



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже ~~велосипедиста~~. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

✓1:

Обозначим степень вхождения числа 3 в a за d , в b за

β , в c за f . Тогда по условию
$$\begin{cases} d + \beta \geq 14 \\ \beta + f \geq 19 \\ d + f \geq 23 \end{cases}$$

Складывая, получаем $2(d + \beta + f) \geq 56$, $d + \beta + f \geq 28$.

В произведении abc число 3 входит в степени $d + \beta + f$,

поэтому степень вхождения числа 3 в abc не меньше 28.

т.к. $\frac{a}{7c}$ делится на $3^{23} \cdot 7^{42}$, то степень вхождения 7

в abc не меньше 42. Тогда $abc \geq 3^{28} \cdot 7^{42}$, значит наимень-

шее ~~число abc~~ возможное значение числа abc это $3^{28} \cdot 7^{42}$.

Приведем пример: пусть $a = 3^9 \cdot 7^{13}$, $b = 3^5$, $c = 3^{14} \cdot 7^{29}$

Тогда $ab = 3^{14} \cdot 7^{13}$, т.е. $ab : 3^{14} \cdot 7^{13}$; $bc = 3^{19} \cdot 7^{29}$, $bc :$

$3^{19} \cdot 7^{17}$; $ac = 3^{23} \cdot 7^{42}$, $ac : 3^{23} \cdot 7^{42}$; $abc = 3^{28} \cdot 7^{42}$

Ответ: $3^{28} \cdot 7^{42}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

\sqrt{a} :

Т.к. числитель можно сократить на m , то $(a+b) : m$.

Оба Пусть $a \equiv x$, тогда $b \equiv m-x$, $x \in (0, m)$, $m > 1$.

Т.к. $(a^2 - 9ab + b^2) : m$, то $a^2 - 9ab + b^2 \equiv 0$, тогда

$$x^2 - 9 \cdot x \cdot (m-x) + (m-x)^2 \equiv 0, \text{ т.е. } x^2 - 9xm + 9x^2 + m^2 - 2xm + x^2 \equiv 0$$

$$11x^2 - 11xm + m^2 \equiv 0, \text{ значит } 11x^2 \equiv m$$

Пусть $m > 11$, тогда $(x, m) > 1$. Обозначим $(x, m) = k \cdot \delta$, $k > 1$.

Тогда $m = k \cdot c$, $x = k \cdot d$, значит $a \equiv kd$, $b \equiv kc - kd$

Но тогда a имеет вид $kd \cdot e + kc$, а b имеет вид $k(c-d) \cdot f + kc$, т.е. оба числа кратны k , что невозможно ($k > 1$).

Значит $m \in 11$. Приведем пример на $m = 11$: $a = 6$, $b = 5$. Тогда:

$$\frac{11}{6^2 - 9 \cdot 6 \cdot 5 + 25} = \frac{11}{-209} = -\frac{11}{11 \cdot 19} = -\frac{1}{19}.$$

Ответ: при $m = 11$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x \quad \sqrt{3}:$$

Замена: пусть $3x^2 - 5x + 6 = U^2$, $3x^2 + x + 1 = V^2$ ($U \geq 0, V \geq 0$)

Тогда $\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = U$, $\sqrt{3x^2 + x + 1} = V$. Заметим, что $5 - 6x = 3x^2 - 5x + 6 - (3x^2 + x + 1) \in \mathbb{Z}$, т.е. $5 - 6x = U^2 - V^2$. Тогда:

$$U^2 - V^2 = U^2 - V^2$$

$U - V = (U - V)(U + V)$. Разберём 2 варианта; 1) $U \neq V$; 2) $U = V$.

1) при $U \neq V$: $U + V = 1$, т.е.
$$\begin{cases} \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1 & (*) \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 6 - 6x & |:2 \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 3 - 3x & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1 \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 3 - 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1 - (3 - 3x) = 3x - 2 \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 3 - 3x \end{cases} \quad (2)$$

$D = 169 - 3 \cdot 46 = 97$

$$(1): \begin{cases} 3x^2 - 5x + 6 = (3 - 3x)^2 \\ 3 - 3x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 - 5x + 6 = 9 - 18x + 9x^2 \\ 3x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x^2 - 13x + 3 = 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{13 + \sqrt{97}}{12} \\ x = \frac{13 - \sqrt{97}}{12} \\ x \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{13 + \sqrt{97}}{12} \\ x = \frac{13 - \sqrt{97}}{12} \end{cases}$$

Тогда, возвращаясь к системе:
$$\begin{cases} x = \frac{13 - \sqrt{97}}{12} \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1 \end{cases}$$

$$\sqrt{3 \cdot \left(\frac{13 - \sqrt{97}}{12}\right)^2 - 5 \cdot \frac{13 - \sqrt{97}}{12} + 6} + \sqrt{3 \cdot \left(\frac{13 - \sqrt{97}}{12}\right)^2 + \frac{13 - \sqrt{97}}{12} + 1} = 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{3}$ (просто решение):

~~$$X = \frac{13 - \sqrt{97}}{12}$$

$$\sqrt{3 \cdot \frac{169 - 26\sqrt{97} + 97}{144} - \frac{20(13 - \sqrt{97})}{48} + \frac{288}{48}} + \sqrt{3 \cdot \frac{169 - 26\sqrt{97} + 97}{144} + \frac{4(13 - \sqrt{97}) + 40}{48}} = 1$$~~

~~$$X = \frac{13 - \sqrt{97}}{12}$$~~

(2): $\sqrt{3x^2 + x + 1} = 1 - (3 - 3x)$, $\sqrt{3x^2 + x + 1} = 3x - 2$

$$\begin{cases} 3x^2 + x + 1 = 9x^2 - 12x + 4 \\ 3x^2 - 2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x^2 - 13x + 3 = 0 \\ x \geq \frac{2}{3} \end{cases} \quad \left\{ X = \frac{13 \pm \sqrt{97}}{12} \right.$$

Тогда возвращаться в систему:

$$\begin{cases} X = \frac{13 + \sqrt{97}}{12} \\ X = \frac{13 - \sqrt{97}}{12} \end{cases}$$

система не имеет решений.

2) при $U \geq V$: тогда $\begin{cases} \sqrt{3x^2 - 5x + 6} = \sqrt{3x^2 + x + 1} \\ 5 - 6x = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1 \\ 3x^2 - 5x + 6 \geq 0 \\ 6x = 5 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 6x = 5 \\ 3x^2 - 5x + 6 \geq 0 \\ 6x = 5 \end{cases} \quad \left\{ X = \frac{5}{6} \right.$$

(3): при $x = \frac{5}{6}$: $3 \cdot \frac{25}{36} - 5 \cdot \frac{5}{6} + 6 \geq 0$, что верно, значит $x = \frac{5}{6}$ подходит.

Ответ: $x = \frac{5}{6}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{5}$:

$$y = 5x - 3z, y^2 = (5x - 3z)^2 = 25x^2 - 30xz + 9z^2$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \quad | \cdot xyz, \quad 8yz + xz = 15xy$$

$$xz = 15xy - 8yz.$$

$$30xz = 450xy - 240yz$$

$$y^2 =$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



№6 (пробор ✗ еще)!

$$10V_m t_m - 154t_m + 3V_m - 126 = 0 \quad (**)$$

$$u_3(2): V_m t_m = (49 - V_m)t_m + V_B 49 - V_m$$

$$V_m t_m = 49t_m - V_m t_m + V_B, \quad \underline{2V_m t_m = 49t_m - V_m + 49}, \quad (*)$$

(*) \rightarrow (**):

$$2 \cdot 45t_m - 5V_m + 245 - 154t_m + 3V_m - 126 = 0.$$

$$91t_m - 2V_m + 119 = 0, \quad 2V_m = 91t_m + 119$$

$$3V_m = \frac{273t_m + 357}{2} \quad (***) \quad 10V_m = 455t_m + 595 \quad (4)$$

$$(***) \rightarrow (**): 10V_m t_m = 154t_m - 3V_m + 126$$

$$10V_m t_m \cdot \frac{1}{2} (455t_m + 595)t_m = 154t_m - \frac{273t_m + 357}{2} + 126 \quad | \cdot 2$$

$$2t_m (455t_m + 595) = 308t_m - 273t_m + 357 + 252$$

$$910t_m^2 + 1190t_m = 308t_m - 273t_m + 357 + 252$$

$$910t_m^2 - 1155t_m + 105 = 0 \quad | :5$$

$$182t_m^2 - 231t_m + 21 = 0. \quad D = 53009 = 15288^2 + 47721$$

Решая ур-ние, получаем t_m , а затем подставляем в (4)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6:

Пусть V_m (км/ч) — скорость мотоциклиста, $V_m > 0$

V_B (км/ч) — скорость велосипедиста, $V_B > 0$.

t_m (ч) — время, за которое мотоциклист проехал путь AB.

Тогда время, за которое велосипедист проехал AB равно $t_m + 1$.

Поскольку расстояние AB одинаково для обоих участников,

то $V_m t_m = V_B (t_m + 1)$. Также $V_B t_m = V_m (t_m + 1) - 49$.

Из последнего уравнения: $\frac{V_m t_m}{V_m + 7} = \frac{V_m t_m - 3}{V_B + 7} = \frac{3}{5}$

($V_m t_m$ — расстояние от A до B).

$$\text{Тогда: } \begin{cases} V_m t_m = V_B t_m + V_B \\ V_B t_m = V_m t_m + V_m - 49 \\ \frac{V_m t_m}{V_m + 7} = \frac{V_m t_m - 3}{V_B + 7} = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_m t_m = V_B t_m + V_B \\ V_m t_m = V_B t_m + V_m + 49 \\ \frac{V_m t_m}{V_m + 7} = \frac{V_m t_m - 3}{V_B + 7} = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_B = 49 - V_m \\ V_m t_m = V_B t_m + V_B \\ \frac{V_m t_m}{V_m + 7} = \frac{V_m t_m - 3}{V_B + 7} = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$V_B = 49 - V_m$$

$$V_m t_m = V_B t_m + V_B \quad (2)$$

$$V_m t_m (V_B + 7) = 5(V_m + 7) V_m t_m - 3(V_m + 7)(V_B + 7) \quad (3)$$

$$\text{Из (3): } 5V_m t_m (42 - V_m) = 5(V_m + 7) V_m t_m - 3(V_m + 7)(42 - V_m)$$

$$210V_m t_m - 5V_m^2 t_m = 5V_m^2 t_m + 35V_m t_m - 126V_m + 3V_m^2 - 882 + 21V_m$$

$$10V_m^2 t_m - 154V_m t_m + 3V_m^2 - 126V_m = 0 \quad | : V_m > 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5 - 6x = u - v$$

$$u - v = u - v$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1$$

$$\left(\frac{13 - \sqrt{97}}{12}\right)^2 = \frac{169 - 26\sqrt{97} + 97}{144}$$

Handwritten calculations for the square of the fraction:

$$\frac{169 - 26\sqrt{97} + 97}{144}$$

Vertical multiplication: $169 \times 12 = 2028$, $26\sqrt{97} \times 12 = 312\sqrt{97}$, $97 \times 12 = 1164$. Total: $2028 - 312\sqrt{97} + 1164 = 3192 - 312\sqrt{97}$. Dividing by 144 gives $22 - 2\sqrt{97}$.

$$\sqrt{\frac{169 - 26\sqrt{97} + 97}{48}} + \sqrt{\frac{169 - 26\sqrt{97} + 97 + 52 - 4\sqrt{97} + 48}{48}} = 1$$

$$\sqrt{\frac{-6\sqrt{97} + 294}{48}} + \sqrt{\frac{-30\sqrt{97} + 366}{48}} = \sqrt{\frac{-\sqrt{97} + 49}{8}} + \sqrt{\frac{-5\sqrt{97} + 61}{8}} = 1$$

$$3x \geq 2 \implies x \geq \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{\frac{-20 + 49}{8}} + \sqrt{\frac{-50 + 61}{8}}$$

5+

$$3 - 3x + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1, \sqrt{3x^2 + x + 1} = 3x - 2$$

$$3x^2 + x + 1 = 9x^2 - 12x + 4, 6x^2 - 13x + 3$$

$$\frac{13 - \sqrt{97}}{12} \neq \frac{8}{12}, 13 - \sqrt{97} > 8$$

$$13 - \sqrt{97} \vee 8, \sqrt{97} \vee 5$$

$$\frac{75}{36} - \frac{25}{6} + 6 \geq \frac{75}{36} - \frac{150}{36} + 216$$

$$\frac{y^2 + 2y}{z - (6x + 5) \cdot z} = \frac{y^2 + 2y}{z - (5x + 4)(6 - x)} = \frac{y^2 + 2y}{z - 5x^2 - 26x - 24}$$

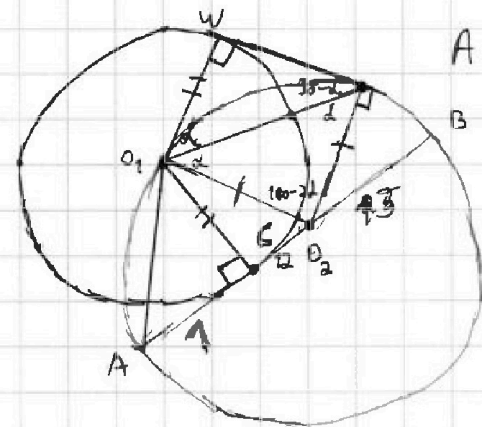
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

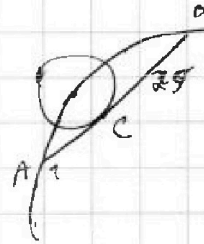


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 1, BC = 25$$

$$AO_2 = BO_2 = 13$$



$$8y \cdot z + xz = 15xy$$

$$z \cdot 8x + z = \frac{15}{x} + \frac{1}{y}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab : 3^{14} \cdot 7^{13}$ $bc : 3^{19} \cdot 7^{17}$ $ac : 3^{23} \cdot 7^{42}$ $\min(abc) \rightarrow$
 $3^{23} \cdot 7^{42} : b = 3^{23} \cdot 7^{42} \cdot c = b = 1 \quad c = 3^{19} \cdot 7^{17} \quad a = 3^{14} \cdot 7^{13} \cdot 2^{24}$
 $3^{33} \cdot 7^{42} : b = 1 \quad c = 3^{19} \cdot 7^{17} \quad a = 3^{14} \cdot 7^{25} \quad \checkmark$
 $a = 3^d \dots U^2 \quad (3x-3)^2 = 9x^2 - 2 \cdot 3x \cdot 3 + 3^2$
 $b = 3^{14-d} \dots \quad abc = 3^{d+14-d+23-d} \dots \quad 18-d+40-d \geq 19$
 $c = 3^{23-d} \dots \quad 169 - 2a = 97 \quad 3^{37-d} \quad d = 9 \quad 3^{28} \quad 58-2d \geq 19$
 $3^{14-d} \cdot 3^{23-d} \geq 3^{19} \quad abc \quad 2d \leq 39 \quad d \leq 19.5$
 $\frac{360}{6} = \frac{60}{3} \quad 37-2d \geq 19, \quad 18 \geq 2d, \quad \boxed{9 \geq d}$
 $3^{21} \cdot 7^{42} \quad 3^{d+18-d+40-d} \quad 3^{58-d}$

$a = 3^9 \cdot 7^{13} \quad b = 3^5 \quad c = 3^{14} \cdot 7^{29} \quad \boxed{33+23=56}$
 $a = 3^d \quad b = 3^p \quad c = 3^f$
 $(a, b) = 1$
 $d + p + f = ?$
 $d + p \geq 14$
 $p + f \geq 19$
 $d + f \geq 23$
 $2(d + p + f) \geq 56, \quad d + p + f \geq 28$
 $(a \star b) : m$
 $a \equiv x, \quad b \equiv$

$\frac{a+b}{a^2 - gab + b^2}$
 \parallel
 $\frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}$
 $\max(m) : (a+b) : m, (a^2 - gab + b^2) : m$
 $(a+b) \mid m \quad m \in \mathbb{N}$
 $a \equiv x \quad (x \in \{0; n\})$
 $b \equiv m - x$
 $a^2 - gab + b^2 \equiv m$
 $\parallel \mid m$
 $x^2 - 9 \cdot x \cdot (m-x) + (m-x)^2$
 $x^2 - 9xm + 9x^2 + m^2 - 2xm + x^2$
 \parallel
 $11x^2 - 11xm + m^2 \equiv 0$

$\frac{3+5}{9-9 \cdot 3 \cdot 5 + 25} = \frac{8}{-101}$
 \parallel
 $\frac{135}{-101}$
 $11x^2 : m$
 $\max(m) = 11$
 $\boxed{11x^2 \equiv 0}$
 $\leftarrow 11x^2 - 11xm + m^2 \equiv 0$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$1+999$ $m = 81k$, $x = 10b$, $v + x + x^2$
 $81(x^2 - 5) - 9 + x^2 - x^2$ $11x^2 : m, (a, b) = 1$
 $a \equiv 9, b \equiv 72$ $\eta = 9 + x^2 - x^2$
 $\eta = x^2 - 5$

$a = 81k + 9$ $b = 81m + 72$
 $x = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$ $m = 2^2 \cdot 3^3$
 $a \equiv 6$ $b \equiv$ $x = xu$, $m = kx$

$a \equiv kx$, $b \equiv kx - x$
 $a = (kx \cdot 5 + x)$, $b = (kx \cdot 5 + kx - x)$, $(a, b) = x$, $a : x, b : x$

$x = 1$, $k = m$, $a \equiv 1$, $b \equiv m - 1$, $1 \equiv 1$, $39 \equiv 49$

$m \geq 1$, $a = m \cdot t + 1$, $b = m \cdot t + m - 1$, $a + b = m \cdot t + m \cdot t + m$, $(a, b) : m$

$(m, 11) > 1$, $11x^2 : m$, $m = 11 \cdot 2^2 \cdot 3^3$, $x = 2^2 \cdot 3$
 $m \geq 11$, $b \equiv x$, $a \equiv 6$, $b \equiv 1102$

$x | m : x$, $(m, 11) = y$, $u = \frac{m}{y}$, $x^2 : u$, $u > 1$, $u \in \mathbb{N}$

$u | x$, $u = kx$, $4x = 5$

$a \equiv x$, $b \equiv 3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1$, $a = 6c + 1102$, $b = 1102d + 1102$

если $m > 11$, то $(m, x) > 1$, $(m, x) = k$, $x = k \cdot c$, $m = k \cdot d$

$a \equiv kc$, $b \equiv k \cdot d - k \cdot c$

$a = kc \cdot \dots + k \cdot d$, $b = k(d - c) \cdot \dots + kd$, $(a, b) \geq k$

$m = 11$, $9c, 5$: $\frac{11}{36 - 9 \cdot 6 \cdot 5 + 25} = \frac{11}{119}$

$v - x - 2x^2 - 9 + x^2 - x^2 = x^2 - 5$ $\eta = 9 + x^2 - x^2$
 $\eta = x^2 - 5$



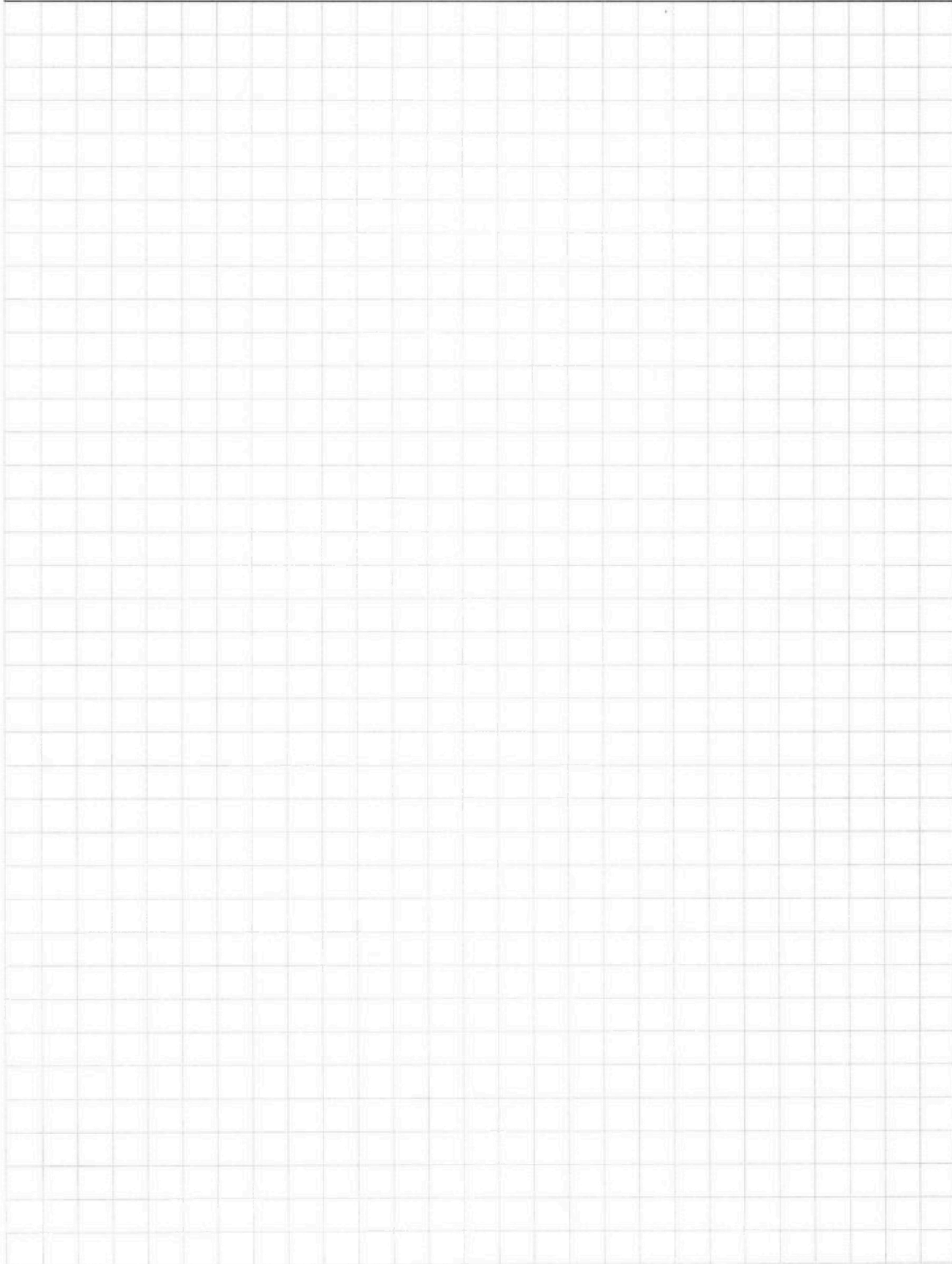
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$V_M, V_B.$

$S = V_M t_M = V_B(t_M + 1)$

$t_M. \quad t_B = t_M + 1$

$V_M t_M = V_B(t_M + 1)$

$V_B t_M + 49 = V_M(t_M + 1)$

$V_M \left(\frac{V_M t_M}{V_M + 7} + \frac{3}{5} \right) = \frac{V_M t_M}{V_B + 7} \quad | \cdot 5(V_M + 7)(V_B + 7)$

$$\begin{cases} V_M t_M = V_B(t_M + 1) \\ V_B t_M + 49 = V_M(t_M + 1) \end{cases} \rightarrow V_M t_M + V_M$$

$5(V_B + 7)(V_M t_M + 3(V_M + 7)(V_B + 7)) = 5 V_M t_M (V_M + 7)$

$V_B t_M + V_B = V_M t_M + 49 - V_M$

$V_B + V_M = 49$

$$5(42 - V_M)V_M t_M + 3(V_M + 7)(42 - V_M) = 5 V_M t_M (V_M + 7)$$

$V_B t_M + V_B - V_M t_M - V_M + 49 = 0$

$V_B + V_M =$

$V_M t_M = (49 - V_M) t_M - V_M + 49$

$V_M t_M = 49 t_M - V_M t_M - V_M + 49$

$2 V_M t_M = 49 t_M - V_M + 49$

$V_M t_M = (49 - V_M) t_M + V_B$

$V_M t_M = 49 t_M - V_M t_M + V_B$

$2 V_M t_M = 49 t_M + V_B$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 42 \\ \hline 84 \\ 84 \\ \hline 882 \end{array}$$

$91 \cdot 3 = 273$

$$\begin{array}{r} 1155 \mid 5 \\ - 10 \\ \hline 15 \\ - 15 \\ \hline 0 \end{array} \quad \mid 273$$

$119 \cdot 3 = 357$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 119 \\ \hline 596 \end{array}$$

$\frac{49}{t}$

$$\begin{array}{r} 910 \mid 5 \\ - 5 \\ \hline 41 \\ - 40 \\ \hline 10 \end{array}$$

$56 - 210 + 35 + 21$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 154 \\ \times 119 \\ \hline 154 \\ 154 \\ \hline 1782 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$8yz + xz = 15xy, \quad xz = 15xy - 8yz, \quad 15xz = 225xy - 120yz$$

$$\frac{3z(5x+y) - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{15xz + 3yz - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{225xy - 120yz - z^2}{y^2 + 3z^2}$$

$$y = 5x - 3z, \quad y^2 = 25x^2 - 30xz + 9z^2$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{25x^2 - 25x^2 + 30xz - 9z^2 - z^2}{25x^2 - 30xz + 9z^2 + 3z^2} = \frac{30xz - 10z^2}{25x^2 - 30xz + 12z^2}$$

$$\frac{10z(3x - z)}{(5x - 3z)^2 + 3z^2}$$

$$\frac{10z(3x - z)}{(5x - 3z)^2 + 3z^2}$$

$$\begin{array}{r} 211 \\ \times 253 \\ \hline 422 \\ 759 \\ \hline 1265 \\ 506 \\ \hline 63009 \\ -15288 \\ \hline 47721 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 182 \\ \hline 62 \\ 728 \\ \hline 1456 \\ 15288 \end{array}$$

$$800 \rightarrow 640000$$

or

$$120 \rightarrow 14400$$

$$\begin{array}{r} 23 \rightarrow \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 181 \\ \times 219 \\ \hline 1971 \\ 219 \\ \hline 438 \\ 47981 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 211 \\ \times 211 \\ \hline 211 \\ 211 \\ \hline 422 \\ 44521 \end{array}$$