



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 9 КЛАСС. Вариант 13

1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{11}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $3^{18}7^{16}$ ,  $ac$  делится на  $3^{21}7^{38}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC = 1$  и  $BC = 16$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$3x + 2y = z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .

7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX = 2\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD : DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

$$\text{пусть } \alpha b = 7^{11} 3^{11} \cdot m$$

$$b c = 7^{16} 3^{18} \cdot k$$

$$c a = 3^{21} \cdot 7^{38} \cdot n$$

тогда  $\alpha b^2 c = 7^{27} 3^{29} \cdot k \cdot m$ , что делится на  $\alpha c = 3^{21} 7^{38} \cdot n$ .

значит  $k \cdot m$  должно делиться на  $\frac{7^{38}}{7^{27}} = 7^{11}$ .

$\alpha n$  должно делиться на  $\frac{3^{29}}{3^{21}} = 3^8$

значит  $n$  делится на

$$\alpha b c = \sqrt{\alpha b \cdot b c \cdot c a} = \sqrt{7^{11} 3^{11} \cdot 7^{16} 3^{18} \cdot 3^{21} \cdot 7^{38}} \text{ Km} = \sqrt{7^{65} \cdot 3^{50}} \text{ Km}$$

минимальное значение  $n = 3^8$  или  $Km = 7^{11}$ .

тогда минимальное значение  $\alpha b c = \sqrt{7^{65} \cdot 3^{50} \cdot 3^8 \cdot 7^{11}} = 7^{38} \cdot 3^{28}$ .

пример:  $b=1$   $\alpha = 3^{11} 7^{17}$   $c = 3^{18} 7^{21}$

так видно все условия выполнены,

$$\alpha \quad \alpha b c = 3^{29} 7^{38}$$

Объем  $3^{29} \cdot 7^{38}$ .

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

 1 2 3 4 5 6 7**МФТИ**Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

## Задача 2

$$\text{предположим } \frac{a+b}{(a+b)^2 - 10ab}$$

заметим что  $a+b$  взаимопримое, в противном  
случае  $\frac{a}{b}$  скроившись бы. заметим

что  $a+b$  не имеет общих множителей с  $ab$   
т.к.  $a+b$  не дел. на  $a+b$ . т.к. выше  
имеются иные

тогда  $10ab$  и  $a+b$  в общих множителях  
могут иметь члены не более 10.

а  $(a+b)^2 - 10ab$  ничего не меняет, т.к.  $(a+b)^2$  делится

тогда  ~~$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 10ab}$~~  может скратиться

不多于  $m=10$  и меньше. пример  $a=3$   $b=7$ .

тогда  ~~$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 10ab}$~~  скривляется на  $m=10$   
минимальные значения.

$$\frac{10}{100 - 2^{10}} = \frac{10}{-110} = \frac{1}{-11}.$$

Ответ  $m=10$ .

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача №3

заметили что при  $x = \frac{1}{4}$  слева и справа значение

функции, если  $x < \frac{1}{4}$  положительно.

при  $x = \frac{1}{4}$  значение наверху.

→ при любых  $x$  слева и справа однократный знак  
может возбуждаться в квадрате

$$\begin{aligned} 2x^2 - 3x + 4 - 2x^2 - x - 3 - 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} &= 1 + 16x^2 - 8x. \\ -2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} &= 16x^2 - 8x. \\ -\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} &= 2x(4x - 1) \end{aligned}$$

при  $x > \frac{1}{4}$  справа положительно, слева отрицательно.

при  $x < 0$  тоже самое. при  $x = 0$  неподходит.

при  $x > 0$  и  $x < \frac{1}{4}$   $|2x(4x - 1)| < 1$  т.к.  $2x < \frac{1}{2}|4x - 1| < 1$ .

$$|2x\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)}| > 1, \text{ т.к. } 2x^2 + x + 3 \text{ при } x = 0 \text{ и } \text{вершина} > 3.$$

а вершина параболы  $2x^2 - 3x + 4$ , будем

$$\text{в точке } x = \frac{3}{4}, y = \frac{9}{8} - \frac{9}{4} + 4 = 4 - \frac{9}{4} = 1 \frac{3}{4} > 1.$$

то есть произведение скобок под корнем  $> 1$ .

→ и корень будет  $> 1$ . → слева будет чисто.

$< -1$  а справа  $> -1$ . → тоже не подходит  
может ошибка  $x = \frac{1}{4}$ , при нем решением

$$\text{будет } x = \frac{1}{4}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

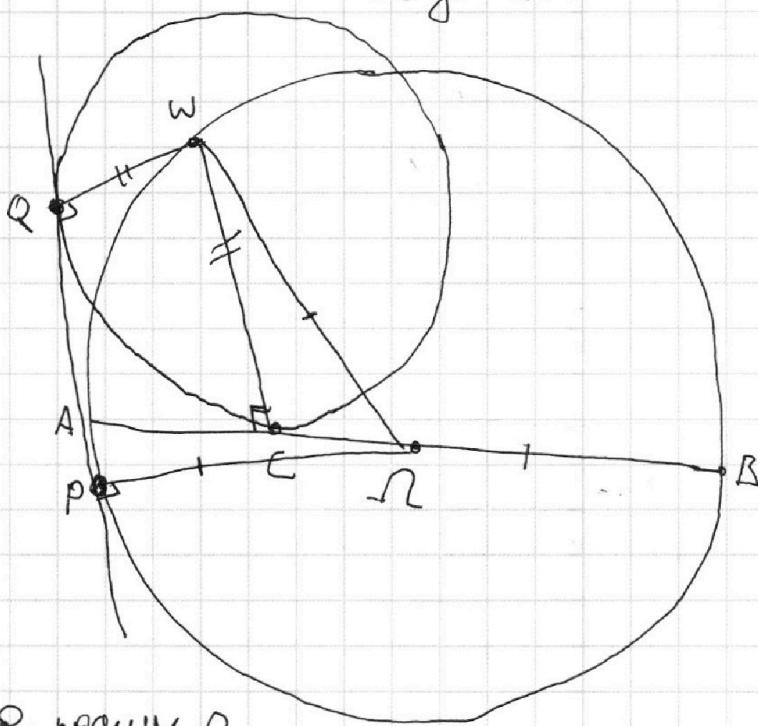
6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.



R - радиус  $\angle 2$   
r - радиус  $\angle 1$

дано:

$$AC = 1$$

$$BC = 16$$

найти:

$$PQ$$

$\angle$  - центр  
окруженности  
 $\rightarrow A\angle = \angle B$

$$AB = AC + BC = 2R$$

$$\rightarrow R = \frac{AC + BC}{2} = 8,5$$

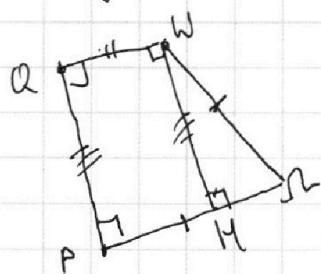
$$CR = A\angle - AC = \cancel{A\angle} - \cancel{AC} = 7,5$$

$WC \perp AB$  т.к.  $AB$  - ходимая.  $QW \perp PQ$  т.к.

т.к.  $PQ$  касательная,  $PQ \perp QP$  т.к.  $QP$  - касательная.

тогда  $WC = \sqrt{WR^2 - CR^2} = \sqrt{8,5^2 - 7,5^2} = 4 = r$

тогда имеем картинку  $QW = 4$   $PQ = CR = 7,5$



отпустите перпендикульр из W на  $PQ$

т.к.  $QW \perp QP \perp PR$  то  $QW \parallel PR$

$\rightarrow QW \perp WH \perp PR \rightarrow QPWH$  - прямогольник

$$\rightarrow QP = WH \quad WH = \sqrt{WR^2 - PR^2} =$$

$$= \sqrt{WR^2 - (PR - QW)^2} = \sqrt{8,5^2 - 4,5^2} = 2\sqrt{13} = QR$$

Однем  $2\sqrt{13}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

запись 2

$$\frac{3x^2 - 11y^2 - (3x+2y)^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2}$$

из второго уравнение и первого.

$$3yz + xz = 2xy$$

$$z = \frac{2xy}{3y+x} = 2y + 3x.$$

$$\text{одночлен} \quad 2xy = 6y^2 + 9xy + 2xy + 3x^2$$

$$6y^2 + 9xy + 3x^2 = 0.$$

$$2y^2 + 3xy + x^2 = 0.$$

~~Решение уравнение один из исключимое~~

$$\Delta = 9y^2 - 8y^2 - 4x^2$$

$$x = \frac{-3y \pm y}{4}$$

$$x_1 = -y$$

$$x_2 = -\frac{1}{2}y.$$

В первое  $x = -y$  первое значение выполнено.

$$\frac{-2y^2}{-5y^2} = \frac{2}{5}$$

В первое  $x = -\frac{1}{2}y$  значение.  $\frac{-14y^2}{-23y^2} = \frac{14}{23} \approx \frac{14}{23} = \frac{2}{5}$ .  $\Rightarrow$  ~~решение~~

$$\text{Ответ } \frac{14}{23}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$L = \frac{U_1^2 + 48U_1}{U_1 + 24}$$

получаем.

$$\frac{U_1^2 + 48U_1}{(U_1 + 6)(U_1 + 24)} = \frac{U_1^2 + 98U_1}{(U_1 + 24)\left(6 + \frac{L U_1}{U_1 + 24}\right)} + 1,25$$

$$\frac{U_1^2 + 48U_1}{(U_1 + 6)(U_1 + 24)} = \frac{U_1^2 + 98U_1}{(U_1 + 24)\left(6 + \frac{U_1(U_1^2 + 48U_1)}{(U_1 + 24)(U_1^2 + 48U_1 - 24U_1)}\right)} + 1,25$$

$$\frac{U_1^2 + 48U_1}{(U_1 + 6)(U_1 + 24)} = \frac{U_1^2 + 98U_1}{(U_1 + 24)\left(6 + \frac{U_1^2(U_1 + 48)}{(U_1 + 24)(U_1^2 + 48U_1 - 24U_1)}\right)} + 1,25$$

$$\frac{U_1^2 + 48U_1}{(U_1 + 6)(U_1 + 24)} = \frac{U_1^2 + 98U_1}{6U_1 + 144 - U_1 - 48} + 1,25$$

$$\frac{U_1^2 + 48U_1}{(U_1 + 6)(U_1 + 24)} = \frac{U_1^2 + 98U_1}{5U_1 + 96} + 1,25$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

путь длина АВ L скорость first  $v_1$ , мот  $v_2$   
могда из первого условия

$$1) \frac{L}{v_1} = \frac{L}{v_2} + 2 \text{ с}$$

из второго

$$2) v_1 \cdot \frac{L}{v_2} = v_2 \cdot \frac{L}{v_1} - 96 \text{ км}$$

из третьего

$$3) \frac{L}{v_1 + 6 \text{ км/ч}} = \frac{L}{v_2 + 6 \text{ км/ч}} + 1,25 \text{ с}$$

из первого уравнения  $Lv_2 = Lv_1 + 2v_1v_2$

$$v_2 = \frac{Lv_1}{L - 2v_1}$$

подставляем  $v_2$  в 3 у2

$$\frac{L}{v_1 + 6} = \frac{L}{6 + \frac{Lv_1}{L - 2v_1}} + 1,25 \text{ с}$$

$$v_1 \cdot \frac{L}{\frac{Lv_1}{L - 2v_1}} = 2 \frac{Lv_1}{L - 2v_1} \cdot \frac{L}{v_1} - 96.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

получим систему

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{L}{v_1 + 6} = \frac{L}{6 + \frac{Lv_1}{L - 2v_1}} \Rightarrow 1,25 \\ \end{array} \right.$$

$$(L - 2v_1) = \frac{L}{v_1} \cdot \frac{Lv_1}{L - 2v_1} - 96.$$

из второго

$$(L - 2v_1)^2 v_1 = L^2 v_1 - (L - 2v_1) v_1 \cdot 96.$$

$$L^2 v_1^2 - 4Lv_1^3 - 4L^2 v_1^2 = L^2 v_1 - Lv_1 \cdot 96 + 2v_1^2 \cdot 96$$

$$4v_1^3 - 4Lv_1^2 = 2v_1^2 \cdot 96 - Lv_1 \cdot 96.$$

$$v_1^3 - Lv_1^2 = 48v_1^2 - 24Lv_1$$

$$v_1^2 - Lv_1$$

$$v_1^2 - Lv_1 = 48v_1 - 24L$$

$$L =$$

из второго

$$L - 2v_1 = \frac{L^2}{L - 2v_1}$$

$$(L - 2v_1)^2 = L^2 - 96(L - 2v_1)$$

$$4v_1^2 - 4Lv_1 = 96(L - 2v_1)$$

$$4v_1^2 - 4Lv_1 = 96L - 192v_1$$

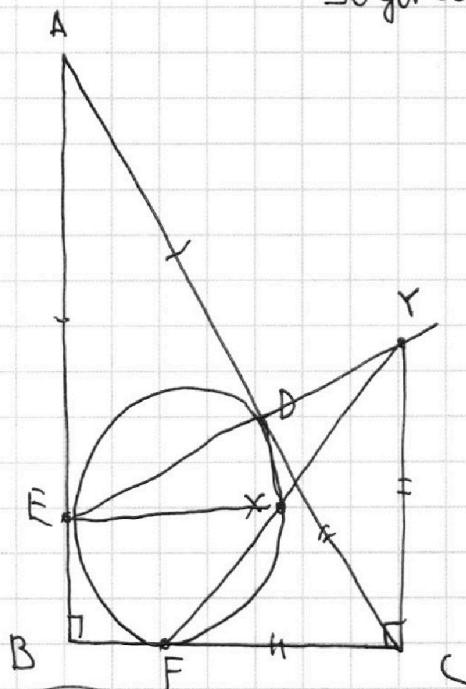
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 7

занесли что  $AED \sim CDY$

т.к.  $AD \parallel DC$ ,  $ED \parallel DY$

$AB \parallel CY$ , а потому по  
 свойству окружности

$$AE = AD \rightarrow DC = CY =$$
$$= FC, \text{ а потому}$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$$

$X$ - $D$ -бисектриса,  $\angle YX$

постоин  $\frac{YX}{XE} = \frac{YD}{DE} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$$\rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY} = 2\sqrt{2}.$$

ТАК КОМК  
 $\frac{FD}{YE} = \frac{YX}{F}$   
но с-бы  
свойств

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$L \quad v_1, v_2$$

$$\frac{L}{v_1} = \frac{L}{v_2} + 2 \quad Lv_2 = Lv_1 + 2v_1v_2.$$

$$v_1 \cdot \frac{L}{v_2} = v_2 \cdot \frac{L}{v_1} - 96 \quad v_2 = \frac{Lv_1}{-2v_1 + L}$$

$$\underbrace{\frac{L}{v_1 + 6} = \frac{L}{v_2 + 6} + 1,25}_{\text{---}}$$

$$v_1 \cdot \frac{L}{v_2} = \frac{L^2}{-2v_1 + L} - 96.$$

$$(2v_1 + 1)v_1 = L^2v_2 - 96v_2(2v_1 + L)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

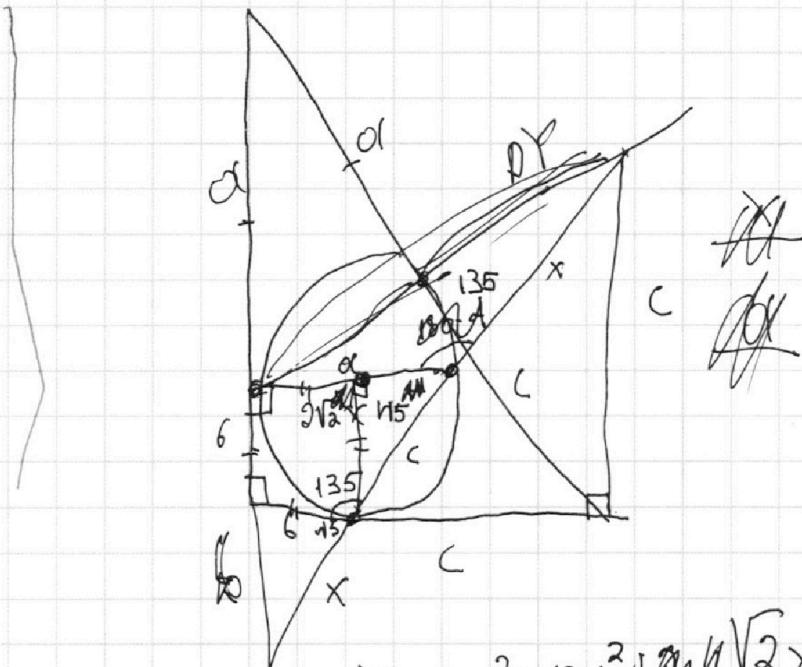
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



МФТИ

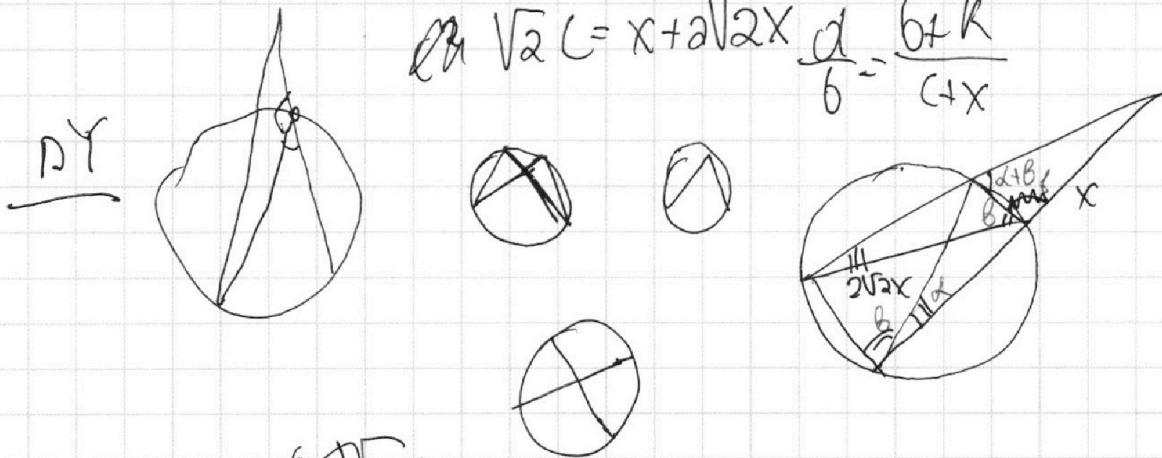
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$T_D \cdot T_D \cdot \frac{c + d}{a} = c\sqrt{2} +$$



$$DY = x^2 + 8x^2 + 2\sqrt{2}x^2 \cos \angle X_0$$

$$\text{Q3 } \sqrt{2}C = x + a\sqrt{2}x \frac{d}{b} = \frac{6+R}{C+x}$$



$$\text{dy} \sqrt{x^2 + 3x^2 + 2\ln 2x^2 (\text{Ans})} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

YD

~~DE~~

$$YD \cdot (T_{D+DE}) = Fx (Yx + xF)$$

$$YD (F_{D+DE}) = \frac{Fx}{2\sqrt{2}} \left( \frac{Fx}{2\sqrt{2}} + xF \right)$$

$$(a+b)^2 + (b+c)^2 = (a+c)^2$$

$$\cancel{a^2 + b^2 + b^2 + c^2} = a^2 + c^2 + 2ac \\ + 2ab + 2bc$$

~~bh~~

$$b^2 + ab + bc = ac$$

$$\cancel{a^2} \quad x\sqrt{2} =$$

$$x\cancel{a} = F D \cdot \frac{c+a}{a}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

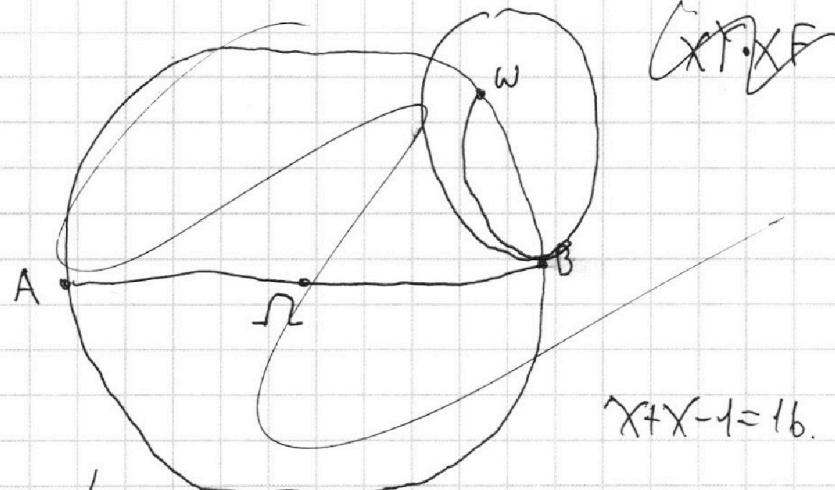
5

6

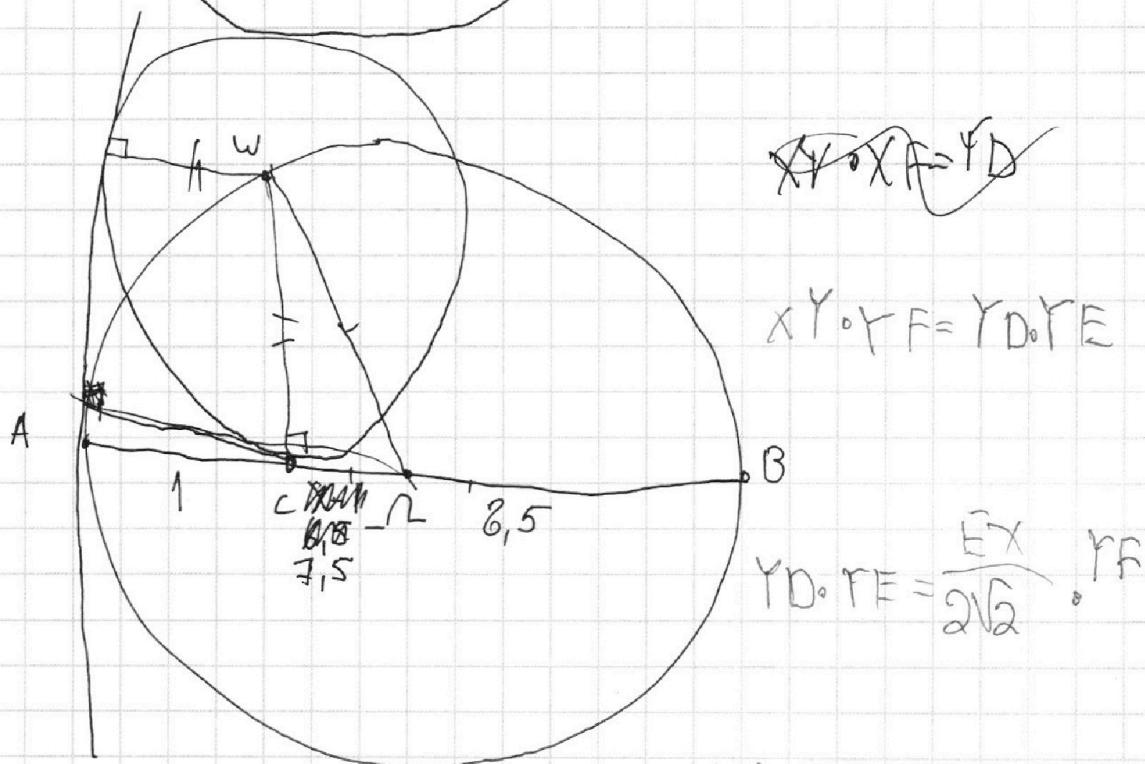
7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



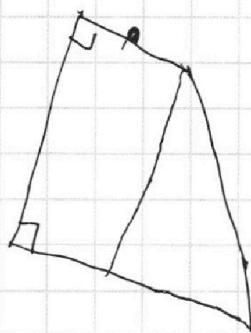
$$x+x-1=16.$$



$$XY \cdot YF = YD \cdot YE$$

$$YD \cdot FE = \frac{EX}{2\sqrt{2}} \cdot RF$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{EP}{PF}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x+2y=2 \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$3x^2 - 4y^2 - (3x+2y)^2$$

$$3(3x+2y)y + x(3x+2y) = 2xy.$$

$$3x+2y=2 \quad 3y^2 + x^2 = 2xy.$$

$$3y^2 + x^2 = 2xy \quad z = \frac{2xy}{3y+x} = 3x+2y.$$

$$z = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$2x+3y = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$2xy = (3x+2y)(3y+x)$$

$$2xy = 9xy + 3x^2 + 6y^2 + 2xy$$

$$3x+$$

$$3x+2y=2$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-8y^2 - 6x^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2}$$

$$6xy + 9y^2 + 2x^2 + 3xy.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 3^{11} 7^{11} k \quad bc = 3^{18} f^{16} m \quad ac = 3^{21} 7^{38} t$$

$$a^2 b^2 c^2 = 3^{50} 7^{55} \text{ kmf}$$
$$3^{05} 7^{28}$$

$$\frac{ab \cdot bc}{ac} = \frac{3^{29} \cdot f^{27} k}{3^{21} \cdot 7^{38} m} = \frac{3^8}{7^1} \text{ kmf}$$
$$k = 7^{38} .$$

$$ab = 3^{11} 7^{11} k \quad b^2 = \frac{3^8 k m}{7^{11} m} n$$

$$bc = 3^{18} 7^{16} m \quad c^2 = \frac{3^{39} 7^{56}}{3^1 7^{11}}$$
$$-6 \cdot \frac{1}{4} y^2 - 8y^2 + 3y^2 \cdot 7^{38} n.$$

$$\frac{1}{4} y^2 - 6y^2$$
$$-6y^2 - 4y^2$$
$$(a - b)^2 - 6ab$$

$$-23y^2 \quad 3^{29} 7^{27} km \quad ac \text{ дел } 3^{21} 7^{38} n$$

$$ab^2 c$$
$$-2y^2$$
$$-3$$
$$Km \text{ минимум } 7^{11} 7^{55} \cdot 3^{50}$$

$$ac = 3^{21} 7^{38}$$

$$b = 3^4$$

$$bc = 7^{21} \cdot 3^{18} \quad ab = 7^{17}$$

$$ab = 3^{11} 7^{16}$$

$$a = 3^7 7^{16}$$

$$ca = 3^{21} \cdot 7^{38}$$

$$bc = 3^{18} c^{22}$$

$$c = 3^{14} c^{22}$$

$$ca = 3^{21} \cdot 7^{38}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a \approx 3^{29} \cdot 7^{38}$$

$$b \approx 7^{21} \cdot 3^{18}$$

$$ab = 3^{11} \cdot 7^{17}$$

$$3^{40} \cdot 7^{55}$$

$$3^{22} \cdot 7^{34}$$

$$a = 3^{11} \cdot 7^{17}$$

$$3^{11} \cdot 7^{17}$$

$$b = 3^{18} \cdot 7^{21}$$

$$a \approx 3^{29} \cdot 7^{38}$$

$$b = 1.$$

$$2x^2 - x + 2 = 1 - wx$$

$$x > \frac{1}{4}.$$

позже помощь

$$\frac{a+b}{a^2+b^2-2ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-10ab}$$

$$\frac{a+b}{10ab} = \frac{a}{10b} + \frac{b}{10a}$$

$$(a+b) = 10ab.$$

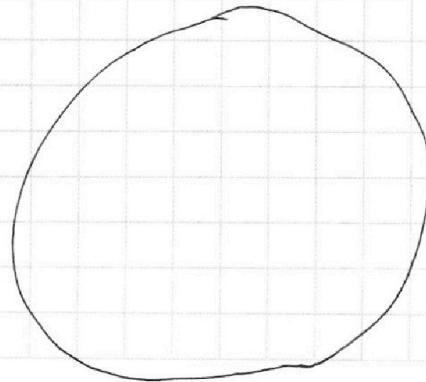
$$m = \frac{10ab}{a+b}$$

$$3 + 7$$

By 10

$$x - 108 = 50$$
$$68 - 108 = -40$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 11} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - wx$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x+2y=2 \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$3yz+xz=2xy$$

$$z = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$\frac{2xy}{3y+x} = 3x+2y$$

$$2xy = 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy$$

$$\cancel{2}x^2 + \cancel{6}y^2 + \cancel{2}xy = 0$$

$$3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 12xy$$

$$\underline{-6x^2 - 8y^2 - 12xy} \quad \cancel{2x^2}$$

$$x^2 - 6y$$

$$4y^2 + 6xy = \cancel{2y(2y+3x)}$$

$$x^2 - 6y^2$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{a}$$

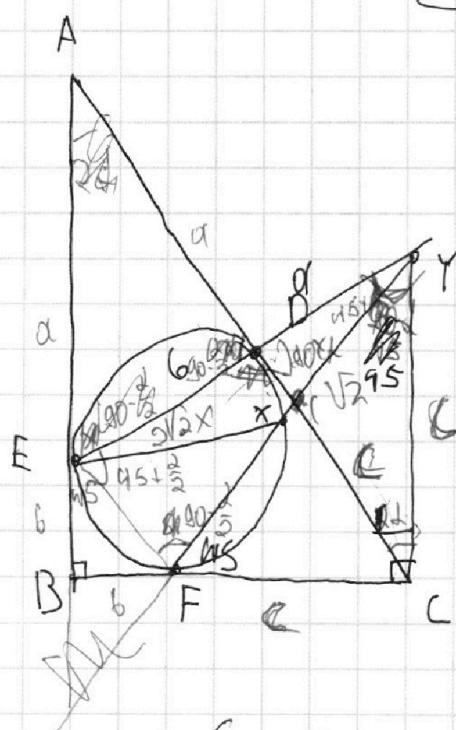
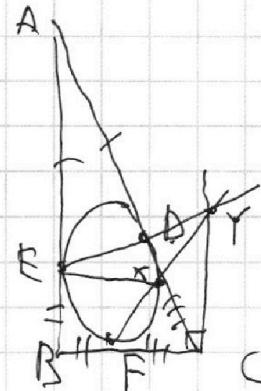
$$b =$$

$$-8y^2 - 6xy = 0$$

$$\frac{4y^2 + 6xy}{-8y^2 - 3xy} = \frac{4y + 6x}{-8y - 3x} = \cancel{2}$$

$$= \frac{4y + 6x}{8y + 3x + 2 + 6y}$$

$$(2c^2 - 2c^2 \cos \alpha) \cdot \left( 2c^2(1 - \cos \alpha) + \frac{2c^2(1 - \cos \alpha) \cdot d}{c} \right) =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - \cancel{(3x+2y)^2}}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - \cancel{2x^2 + 4y^2 - 12xy}}{x^2 - 6y^2} = \\ = \frac{6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = -1 - + 1.$$

$$3y^2 + x^2 = 2xy$$

$$\exists = \frac{2xy}{x+3y} = \cancel{3x+2y}$$

$$2xy = 3x^2 + 2xy + 9xy + 6y^2$$

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0.$$

$$9y^2 - \cancel{8y^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{\frac{6}{4}y^2 - 8y^2 + 6y^2}}{\frac{1}{4}y^2 - 6y^2} = -\frac{\cancel{\frac{6}{4}y^2 - 2y^2}}{-5\frac{3}{4}y^2}$$

$$\frac{-6y^2 - \cancel{32y^2} - 8y^2}{y^2 - 24y^2} = \frac{-14y^2}{-23y^2} = \frac{14}{23}.$$

$$y = -2x.$$

$$\frac{-6x^2 - 32x^2 + 24x^2}{x^2 - 24x^2} =$$