



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 14

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

- [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
- [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N1 \ ab : 3^4 \cdot 7^{13}$$

$$bc : 3^{19} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 3^{23} \cdot 7^{42}$$

Числа 3 и 7 простые и взаимно просты друг с другом.
Определить способом „3 и 7 минимально“ сколько раз в произведении чисел

$$\min(a_3 + b_3) = 14$$

$$\min(a_7 + b_7) = 13$$

$$\min(b_3 + c_3) = 19$$

$$\min(b_7 + c_7) = 17$$

$$\min(a_3 + c_3) = 23$$

$$\min(a_7 + c_7) = 42$$

$$\min(a_3 + b_3 + c_3) = \frac{14 + 19 + 23}{2} = 28 \text{ Но если посчитать так же, то}$$

b_7 получается < 0. Тогда имеем, что $a_7 + b_7 + c_7 \geq 42$,
н.в. 84. В таком случае $b_7 = 0$, и при любом
распределении a_7 и c_7 получаем 84

Таким образом, abc минимально, если $a = 3^{a_3} \cdot 7^{b_7}$
 $b = 3^{b_3} \cdot 7^{b_7}$, $c = 3^{c_3} \cdot 7^{c_7}$. Тогда $abc = 3^{a_3 + b_3 + c_3} \cdot 7^{a_7 + b_7 + c_7}$
 $= 3^{28} \cdot 7^{84}$.

Ответ: $3^{28} \cdot 7^{84}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ Сократимо на $m \Rightarrow (a+b):m$ и $(a^2 - ab + b^2):m$

$$a^2 - ab + b^2 = ((a+b)^2 - 3ab) : m$$

$\frac{1}{m}$ т.к. $a+b \neq m \Rightarrow 3ab \neq m$

либо $m=1$, либо ~~или $a+b$ делит m~~ либо $m=1$

либо $a+b$ делит m . В таком случае может быть сократимо ~~делит~~ на $(a+b)$ или $(a-b)$. Но

$a+b$ и $(a-b)^2$ делятся на $a+b$ при делении $\frac{a}{b}$.

Значит, на $(a+b)=m$ и пример $a=10, b=5 \rightarrow 15$ сокр. на

Ответ: $m=a+b$

15

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$a = 3x^2 - 5x + 6$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$b = 3x^2 + x + 1$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$a - b = -6x + 5$$

$$\text{либо } \sqrt{a} - \sqrt{b} = 0, \text{ либо } \sqrt{a} + \sqrt{b} = 0.$$

В этом случае $a = b = 0$.

Но

$$3x^2 - 5x + 6$$

$$D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 6 < 0, \text{ и}$$

$$3x^2 - 5x + 6 > 0 \text{ всегда}$$

и $3x^2 + x + 1$ также всегда > 0 .

Значит $\sqrt{a} - \sqrt{b} = 0$

$$\sqrt{a} = \sqrt{b} \leftarrow \text{бесрд} > 0$$

$$a = b \Rightarrow 3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1$$

$$-5x = 6x$$

$$x = \frac{5}{6}$$

Одн. $x = \frac{5}{6}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

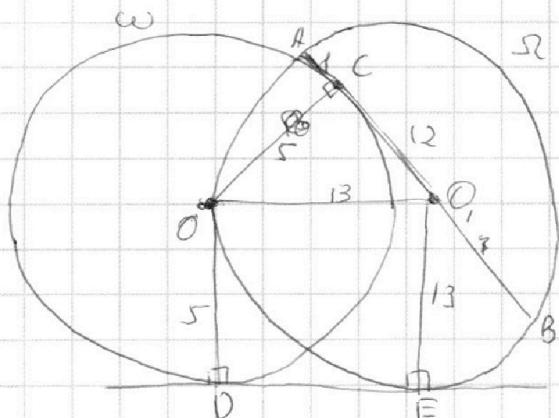
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

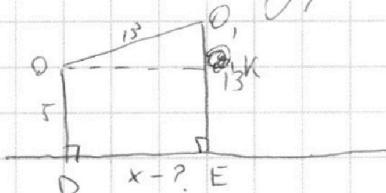
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4



радиус $\omega = r = 5$

Рассмотрим подробнее пунктуально следующее:



Ответ: $2\sqrt{105}$.

Заметил, что диаметр Σ

$$= AC + CB = 26 \Rightarrow R \text{ (радиус}$$

$$\Sigma) = 13 \quad O'C = 13 - 5 = 12$$

$$OD = 13, \text{ т.к. это радиус } R$$

$$OC = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow$$

$$OK = x, KE = 5 \Rightarrow OK = 13 - 5 = 8$$

$$x = \sqrt{13^2 - 8^2} = \sqrt{169 - 64} = \sqrt{105} \text{ см}$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО** одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{N5} \left\{ \begin{array}{l} 5x-y=3z \\ \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{2} \end{array} \right. & \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{3z+y}{5} \\ 8yz = 15xy - xz \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{3z+y}{5} \\ x = \frac{8yz}{15y-z} \end{array} \right. \\ & \quad \frac{3z+y}{5} = \frac{8yz}{15y-z} \end{aligned}$$

$$40yz = 45yz - yz + 15y^2 - 3z^2$$

$$15y^2 + 4zy - 3z^2 = 0$$

$$\Delta = 16z^2 - 4 \cdot 15 \cdot (-3z^2) = 196z^2$$

$$y = \frac{-4z - 14z}{30} = \frac{-18z}{30} = -\frac{3z}{5}$$

$$y = \frac{-4z + 14z}{30} = \frac{10z}{30} = \frac{z}{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} &= \frac{(5x-y)(5x+y) - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{3z(\frac{3z+y}{5} + y) - z^2}{y^2 + 3z^2} = \\ &= \frac{3z(\frac{3z+y}{5}) - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{9z^2 + 6zy - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 6zy}{y^2 + 3z^2} = \frac{2(4z^2 + 3zy)}{y^2 + 3z^2} = \\ &= 2z \cdot \frac{4z + 3y}{y^2 + 3z^2} \end{aligned}$$

$$\text{Если } y = -\frac{3z}{5} : 2z \quad \frac{4z + 3(-\frac{3z}{5})}{\frac{9z^2}{25} + 3z^2} = 2z \cdot \frac{2.2z}{\frac{9}{25}z^2} = \frac{4.4z^2}{3.36z^2}$$

$z \neq 0$, но $y \neq 0$

$$= \frac{4.4}{3.36} = \frac{44 \cdot 25}{10 \cdot 84} = \frac{55}{42}$$

$$\begin{aligned} \text{Если } y = \frac{2}{3} : 2z \cdot \frac{4z + 3(\frac{2}{3})}{\frac{4z^2}{9} + 3z^2} &= 2z \cdot \frac{3z}{\frac{28}{9}z^2} = \frac{6z^2}{\frac{28}{9}z^2} = \frac{6}{28} = \\ &= \frac{6 \cdot 9}{1 \cdot 28} = \frac{54}{28} = \frac{27}{14} ; \frac{55}{42} \vee \frac{27}{14} \Leftrightarrow \frac{55}{42} < \frac{81}{42} \Rightarrow \text{Ошибка.} \end{aligned}$$

$\frac{55}{42}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{8yz}{15y-z} = \frac{y+3z}{5}$$

$$8yz = (y+3z)(15y-z)$$

$$8yz = 15y^2 - 3z^2 + 44yz$$

$$15y^2 + 36yz - 3z^2 = 0$$

$$5y^2 + 12yz - z^2 = 0$$

$$D = 144z^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-z^2) = 164z^2 = 4041z^2$$

$$\sqrt{D} = 2z\sqrt{41}$$

$$y = \frac{-12z \pm 2z\sqrt{41}}{10}$$

$$\frac{2(4z^2 + 3yz)}{y^2 + 3z^2} = \frac{2(4z^2 + 3 \cdot \frac{-12z + 2z\sqrt{41}}{10} \cdot z)}{\left(\frac{4z^2 + 2z\sqrt{41} - 12z}{10}\right)^2 + 3z^2} = \\ = \frac{2(4z^2 + 6z^2 \frac{2\sqrt{41} - 12}{10})}{2(4z^2 + \frac{6z^2(2\sqrt{41} - 12)}{10})} =$$

$$= \frac{\left(\frac{(2z\sqrt{41} - 12z)^2}{100} + 3z^2\right)}{\frac{4z^2 \cdot 41 + 144z^2 - 2 \cdot 2z\sqrt{41} \cdot 12z + 144z^2}{100} + 3z^2} =$$

$$= \frac{2(4z^2 + 3z^2 \cdot \frac{2\sqrt{41} - 12}{5})}{308z^2 - 48z^2\sqrt{41} + 3z^2} = \frac{z^2 \cdot 2 \cdot (4 + 3 \frac{2\sqrt{41} - 12}{5})}{z^2 \cdot \left(\frac{308 - 48\sqrt{41}}{100} + 3\right)} =$$

$$= \frac{2\left(4 + 3\left(\frac{2\sqrt{41} - 12}{5}\right)\right)}{\frac{4(77 - 12\sqrt{41})}{100} + 3} = \frac{2\left(4 + \frac{3(2\sqrt{41} - 12)}{5}\right)}{\frac{77 - 12\sqrt{41}}{25} + 3} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6 ВЗ-скорость велосипедиста v_M - скорость мотоциклиста, S-расстояние

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S}{v_M} + 1 = \frac{S}{v_B} \Rightarrow 1 = S \left(\frac{1}{v_B} - \frac{1}{v_M} \right) \Rightarrow S = \frac{1}{\frac{v_M - v_B}{v_M v_B}} = \frac{v_M v_B}{v_M - v_B} \quad (1) \\ \frac{S}{v_B} \cdot \frac{S}{v_M} + 49 = v_M \cdot \frac{S}{v_B} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{S}{v_M} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{S}{v_B + 7} \\ 49 = S \left(\frac{v_M}{v_B} - \frac{v_B}{v_M} \right) \end{array} \right\}$$

$$49 = S \cdot \frac{v_M v_B}{v_M - v_B} \cdot \frac{(v_M - v_B)(v_M + v_B)}{v_M v_B} \quad (2)$$

$$49 = v_M + v_B \quad (2)$$

$$\frac{S}{v_M + 7} + \frac{3}{5} = \frac{S}{v_B + 7}$$

$$\frac{3}{5} = S \left(\frac{1}{v_B + 7} - \frac{1}{v_M + 7} \right)$$

$$\frac{3}{5} = \frac{v_M v_B}{v_M - v_B} \cdot \frac{(v_M + 7 - v_B - 7)}{(v_B + 7)(v_M + 7)} = \frac{v_M v_B}{v_M - v_B} \cdot \frac{v_M - v_B}{v_M v_B + 7(v_B + v_M) + 49}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{v_M v_B}{v_M v_B + 7 \cdot 49 + 49} = \frac{2v_M v_B}{2v_M v_B + 8 \cdot 49}$$

$$3v_M v_B + 3 \cdot 8 \cdot 49 = 5v_M v_B$$

$$3 \cdot 8 \cdot 49 = 2v_M v_B$$

$$v_M + v_B = 49$$

$$3 \cdot 4 \cdot 49 = 2v_M \cdot v_B$$

$$v_M v_B = 12 \cdot 49$$

$$2v_M v_B = 12 \cdot 49$$

$$v_M (49 - 2v_M) = 12 \cdot 49$$

$$v_M^2 - 49v_M + 12 \cdot 49 = 0$$

$$D = 49^2 - 4 \cdot 12 \cdot 49 = 49(49 - 48) = 49 \Rightarrow \sqrt{D} = 7$$

$$v_M = \frac{49 + 7}{2} = 28$$

$$\text{Тогда } S = \frac{28 \cdot 21}{7} = 84 \text{ км. } \quad v_M > v_B \Rightarrow v_M = 28, v_B = 21.$$

$$v_M = 28 \text{ км/ч. } \quad v_B = 21 \text{ км/ч. }$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$S = \frac{2\bar{v}_B \bar{v}_M}{\bar{v}_M - \bar{v}_B}$$

Черновик

$$S \cdot \frac{\bar{v}_B}{\bar{v}_M} + 4g = S \cdot \frac{\bar{v}_M}{\bar{v}_B}$$

$$4g = S \left(\frac{\bar{v}_M}{\bar{v}_B} - \frac{\bar{v}_B}{\bar{v}_M} \right)$$

$$4g = \frac{\bar{v}_B \bar{v}_M}{\bar{v}_M - \bar{v}_B} \cdot \frac{\bar{v}_M^2 - \bar{v}_B^2}{\bar{v}_B \bar{v}_M} = 2\bar{v}_M + \bar{v}_B$$

$$\frac{S}{\bar{v}_B + 7} = \frac{3}{5} + \frac{S}{\bar{v}_M + 7}$$

$$S \left(\frac{1}{\bar{v}_B + 7} - \frac{1}{\bar{v}_M + 7} \right) = \frac{3}{5}$$

$$\frac{\bar{v}_M \bar{v}_B}{\bar{v}_M - \bar{v}_B} \left(\frac{\bar{v}_M + 7 - \bar{v}_B - 7}{(\bar{v}_B + 7)(\bar{v}_M + 7)} \right) = \frac{3}{5}$$

$$\frac{\bar{v}_M \bar{v}_B}{\bar{v}_M - \bar{v}_B} \cdot \frac{\bar{v}_M - \bar{v}_B}{2\bar{v}_B \cdot \bar{v}_M + 4g + 7(\bar{v}_B + \bar{v}_M)} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{\bar{v}_M \bar{v}_B}{\bar{v}_M - \bar{v}_B} = 12 \cdot 4g \quad \frac{\bar{v}_M \bar{v}_B}{\bar{v}_M \bar{v}_B + 4g + 7 \cdot 4g} = \frac{3}{5} \quad S = \frac{28 \cdot 21}{7} = 28 \cdot 3 \\ \bar{v}_M + \bar{v}_B = 49 \quad \bar{v}_M \bar{v}_B = 30 \bar{v}_M \bar{v}_B + 3 \cdot 8 \cdot 4g \\ = 84 \text{ км}$$

Решение

$$\bar{v}_M (4g - \bar{v}_M) = 12 \cdot 4g$$

$$4g \bar{v}_M - \bar{v}_M^2 = 12 \cdot 4g$$

$$2\bar{v}_M^2 - 4g \bar{v}_M + 4g \cdot 12 = 0$$

$$D = 4g^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4g \cdot 12 = 4g^2 - 4g \cdot 48 = 4g(4g - 48) = 4g$$

$$\bar{v}_M \frac{4g+7}{2 \cdot 4g} = \frac{42}{2 \cdot 4g} = \frac{21}{21} \quad \bar{v}_M = \frac{4g+7}{2 \cdot 4g} = \frac{56}{2 \cdot 4g} = \frac{28}{21} \quad \bar{v}_M > \bar{v}_B \Rightarrow \bar{v}_M = 28 \\ \bar{v}_B = 21$$

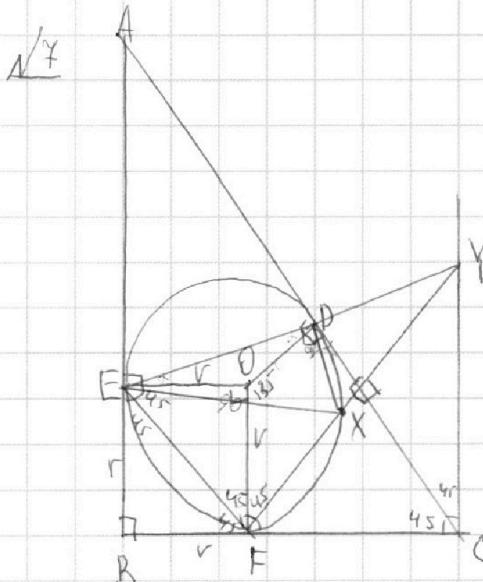
↑



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



r - радиус впис. окружности

$$r = \frac{a+c-b}{2}, \text{ где } a=BC$$

$$c=AB$$

$$b=AC$$

$$\text{Тогда } DC = EC = a - \frac{a+c-b}{2} = \frac{a}{2} + \frac{b}{2} - \frac{c}{2}$$

$$= \frac{a+b-c}{2}$$

$$AD = AC = c - \frac{a+c-b}{2} = \frac{c}{2} + \frac{b}{2} - \frac{a}{2} =$$

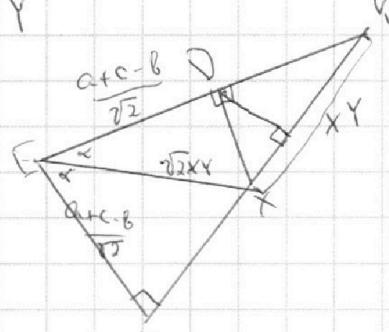
$$= \frac{c+b-a}{2}$$

$$AD/CD = \frac{c+b-a}{2} : \frac{a+b-c}{2} = \frac{c+b-a}{a+b-c}.$$

Произведение ненесёт умозрительную ошибку, $\angle EOFB = 180^\circ$,
 $EF \parallel AC$. Тогда $CD \perp FY$

$$EF = \left(\frac{a+c-b}{2} \right) : \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{a+c-b}{\sqrt{2}}$$



$FX = DX$ по 1. Пифагору в $\triangle EDX$

$$FX = DX = \sqrt{2(XY)^2 - \frac{(a+c-b)^2}{2}}$$

$$\int DX^2 + DY^2 = XY^2$$

$$\text{т. } ED^2 + DX^2 = 2XY^2$$

$$\text{т. } (XY^2 + FX)^2 + EF^2 = FY^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

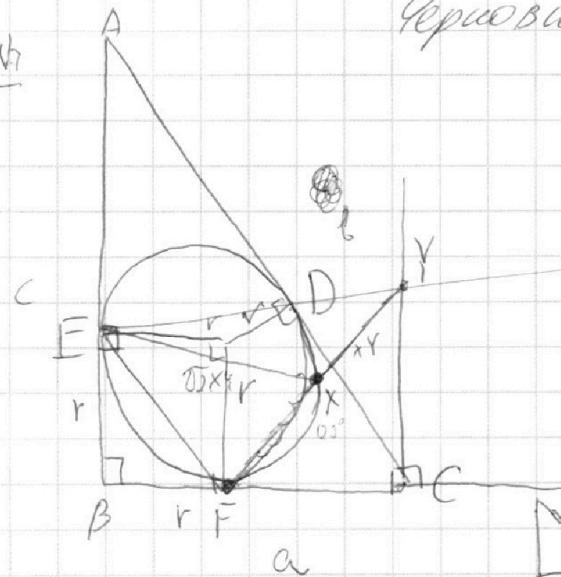
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

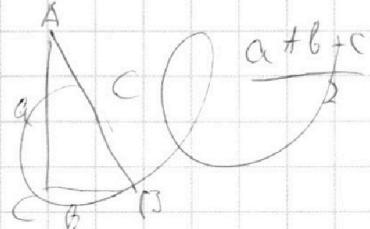
МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

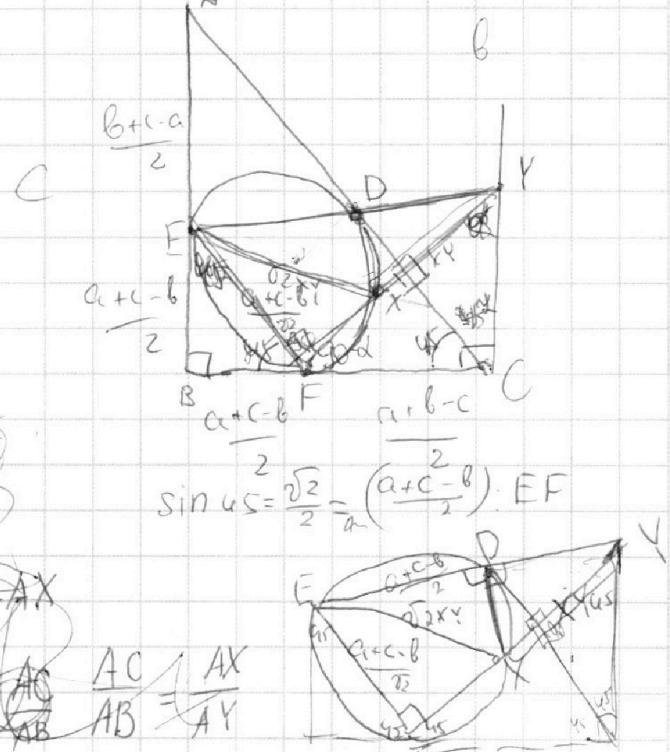
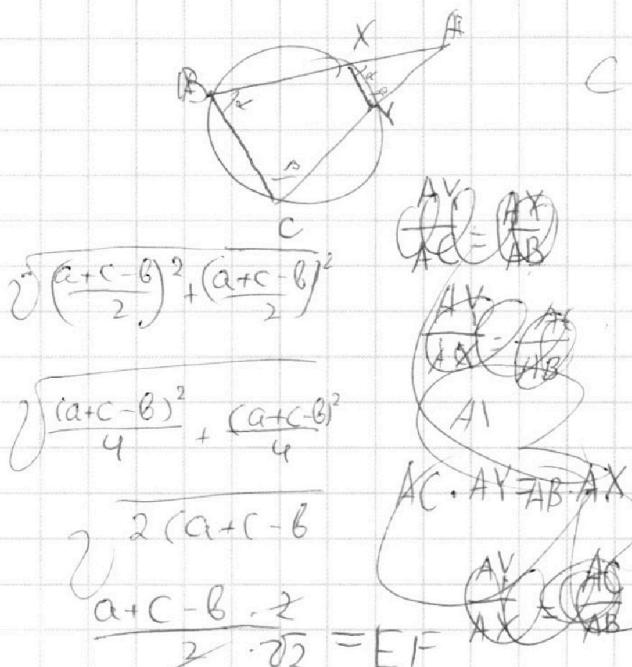


$$V = \frac{a+c-b}{2}$$

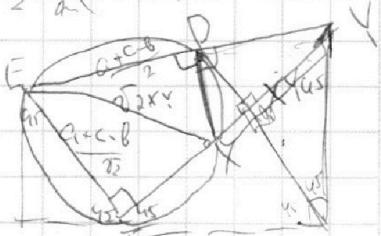
$$\begin{aligned} DC = FC &= a - \frac{a+c-b}{2} = a - \frac{a}{2} - \frac{c}{2} + \frac{b}{2} \\ &= \frac{a}{2} + \frac{b}{2} - \frac{c}{2} = \\ &= \frac{a+b-c}{2} \end{aligned}$$

$$AD = AC = C - \frac{a+c-b}{2} = C - \frac{a}{2} - \frac{c}{2} + \frac{b}{2}$$

$$\begin{aligned} AD/DC &= \frac{b+c-a}{2 \cdot a+b-c} = \\ &= \frac{b+c-a}{a+b-c} \end{aligned}$$



$$\frac{AC}{AB} = \frac{AX}{AY}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

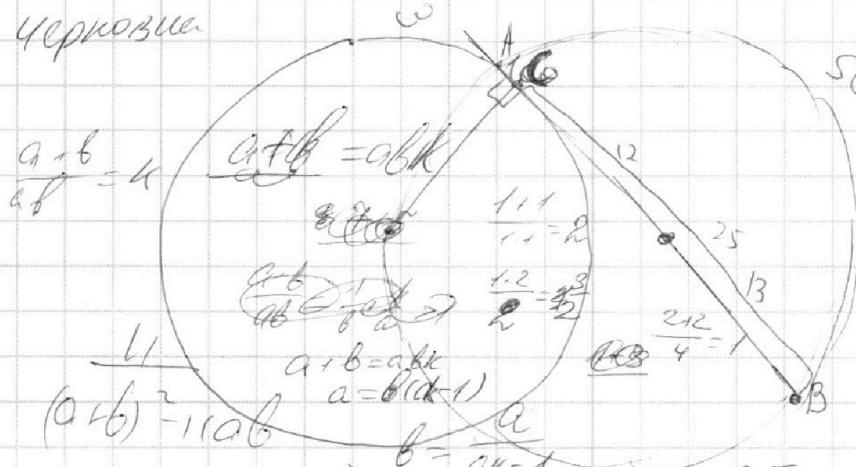
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

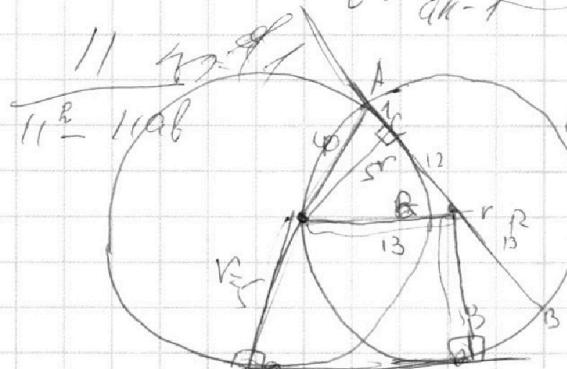
 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновцы



$$\begin{array}{r} \overline{10.15} \\ - 15^2 - 11 \cdot 10 \cdot 5^2 \\ \hline 15 \\ - 225 \\ \hline 1 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 25 \\ \hline 25^2 - 11 = 150 \end{array}$$

11ab (a+b)

A right-angled triangle with legs of length 8 and 15, and a hypotenuse of length 17. The area is calculated as $\frac{8 \times 15}{2} = 60$.

$$a+b \leq m$$

$$u \quad a^2 - gab + b^2 : m$$

9-18.m

$$\sqrt{13^2 - 8^2} =$$

$$= \sqrt{169 - 64}$$

$$(a+b)^2 - 11ab = m$$

98. m

$$= \sqrt{105}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Значи, твої відповіді
були безважливими.

$$\frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}ab^2 \sin B = \frac{1}{2}a^2b \sin C$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$N1 \quad ab : 3^{14} \cdot 7^{13}$$

$$bc : 3^{15} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 3^{23} \cdot 7^{42}$$

Надо 34 ч простые и взаимопросты друг с другом. Определить сколько $30^n \cdot 7^m$ содержит числа, имеющие в произведении все эти числа.

$$\min(a_3 + b_3) = 14$$

$$\min_{25}(b_7 + c_7) = 13 + 18$$

$$\min(b_3 + c_3) = 19$$

$$\min_{23}(b_7 + c_7) = 17 + 12 - x$$

$$\min(a_3 + c_3) = 23$$

$$\min_{21}(a_7 + c_7) = 42$$

$$\min(a_3 + b_3 + c_3) = \frac{14 + 15 + 23}{2} = \frac{56}{2} = 28$$

Но если посчитать такие, то $b_7 < 0$.

$$a_7 + b_7 = 13 + x$$

$$c_7 + b_7 = 13 + x$$

$$b_7 + c_7 = 29 - x$$

$$b_7 + 42 - a_7 = 29 - x$$

$$a_7 + c_7 = 42$$

$$2b_7 + 42 = 42$$

$$b_7 = 0$$

$$\min(a_7 + b_7 + c_7) = 84$$

$$a = 3^{a_3} \cdot 7^{a_7}, \quad b = 3^{b_3} \cdot 7^{b_7}, \quad c = 3^{c_3} \cdot 7^{c_7}$$

abc минимально, если $a = 3^{a_3} \cdot 7^{a_7}, b = 3^{b_3} \cdot 7^{b_7}, c = 3^{c_3} \cdot 7^{c_7}$

тогда

$$abc = 3^{a_3 + b_3 + c_3} \cdot 7^{a_7 + b_7 + c_7} = 3^{28} \cdot 7^{84}$$

N6 Σ_B Σ_M S

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S}{\Sigma_M} + 1 = \frac{S}{\Sigma_B} \\ \Sigma_B \cdot \frac{S}{\Sigma_M} + 49 = \frac{S}{\Sigma_B} \cdot \Sigma_M \end{array} \right.$$

$$S \left(\frac{1}{\Sigma_B} - \frac{1}{\Sigma_M} \right) = 1$$

$$S \cdot \frac{\Sigma_M - 2\Sigma_B}{\Sigma_B \Sigma_M} = 1$$

$$S = \frac{\Sigma_M - 2\Sigma_B}{2\Sigma_B \Sigma_M} = \frac{9}{28}$$

$$\frac{S}{\Sigma_M + 7} + \frac{3}{5} = \frac{S}{\Sigma_B + 7}$$

$$S = \frac{\Sigma_B \Sigma_M}{2\Sigma_M - 2\Sigma_B}$$

