 4x + 3} =$$

$$= 2\sqrt{4x^4 + x^3 + 9x^2 + 4x^3 + 12x^2 + 6x + 2x^2 + x + 3 - 8x^3 - 4x^2 - 12x}$$

$$-12x^2 - 16x - 16 = 2\sqrt{4x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 9x + 12}$$

$$-6x^2 + 3x + 3 = 2\sqrt{4x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 9x + 12}$$

Одним: $x = \frac{1}{4}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

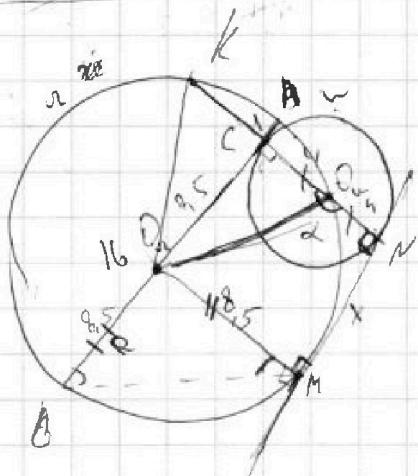
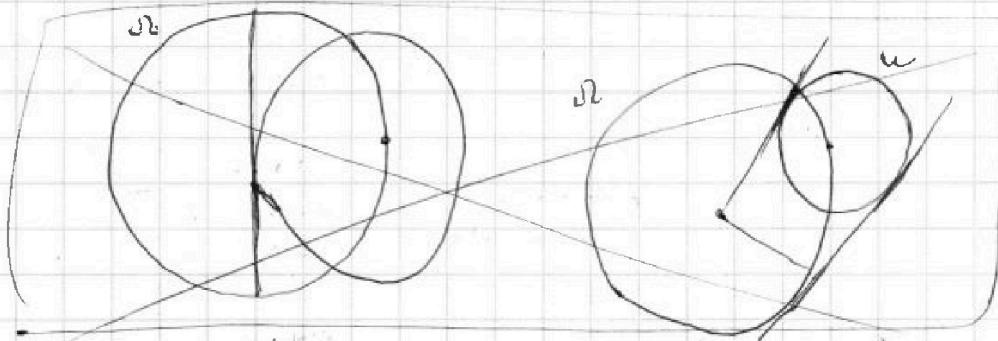


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4.



$$\angle BAC = 16$$

МНД?

$\omega(O_w, R_w)$
 $\omega(O_2, R_2)$

$$1) R_w = \frac{BC + AB}{2} = \frac{16 + 1}{2} = 9,5$$

$$2) CO_2 = R_w - AL = 7,5$$

2) AB касается w в т. l (по условию) \Rightarrow
 $\Rightarrow O_2 \perp AB$ (по свойству касательной)

3) Дн. O_2K -касательная к w , т.к.

4) Аналогично 2. $MN \perp O_2K$, $MN \perp O_2O_1$

5) Задача сводится к доказательству того что пересечение O_2K и O_1O_2 лежат на прямой l

6) $O_2K \perp O_1O_2$ - радиус $\Rightarrow O_2K = O_1O_2$ (по определению)

7) $O_2K = O_1O_2$ (из п. 6) $\Rightarrow O_2K \perp O_1O_2$ $\perp l$

8) $O_2K \perp O_1O_2$ $\perp l$ (из п. 7) $\Rightarrow O_1O_2$ - вертикальная идущая по O_2K (по свойству $\perp l$)

9) $KL = CO_2$ (тк O_2L - медиана)

10) $KL = CA = KL \cdot CO_2$ (по свойству перпендикуляра к хорде)

$$16 \cdot 1 = CO_2^2 \Rightarrow CO_2 = 4 \Rightarrow R_w = 4$$

11) MN -касательная к w в K . следовательно $MN \perp O_2K$ (по свойству)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

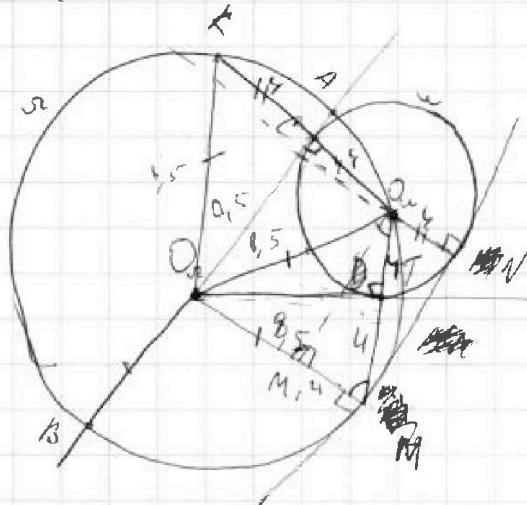
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2



64
76
68

1) $O_1M \perp l$ (доказательство)

2) $O_1M \parallel O_2N$ (из п. 1)

$O_2N \parallel O_1M$ (по свойству дуг, проходящих через вершины)

$\Rightarrow O_1M \parallel O_2N$ - параллельные прямые

(по опр.)

$$O_1M_1 = O_2M - M_1M = 8,5 - 4 = 4,5$$

3) $NM \parallel O_2M$ (п. 1)

$NM \parallel O_1M$ (по свойству накрест лежащих)

$\Rightarrow O_1M \perp O_2N$ (по свойству углов при пересечении параллельных прямых)

$$O_1M_1 = \sqrt{O_1O_1^2 - O_1M_1^2} = \sqrt{R_{O_1}^2 - O_1M_1^2} =$$

$$\sqrt{8,5^2 - 4,5^2} = \sqrt{(8,5 \cdot 4,5)(8,5 + 4,5)} = \sqrt{4 \cdot 13} \cdot \sqrt{2 \cdot 13} = NM$$

$$\text{Ответ: } NM = 2\sqrt{13}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 - \text{действительное число}, x, y, z \neq 0$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 = 22}{x^2 + y^2}$$

$$3x^2 + 2y^2 = 2$$

$$\frac{3x^2}{x^2 + y^2} = \frac{2}{2} \Rightarrow 2 = \frac{3x^2}{x^2 + y^2} + \frac{2y^2}{x^2 + y^2}$$

$$3x^2 + 2y^2 = \frac{2x^2 + 2y^2}{x^2 + y^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x^2 + 2y^2 = 2 \\ 3x^2 - 4y^2 = 22 \end{array} \right. \Rightarrow 6y^2 = -20 \Rightarrow y^2 = -\frac{10}{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x^2 + 2y^2 = 2 \\ 3x^2 - 4y^2 = 22 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^2 = -\frac{10}{3} \\ y^2 = -\frac{10}{3} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \sqrt{-\frac{10}{3}} \\ y = \sqrt{-\frac{10}{3}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + 2y^2 = 2 \\ x^2 - 4y^2 = 22 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + 2y^2 = 2 \\ x^2 - 4y^2 = 22 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6y^2 = -20 \\ x^2 = -\frac{10}{3} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6y^2 = -20 \\ x^2 = -\frac{10}{3} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \sqrt{-\frac{10}{3}} \\ y = \sqrt{-\frac{10}{3}} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -\sqrt{\frac{10}{3}} \\ y = \sqrt{\frac{10}{3}} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -2y \\ z = \frac{2(1-y)}{3y-2x} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$\alpha_1 \rightarrow \alpha_2$

$$\frac{3(-y)^2 - 4y^2 - (-y)^2}{3(-y)^2 - 4y^2} = \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{3y^2 - 4y^2} = \frac{-2y^2}{-y^2} = \frac{2}{3}$$

$$\alpha_2 \rightarrow \alpha_1$$

$$\frac{3(-2y)^2 - 4y^2 - (-4y)^2}{3(-2y)^2 - 4y^2} = \frac{3 \cdot 4y^2 - 4y^2 - 16y^2}{3 \cdot 4y^2 - 4y^2} =$$

$$\frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{12y^2 - 4y^2} = \frac{-8y^2}{8y^2} = -1$$

Ответ: $y = \pm \sqrt{\frac{10}{3}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~$y=48-x$~~

$$f_1 x + f_2 y = f_1 y$$

$$f_1 (x-y) + 2x = 0$$

$$f_1 x = \frac{2x}{x-y}$$

$$f_1 = \frac{2x}{y-x}$$

$$f_1 = \frac{2x}{y-x} (48-y)$$

$$y-48+y$$

$$f_1 = \frac{96-2y}{2y-48}$$

$$f_1 = \frac{2(48-y)}{2(y-24)}$$

$$\frac{2(48-y)}{2(y-24)} \cdot \frac{2(48-y)}{(y+6)(54-y)} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{-8(8-y)(8-y)(54-y)}{(y+6)(54-y)} = 0$$

$$\frac{(48-y)y}{(y+6)(54-y)} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{-8y(48-y)-5(y+6)(54-y)}{(y+6)(54-y)} = 0$$

$$-384y + 8y^2 - 51y^2 - 6y + 540y + 324 = 0$$

$$-384y + 8y^2 + 5y^2 - 48.5y + 324 = 0$$

$$13y^2 - 624y - 1620 = 0$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 7 \\ \hline 42 \\ 24 \\ \hline 240 \\ + 24 \\ \hline 48 \\ \times 5 \\ \hline 240 \\ \hline 240 \\ \hline 624 \\ \times 4 \\ \hline 2496 \\ \hline 2496 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1328376 \\ \times 26 \\ \hline 832 \\ 265 \\ \hline 52 \\ 1620 \\ \times 52 \\ \hline 324 \\ 324 \\ \hline 0 \\ 828 \\ \times 26 \\ \hline 49940 \\ \hline 49940 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47316 \\ \times 12 \\ \hline 946 \\ 108 \\ \hline 576 \\ 108 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$D = 3849376 + 52 \cdot 1620 = 395376 + 84240 = 479616$$

$$y = \frac{312 \pm \sqrt{479616}}{26} = \frac{312 \pm \sqrt{32256}}{26} = \frac{312 \pm 18\sqrt{18404}}{26} =$$

$$\frac{312 \pm 3\sqrt{13156}}{13} = \frac{312 \pm 6\sqrt{3289}}{13} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y \approx \frac{312 + 6\sqrt{3289}}{13}$$

$$\text{т.к. } 312 - 6\sqrt{3289} < 0$$

$$AB = \left| \frac{(48-y)}{2(y-24)} \cdot \frac{312 + 6\sqrt{3289}}{13} \right|$$

$$\text{Очевидно: } \frac{48-y}{y-24} \cdot \frac{312 + 6\sqrt{3289}}{13}$$

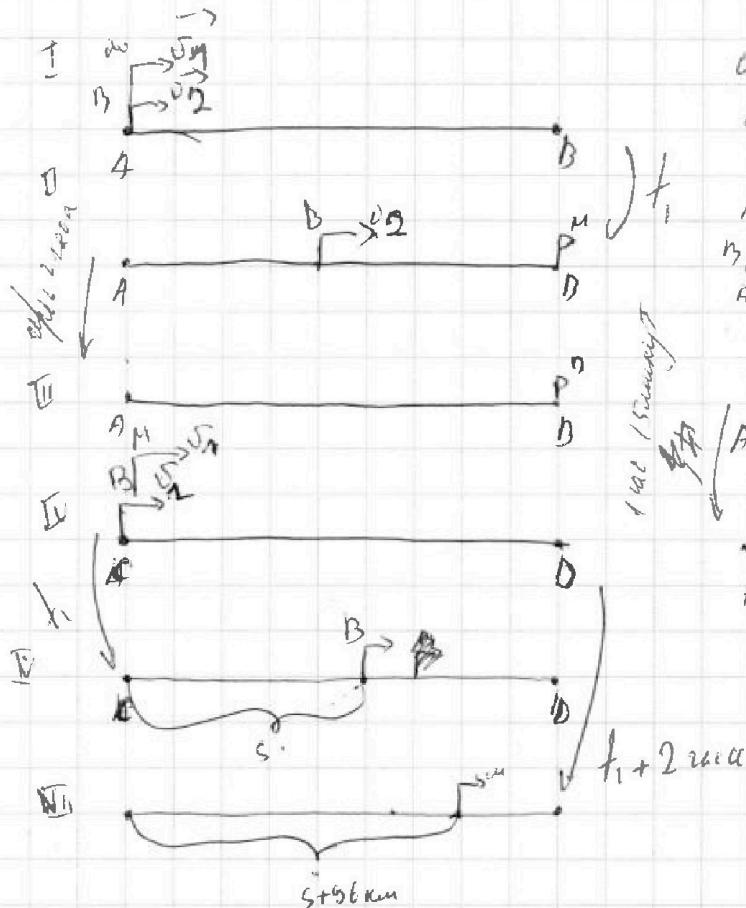
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

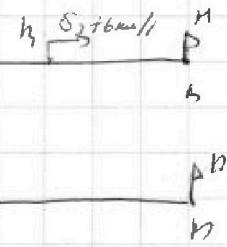
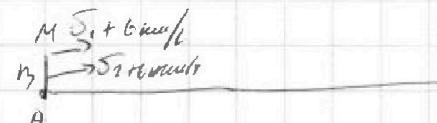
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Скорость шоссе равна v_1 ,
скорость вспомогат. v_2



Ah?

$t_1 + 2 \text{ часа}$

Решение t - скорость вспомогат., v - скорость шоссе
 t_1 - время, за которое проходит отрезок АВ

$S_{\text{шоссе}}$	t_1	$S_{\text{вспом.}}$
x	$t_1 + 2$	$(t_1 + 2)x$
y	t_1	$t_1 y$
x	t_1	$t_1 x$
y	$t_1 + 2$	$(t_1 + 2)y$
$x + 6$	$\frac{t_1 y}{x+6}$	$\frac{t_1 x}{x+6}$
$x + 6$	$\frac{t_1 y}{x+6}$	$t_1 y$

} на 96 км меньше

$$1) \frac{t_1 y}{x+6} - t_1 y = 48 \quad | \cdot x+6 \Rightarrow (t_1 + 2)y = t_1 x$$

a) $t_1 = \frac{(t_1 + 2)y - t_1 x}{y}$ - разница в времени в часах
 вспомог. время t_1 , а шоссе время $(t_1 + 2)$
 $(t_1 + 2)y - t_1 x = 96 \text{ км}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|---|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | . | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | . | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $\left| \frac{t_1y}{y+6} - \frac{t_1y}{x+6} \right|$ - разница во времени, когда стало на 16,
если они одновременно вышли из дома
 $\frac{t_1y}{y+6} - \frac{t_1y}{x+6} = 1 \frac{15}{60}$

4) У3 и 1а-3 методом подстановки

$$(t_1+2)x = t_1y$$

$$(t_1+2)y - t_1x = 96$$

$$\frac{t_1y}{y+6} - \frac{t_1y}{x+6} = \frac{5}{4}$$

$$\cancel{t_1y} - t_1y = -24$$

$$t_1y - t_1x + 2y = 96$$

$$\frac{t_1y}{y+6} - \frac{t_1y}{x+6} = \frac{5}{4}$$

$$t_1y - t_1x = 24$$

$$t_1y - t_1x = 96 - 2y$$

$$\frac{t_1y}{y+6} - \frac{t_1y}{x+6} = \frac{5}{4}$$

$$2x = 96 - 2y$$

$$\frac{t_1y}{y+6} - \frac{t_1y}{x+6} = \frac{5}{4}$$

$$(t_1+2)x = t_1y$$

$$x = 48 - y$$

$$\frac{t_1y}{y+6} - \frac{t_1y}{48-y+6} = \frac{5}{4} \text{ (1)}$$

$$(t_1+2)x = t_1y$$

3.1) делаем A1

$$\frac{t_1y}{y+6} - \frac{t_1y}{54-y} = \frac{5}{4}$$

$$t_1y / \frac{54-y-4-y}{(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4}$$

$$t_1y / \frac{48-2y}{(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4}$$

4.1) вероятно в (1)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x = 48 - y \\ (t_1 + 2)x = t_1 y \\ t_1 y \left(\frac{5(y+6)}{(y+6)(54-y)} \right) = \frac{5}{4} \rightarrow y \left(\frac{48-y}{(y+6)(54-y)} \right) \end{cases}$$

если $y = 0$, то $0 = \frac{5}{4}$ неверно $\rightarrow y = 0$ - это корень
если $48-y = 0$, то $y = 24$

$x = 24$ - не удовл. уса., т.к.
вспомогательная величина
делимости с разными
коэффициентами.

$$\begin{cases} x = 48 - y \\ t_1 = \frac{5(y+6)/(54-y)}{4y/(48-y)} \\ y \neq 6 \\ y \neq 54 \\ (t_1 + 2)x = t_1 y \end{cases} \rightarrow \frac{5(y+6)/(54-y) + 2}{4y/(48-y)} / (48-y) = \frac{5(y+6)/(54-y)}{4y/(48-y)}$$
$$\frac{5(y+6)/(54-y) / (48-y) + 2 / (48-y)}{4y / (48-y)} = 0$$

$$\frac{5(y+6)/(54-y)}{4(48-y)} \left(\frac{48-y}{y} - 1 \right) + 2 / (48-y) = 0$$

$$\frac{5(y+6)/(54-y)}{4y} \left(\frac{48-y}{y} - 1 \right) + 2 / (48-y) = 0$$

$$\frac{5(y+6)/(54-y) + 2 \cdot 4y / (48-y)}{4y} = 0$$

$$5 / (54y - y^2 - 324 - 6y) + 8y / (48 - y) = 0$$

$$5y^2 + 48y - 324 + 324y - 8y = 0$$

$$-5y^2 + 240y + 1620 + 324y - 8y = 0$$

$$13y^2 - 624y - 1620 = 0$$

$$\Delta = 43616$$

$$\begin{array}{r} 5y \\ \times 6 \\ \hline 324 \\ 324 \\ \hline 624 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 624 \\ \times 5 \\ \hline 3120 \\ 3120 \\ \hline 3120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3120 \\ \times 13 \\ \hline 3120 \\ 3120 \\ \hline 40560 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40560 \\ - 3120 \\ \hline 8840 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - 7}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 18y^2 + 18y^2 - 4y^2 - 2x^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$= \frac{3(x^2 - 6y^2) + 14y^2 - 2x^2}{x^2 - 6y^2} = 3 + \frac{14y^2 - 2x^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - 7}{3x^2 - 18y^2} \left| \begin{array}{l} x^2 - 6y^2 \\ 3 \end{array} \right.$$

$$3 = \frac{2 - 2y}{x}$$

$$3 = \left(\frac{2}{z} - \frac{1}{y} \right) x$$

$$\frac{2 - 2y}{x} = \frac{2x}{z} - \frac{x}{y}$$

$$\cancel{2 - 2y} \cancel{+ 2x} \cancel{- x} = 0$$

$$\frac{2 - 2y}{x} + \frac{14y^2 - 2x^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$\begin{aligned} 3x^2 - 2y^2 - 7 &= 0 \\ 3x^2 - 4y^2 + 14y^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$3x + 2y = 2$$

$$z = \frac{2}{\frac{3}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$3x + 2y = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$\begin{cases} 3x(3y+x) + 2y(3y+x) - 2xy = 0 \\ 3y = -x \end{cases}$$

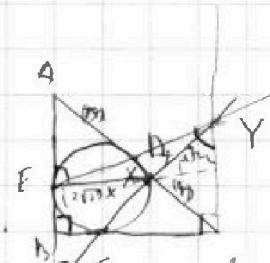
$$9xy + 3x^2 + 6y^2 + 2xy - 2xy = 0$$

$$x^2 + 2y^2 + 3xy = 0$$

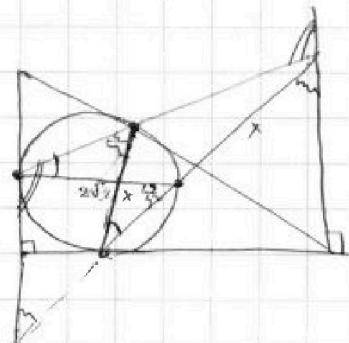
$$x^2 + y^2 + xy + 2xy = 0$$

$$x(xy) + 2y(y+x) = 0$$

$$(y+x)(x+2y) = 0$$



$$\begin{aligned} Ex &= 2\sqrt{2}, \\ xy &= x \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5. $x, y \geq 0$, $x, y \neq 0$ - движение

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 2 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} &= \frac{2}{2} \\ \frac{3x^2 + 4y^2 - 2^2}{xy} &= \text{non - ?} \\ x^2 + 6y^2 &= \end{aligned}$$

все равно.

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y} \rightarrow \frac{3y(3x+2y) + x(3x+2y) - 2xy}{xy(3x+2y)} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy - 2xy = 0 \\ 3x+2y \neq 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} 3x^2 + 6y^2 + 9xy = 0 \\ x + \frac{2}{3}y = \frac{2}{3}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 + 3xy = 0 \\ x + \frac{2}{3}y = \frac{2}{3}y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x + 2y^2 = 0, x_1 \\ x + \frac{2}{3}y = \frac{2}{3}y \end{cases}$$

1) Касательная A₁

$$x^2 + 3x + 2y^2 = 0$$

$$D = 9 - 8y^2 \geq 0, \text{ т.к. } x, y \text{ - это стационарные числа}$$

$$x_1 = -\frac{3}{2}$$

$$\text{если } 3y^2 = 0, \text{ то } x = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

~~№2~~

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$2x^2 - 3x + 4 = f$$

$$2x^2 - 3x + 4 = 1 - 4x$$

$$\sqrt{f} - \sqrt{f + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

~~№2~~

$$\sqrt{f + 1 - 4x} - \sqrt{f} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{f \cdot m} \cdot \sqrt{f} = m$$

$$m^2 \cdot f - fm^2 + f = 0$$

$$mf^2 - f^2 - 2fm^2 + f = 0$$

$$f^2 - f = 0$$

$$f(f - 1) = 0$$

$$f = 0$$

$$\begin{cases} f = 0 \\ f = 1 \end{cases}$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 - 3}$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$f = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + f} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + f} = f$$

11

$$\cancel{\sqrt{2x^2 + x + 3 + f}} = \sqrt{2x^2}$$

$$\cancel{2x^2 + x + 3 + f} = 2x^2 - 3x + 4$$

~~№2~~

$$f = 1 - 4x$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ 160 \\ \hline 39 \\ \hline 980 \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} 1000 \\ 8x \\ \hline 12x \\ 8x \\ \hline 4x \\ 4x \\ \hline 0 \end{array}$$~~

~~№2~~

$$8x^2 - 3x + 4 = \frac{1}{4} \cdot 4$$

$$8x^2 - 12x + 16 - 1 = 0$$

$$8x^2 - 12x + 15 = 0$$

$$\Delta = 144 - 480$$

$$8x^2 - 12x + 3 = \frac{1}{4} \cdot 4$$

$$8x^2 - 12x + 12 = 4$$

$$8x^2 - 12x + 11 = 0$$

$$\Delta = 16 -$$

$$(1 - 4x)^2 + 2(2x^2 - 3x + 4) / (1 - 4x) \cdot 2 = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{(1 - 4x)^2 + 2(2x^2 - 3x + 4)}{2} / (1 - 4x) \cdot 2 = 0 \\ & (1 - 4x)^2 + 2(2x^2 - 3x + 4) = 0 \end{aligned}$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{3}{4}x} - \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}x + 3} = 0$$

$$\sqrt{4x^2 - 9} - \sqrt{3 + 2x} = 0$$

$$\sqrt{4x^2 - 9} = \sqrt{3 + 2x}$$

$$\sqrt{4x^2 - 9} = \sqrt{3 + 2x}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. a, b, c

$$\begin{aligned} ab &\equiv 0 \pmod{9^k \cdot 7^m} \\ bc &\equiv 0 \pmod{3^l \cdot 7^n} \\ ac &\equiv 0 \pmod{3^m \cdot 7^{l+n}} \\ ab \cdot bc \cdot ac &\equiv 0 \pmod{3^{2k+m+l+n} \cdot 7^{2m+n}} \end{aligned}$$

ab · bc · ac =?

$$\begin{aligned} a &= 3^k \cdot 7^m \\ b &= 3^l \cdot 7^n \\ c &= 3^m \cdot 7^{l+n} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline a & = 3^k \cdot 7^m \\ \hline b & = 3^l \cdot 7^n \\ \hline c & = 3^m \cdot 7^{l+n} \\ \hline \end{array}$$

$$a = 3^k \cdot 7^m$$

$$b = 3^l \cdot 7^n$$

$$c = 3^m \cdot 7^{l+n}$$

$$= 3^{k+l+m} \cdot 7^{m+n}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$= 3^{25} \cdot 7^{38.5}$$

$$ab = (a+b) \cdot k$$

$$ab - ak - bk = 0$$

$$ab \neq 0$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 624 \\ \hline 484 \\ 724 \\ 124 \\ \hline 399376 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & 473616 \\ & \begin{array}{r} 600^2 = 360000 \\ 200^2 = 400000 \\ \hline 100^2 = 10000 \\ 600 \times 200 = 120000 \\ 600 \times 100 = 60000 \\ 200 \times 100 = 20000 \\ \hline 473616 \end{array} \\ & + 1356 \\ \hline & 435600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 473616 \\ & \begin{array}{r} 600^2 = 360000 \\ 200^2 = 400000 \\ \hline 100^2 = 10000 \\ 600 \times 200 = 120000 \\ 600 \times 100 = 60000 \\ 200 \times 100 = 20000 \\ \hline 473616 \end{array} \\ & + 1356 \\ \hline & 435600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 473616 \\ & \begin{array}{r} 600^2 = 360000 \\ 200^2 = 400000 \\ \hline 100^2 = 10000 \\ 600 \times 200 = 120000 \\ 600 \times 100 = 60000 \\ 200 \times 100 = 20000 \\ \hline 473616 \end{array} \\ & + 1356 \\ \hline & 435600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 473616 \\ & \begin{array}{r} 600^2 = 360000 \\ 200^2 = 400000 \\ \hline 100^2 = 10000 \\ 600 \times 200 = 120000 \\ 600 \times 100 = 60000 \\ 200 \times 100 = 20000 \\ \hline 473616 \end{array} \\ & + 1356 \\ \hline & 435600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 473616 \\ & \begin{array}{r} 600^2 = 360000 \\ 200^2 = 400000 \\ \hline 100^2 = 10000 \\ 600 \times 200 = 120000 \\ 600 \times 100 = 60000 \\ 200 \times 100 = 20000 \\ \hline 473616 \end{array} \\ & + 1356 \\ \hline & 435600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 473616 \\ & \begin{array}{r} 600^2 = 360000 \\ 200^2 = 400000 \\ \hline 100^2 = 10000 \\ 600 \times 200 = 120000 \\ 600 \times 100 = 60000 \\ 200 \times 100 = 20000 \\ \hline 473616 \end{array} \\ & + 1356 \\ \hline & 435600 \end{aligned}$$

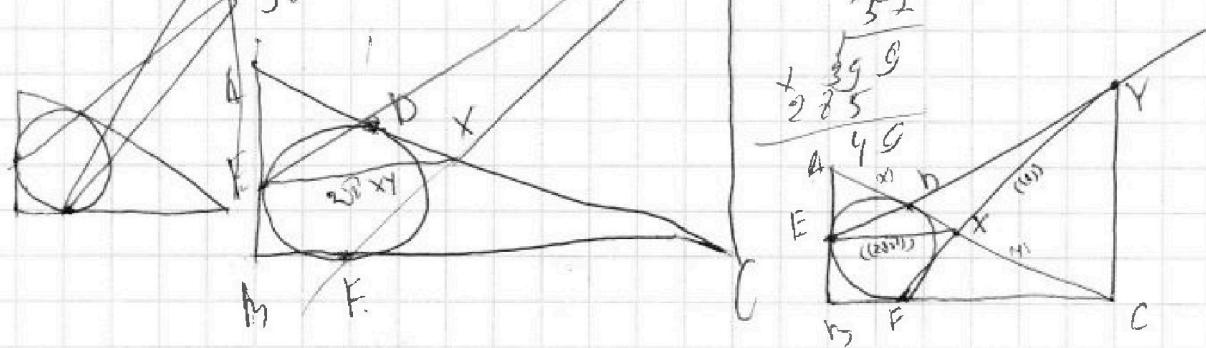
$$\begin{aligned} & 473616 \\ & \begin{array}{r} 600^2 = 360000 \\ 200^2 = 400000 \\ \hline 100^2 = 10000 \\ 600 \times 200 = 120000 \\ 600 \times 100 = 60000 \\ 200 \times 100 = 20000 \\ \hline 473616 \end{array} \\ & + 1356 \\ \hline & 435600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 473616 \\ & \begin{array}{r} 600^2 = 360000 \\ 200^2 = 400000 \\ \hline 100^2 = 10000 \\ 600 \times 200 = 120000 \\ 600 \times 100 = 60000 \\ 200 \times 100 = 20000 \\ \hline 473616 \end{array} \\ & + 1356 \\ \hline & 435600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 473616 \\ & \begin{array}{r} 600^2 = 360000 \\ 200^2 = 400000 \\ \hline 100^2 = 10000 \\ 600 \times 200 = 120000 \\ 600 \times 100 = 60000 \\ 200 \times 100 = 20000 \\ \hline 473616 \end{array} \\ & + 1356 \\ \hline & 435600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 473616 \\ & \begin{array}{r} 600^2 = 360000 \\ 200^2 = 400000 \\ \hline 100^2 = 10000 \\ 600 \times 200 = 120000 \\ 600 \times 100 = 60000 \\ 200 \times 100 = 20000 \\ \hline 473616 \end{array} \\ & + 1356 \\ \hline & 435600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 473616 \\ & \begin{array}{r} 600^2 = 360000 \\ 200^2 = 400000 \\ \hline 100^2 = 10000 \\ 600 \times 200 = 120000 \\ 600 \times 100 = 60000 \\ 200 \times 100 = 20000 \\ \hline 473616 \end{array} \\ & + 1356 \\ \hline & 435600 \end{aligned}$$



12

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y_{12} = \frac{624 \pm \sqrt{473400 + 216}}{26} = \frac{624 \pm 2\sqrt{54 + 183501}}{26} =$$

$$\frac{312 \pm 3\sqrt{64 + 13156}}{13} =$$

$$\frac{312 \pm 3 \cdot 2\sqrt{3289}}{13} =$$

$$635 = 13$$

$$656 = 312 \pm 6\sqrt{}$$

$$8y^2 - 374 - 5fy^2 + 54y^{10} =$$

$$8y^2 - 384 + 5y^2 + 4 - 48y =$$

$$y^2 - 48y + 48 = 0$$

$$y_1 = 48 - 4\sqrt{5} \quad y_2 = 48 + 4\sqrt{5}$$

$$x = \frac{t_1 y}{t_1 + 2} = \frac{48 - 4\sqrt{5}}{48 + 4\sqrt{5}} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_2 y}{t_2 + 2} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_1 y}{t_1 + 2} = \frac{48 - 4\sqrt{5}}{48 + 4\sqrt{5}} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_2 y}{t_2 + 2} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_1 y}{t_1 + 2} = \frac{48 - 4\sqrt{5}}{48 + 4\sqrt{5}} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_2 y}{t_2 + 2} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_1 y}{t_1 + 2} = \frac{48 - 4\sqrt{5}}{48 + 4\sqrt{5}} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_2 y}{t_2 + 2} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_1 y}{t_1 + 2} = \frac{48 - 4\sqrt{5}}{48 + 4\sqrt{5}} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_2 y}{t_2 + 2} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_1 y}{t_1 + 2} = \frac{48 - 4\sqrt{5}}{48 + 4\sqrt{5}} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_2 y}{t_2 + 2} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_1 y}{t_1 + 2} = \frac{48 - 4\sqrt{5}}{48 + 4\sqrt{5}} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_2 y}{t_2 + 2} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_1 y}{t_1 + 2} = \frac{48 - 4\sqrt{5}}{48 + 4\sqrt{5}} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_2 y}{t_2 + 2} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_1 y}{t_1 + 2} = \frac{48 - 4\sqrt{5}}{48 + 4\sqrt{5}} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_2 y}{t_2 + 2} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_1 y}{t_1 + 2} = \frac{48 - 4\sqrt{5}}{48 + 4\sqrt{5}} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{t_2 y}{t_2 + 2} = \frac{5}{4}$$