



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 14

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}.$$

При каком наибольшем t могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на t ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

- [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисти на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
- [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$ab : 3^{14} \cdot 7^{13}$$

$$bc : 3^{19} \cdot 7^{17}$$

$$dc : 3^{23} \cdot 7^{42}$$

abc-min

$$1) ab \cdot bc \cdot dc : 3^{14+19+23} \cdot 7^{13+17+42}$$

$$(abc)^2 : 3^{56} \cdot 7^{72}$$

если $abc \neq 3^{28} \cdot 7^{36}$ то

$$(abc)^2 \neq 3^{56} \cdot 7^{72}$$



$abc : 3^{28} \cdot 7^{36}$ минимальное число

когда $abc = 3^{28} \cdot 7^{36}$

Ответ: $abc = 3^{28} \cdot 7^{36}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача

$\frac{a}{b}$ -несокр.

$$1) a^2 - 9ab + b^2 = (a+b)^2 - 11ab$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} \quad 2) \frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}$$

$m = ?_{\max}$

3) Лучшее число и знаменатель

делимое на $m \Leftrightarrow a+b : m \Leftrightarrow (a+b)^2 : m$

$$\underbrace{(a+b)^2}_{m} - 11ab : m \Leftrightarrow 11ab : m$$

$\frac{a}{b}$ -несократимое $\Leftrightarrow \text{НОД}(a, b) = 1$

$m = \text{НОД}(a+b; 11ab)_{\max}$

$$\begin{aligned} & a+b \mid a \\ & a+b \mid b \quad (\text{НОД}(a, b) = 1) \end{aligned} \Rightarrow m = \text{НОД}(a+b, 11)_{\max}$$

$m = 11$ (Пример $a=9, b=2$)

$$\frac{11}{81-162+4} = \frac{11}{-77} = \frac{-1}{7}$$

Ответ $m = 11$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

Решение:

$$\begin{cases} d = 3x^2 - 5x + 6 & D_A = 25 - 18 \cdot 4 < 0 \Rightarrow 3x^2 - 5x + 6 \geq 0 \\ b = 3x^2 + x + 1 & D_b = 1 - 3 \cdot 4 < 0 \Rightarrow 3x^2 + x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Несколько } d - b = 5 - 6x$$

$$\sqrt{d} - \sqrt{b} = d - b$$

$$\sqrt{d} - \sqrt{b} = \sqrt{d^2} - \sqrt{b^2}$$

$$\sqrt{d} - \sqrt{b} = (\sqrt{d} - \sqrt{b})(\sqrt{d} + \sqrt{b})$$

$$(\sqrt{d} - \sqrt{b})(1 - \sqrt{d} - \sqrt{b}) = 0$$

$$\sqrt{d} = \sqrt{b} \uparrow^2 \text{ или } \sqrt{d} + \sqrt{b} = 1$$

По графику заметно
($d, b > 0$)

$$d = b$$

Однотипное решение:

$$\begin{cases} 3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1 \quad (1) \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 10 \quad (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{6} \\ x \in \emptyset \end{cases} \quad \sqrt{\frac{47}{72}} > 1$$

$$\textcircled{1} \min 3x^2 - 5x + 6$$

$$x_0 = \frac{5}{6}, \quad y_0 = \frac{25}{72} - \frac{25}{6} + 6 = 6 - \frac{25}{12} = \frac{47}{12} \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Следовательно } \min(\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1}) > 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Вершина в симметрии

$$\textcircled{2} \quad 3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1$$

$$-5x + 6 = x + 1$$

$$\cancel{-6x} = \cancel{-5} \quad 5 = 6x$$

$$x = \frac{5}{6}$$

Вершина в симметрии

$$\text{Отврн: } \frac{5}{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

N -окр. с у. 80

Ω AB-касательная

(w -окр с у. 80')

$AC=1$

$\angle ABC=25$

AB-диаметр (Ω)

MN-одиця касан.

MN?

Темпере AB-диаметр $\Rightarrow OA=R=\sqrt{3^2-12^2}=13$

$AB=AC+CB=26$

$OA=OO'=OB=OM$ -радиусы

2) $O'C \perp AB$ (AB-касательная к w)

$O'C=\pi$, $OO'=R=13$

$OC=OA-AC=13-12=1$

В прямогл. $\triangle O'OC$ по т. Пифагора

$$O'C^2 + OC^2 = OO'^2$$

$$O'C = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 = O'N \text{ (радиус)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$OM \perp MN \\ O'N \perp MN \quad (\text{одна из перпендикуляров}) \Rightarrow OM \parallel O'N$$

3) Докажем, что если M совпадает с O' , то M совпадает с O .

4) $MK O'N$ -прямогл.

$$(OM \parallel O'N)$$

$MN \parallel kO'$ (перпендикульар к прямой OM)

$$\angle MKO' = 90^\circ$$

Они не совпадают.

если совпадают

то M совпадает

с O' и значит OM пересекает окр. O' в точке (пр-речие!)

5) \Downarrow

$$MK = O'N = 5 \Rightarrow OK = OM - KM = 13 - 5 = 8$$

5) Треугольник $OO'K$ -прямогл. по м. Пифагора

$$KO'^2 + KO^2 = OO'^2$$

$$KO' = \sqrt{13^2 - 8^2} = \sqrt{5 \cdot 21} = \sqrt{105} = MN \quad (MK O'N - \text{прямогл.})$$

$$\text{Ответ: } MN = \sqrt{105}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

ЛМФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача

$$5x - y = 32 \quad | \cdot 5$$
$$\frac{x}{y} + \frac{1}{y} = \frac{15}{2}$$
$$x, y, z \neq 0$$

$$\left| \begin{array}{l} 5x - y = 32 \\ \frac{x}{y} + \frac{1}{y} = \frac{15}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 9y = 32 \\ x = 2y \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} y = 2 \\ 5x = 4y \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} 3y = 2 \\ x = 2y \end{array} \right. \quad \text{①} \\ \left(5x - y \right) \left(\frac{x}{y} + \frac{1}{y} \right) = 45 \cdot \frac{2}{2} \quad \text{②}$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} - \min$$

$$40 + \frac{5x}{y} - \frac{8y}{x} - 1 = 45$$

$$\frac{5x}{y} - \frac{8y}{x} = 6$$

Пусть

$$\frac{x}{y} = d \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{d}$$

$$5d - \frac{8}{d} = 6 \mid \cdot d, d \neq 0$$

$$5d^2 - 6d - 8 = 0$$

$$D = 36 + 160 = 196$$

$$d_1 = \frac{6+14}{10} = 2$$

$$d_2 = \frac{6-14}{10} = -0,8$$

Оформляю задачу

$$\left| \begin{array}{l} \frac{x}{y} = 2 \\ \frac{x}{y} = 0,8 \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} x = 2y \\ x = 0,8y \cdot 5 \end{array} \right. \mid \Rightarrow \left| \begin{array}{l} x = 2y \\ 5x = 4y \end{array} \right. \text{ вернулся к исходному}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

ЛМФТИ

Подставив значение слагаемых в формулу

$$\textcircled{1} \quad \frac{25 \cdot (2y)^2 - y^2 - (3y)^2}{y^2 + (3y)^2 \cdot 3} = \frac{90y^2}{28y^2} = \frac{45}{14} = 3\frac{3}{14}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{(4y)^2 - y^2 - 3y^2}{y^2 + 3y^2} = \frac{14y^2}{4y^2} = \frac{14}{4} = 3,5$$

$$3,5 > 3\frac{3}{14} \left(\frac{3}{14} < \frac{1}{2} \right)$$

Ответ: $3\frac{3}{14}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

X

A B

Пусть $AB = S \text{ km}$, $V_{\text{ном}} = x \text{ км/ч}$, $V_{\text{фн.}} = y \text{ км/ч}$.

Найдите систему уравнений по условиям

$$1) \frac{S}{x} + t = \frac{S}{y} \quad (\text{время вnom} + t = \text{время в фн.})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S \cdot y}{x} + y \cdot t = \frac{Sx}{y} \\ Sy - Sx = -xy \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} Sy^2 - Sx^2 = -y^2 xy \\ Sy^2 - Sx^2 = -y^2 xy \end{array} \right. \quad \text{①} \quad \text{②}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S}{x+y} + \frac{36}{60} t = \frac{S}{y+x} \\ \frac{S}{x+y} + 0,6 = \frac{S}{y+x} \cdot (x+y)/(y+x) \end{array} \right.$$

① Помножим из первого во второе

$$S(y-x)(y+x) = 4g(Sy-Sx) \quad | : Sy-Sx \quad Sy \neq Sx$$

$$x+y=49$$

$$\text{Пусть } \left\{ \begin{array}{l} a = x+7 \\ b = y+7 \end{array} \right. \Rightarrow a+b = 49+14 = 63$$

$$b-a = y-x$$

Вернем в систему

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Доказ.

$$EX = \sqrt{2}XY$$

$$\angle B = 90^\circ$$

Взятое окр. о

у.т

AD; DC-?

Демонстрируем:

$$1) \angle DCY = 90^\circ - \angle ACB = \angle BAC \quad | \quad \triangle ADE \sim \triangle CDY$$

$$\angle ADE = \angle YDC \text{ (внешн.)}$$

$$2) \angle DEX = \angle DFY \text{ (DX - корр. внешн.)} \quad | \quad \Rightarrow \triangle EYX \sim \triangle FYD$$

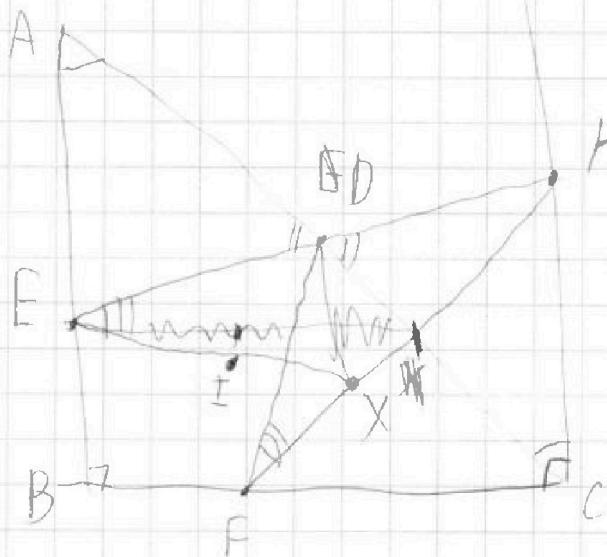
$\angle EYF$ - общий

$$3) \frac{AD}{DC} = \frac{DE}{DF} = \frac{EY}{DY} - 1 \quad 4) DX \parallel EF \quad | \quad \Rightarrow \triangle DFX \sim \triangle FYE$$

$$\frac{EY}{FY} = \frac{XY}{DF} = \frac{XE}{FD}$$

$$\sqrt{2}XY = DF$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{EY}{DF} \right) - 1 = \frac{AD}{DC}$$



$$\frac{EY}{FY} = \frac{DF}{DY}$$

$$EY \cdot DF = FY \cdot DY \cdot \sqrt{2} EX$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} S(a-b) = (a-7)(b-7) \\ a+b=63 \end{cases}$$

- система уравнений

$$S(a-b) = 0,6ab$$
$$a \cdot b = 490 \cdot 2$$

$$(a-7)(b-7) = 0,6ab$$
$$P^2 - 63P + 490 \cdot 2 = 0$$

$$a \cdot b - 7(a+b) + 49 = 0,6ab$$
$$P_1 = 28$$

$$63''$$
$$0,4ab = 7 \cdot 63 - 49 = 49(8) \quad | :10$$
$$P_2 = 35$$

$$4ab = 490 \cdot 8 \quad | :4$$
$$\left(\frac{S}{x} < \frac{S}{y} \right)$$

$$ab = 490 \cdot 8 \quad | :4$$
$$x > y$$

Вернемся в систему

$$a > b$$

$$d = 35$$

$$b = 28$$

Обратная замена

$$\begin{cases} x+y=35 \\ x+y=49 \\ y+7=28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=28 \\ y=21 \end{cases}$$

$$S(21-28) = -21 \cdot 28$$

$$S = 3 \cdot 28 = 84 \text{ км}$$

Ответ: 84 км

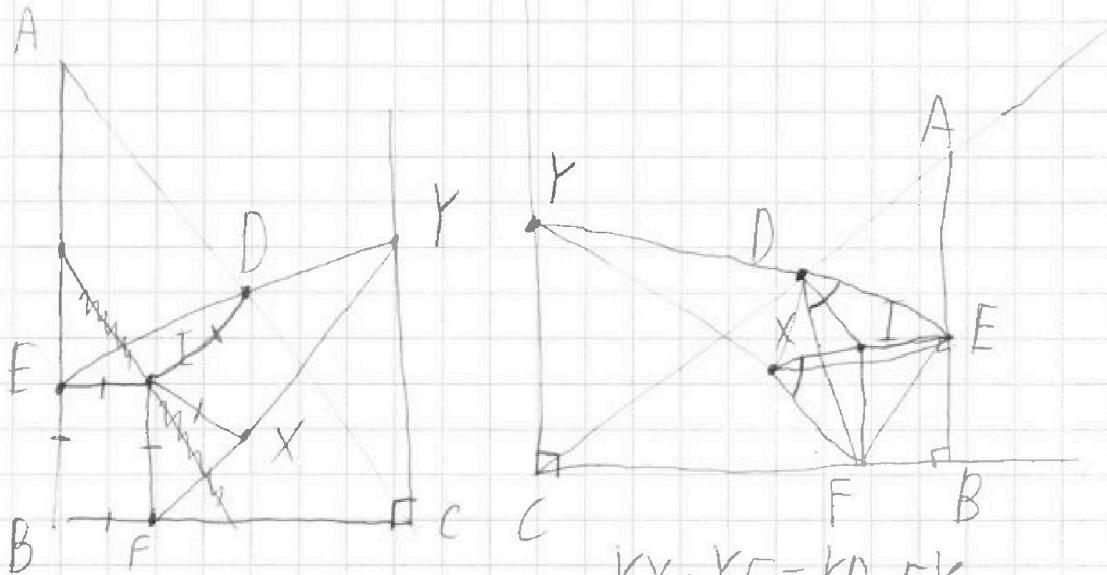
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$YX \cdot YF = YD \cdot EY$$

$$\frac{YD}{YX} = \frac{YF}{YE}$$

$$\frac{DX}{XY} = \frac{EF}{FY}$$

$$\frac{EX \cdot EF}{\sqrt{2}}$$

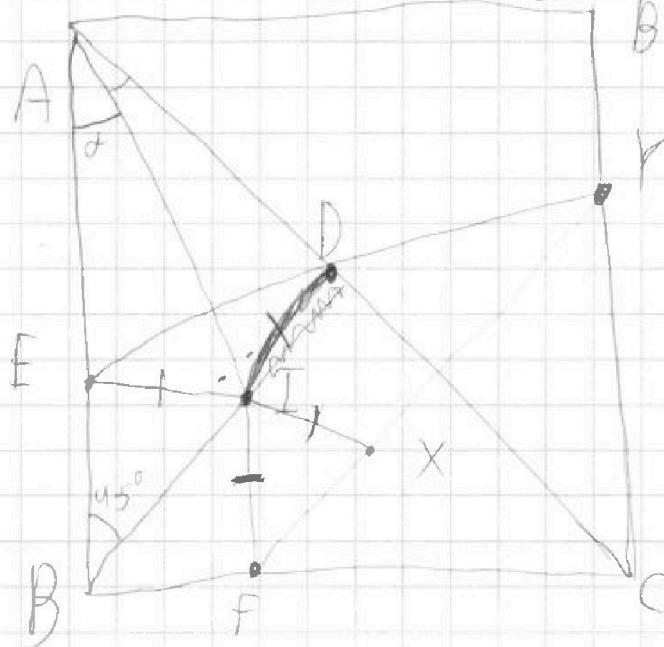
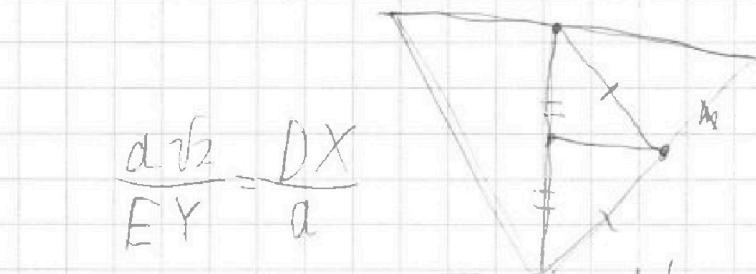
$$XYD \sim EYF$$

~~$$\frac{XY}{EF} = \frac{DX}{EF}$$~~

$$\frac{a\sqrt{2}}{EY} = \frac{DX}{a}$$

$$EF \cdot XY = DX \cdot EY$$

$$\begin{aligned} & \frac{13}{16} \cdot \frac{13}{16} = \frac{169}{256} \\ & \frac{169}{256} = \frac{169}{256} \\ & 169 = 169 \\ & 169 = 169 \\ & 169 = 169 \end{aligned}$$





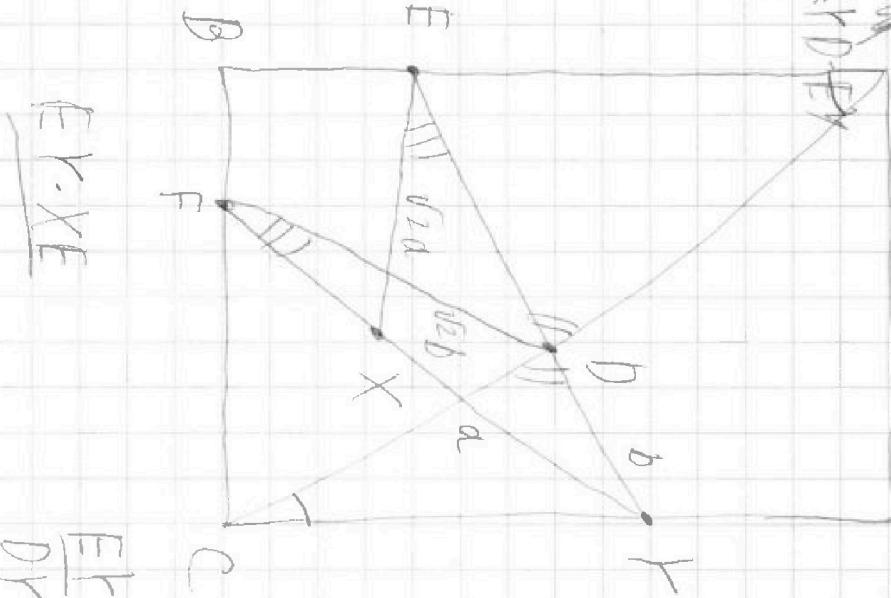
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается чёрновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$\frac{ED}{DR}$$

$$\frac{ER}{DR}$$

$$\frac{EX}{DX} \cdot \frac{DX}{EF}$$

$$\frac{AD}{DX} = \frac{DX}{XY}$$

$$\frac{DX}{XY}$$

$$DR \cdot \gamma_2 = DF$$

$$EXF \sim FDA$$

$$\frac{ER \cdot DF}{DR} = \frac{EXF \sim FDA}{DR} = 1$$

$$\frac{DR}{RE}$$

$$\frac{ED}{DR} \cdot \frac{DR}{XE} = \frac{ED}{XE}$$

$$HD \cdot HE = HK \cdot HF$$

$$\frac{ED}{DR}$$

$$\frac{DR}{EX} = \frac{EX}{XY}$$

$$\frac{DR \cdot EX}{DR} = \frac{DR \cdot EX}{DR}$$

$$EX = \frac{DR \cdot EX}{DR}$$

$$EX = \frac{DR \cdot EX}{DR}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

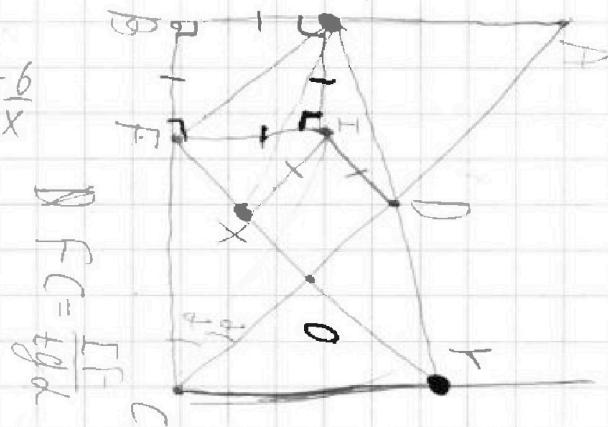
- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 & ab : 3^{14} \cdot 7^{13} \quad bc : 3^{19} \cdot 7^{17} \quad \frac{-7^2}{25} \\
 & ac : 3^{23} \cdot 7^{42} \quad \frac{x+44}{56} \quad \frac{10}{47} \quad \frac{47}{12} \\
 & (abc) : 3^{56} \cdot 7^{42} \quad \frac{-158}{77} \quad \frac{25}{12} - \frac{25}{6} + \frac{6}{5} \quad \sqrt{\frac{47}{12}} \\
 & abc : 3^{28} \cdot 7^{36} \quad \frac{-81}{77} \quad \frac{-25}{72} \quad -\frac{1}{6} \\
 & -158 \quad \frac{d+b}{d^2 - 9ab + b^2} \quad \frac{a^2 - 9ab + b^2}{d^2 + ab} \mid d+b \quad \frac{1}{12} - \frac{1}{6} + 1 \\
 & 81 - 162 + 9 \quad \frac{-10ab + b^2}{d^2 + b^2} \\
 & d+b; d^2 - 9ab + b^2 \quad \frac{-17ab}{d^2 + b^2} \quad D = 25 - 72 < 0 \\
 & \frac{d+b}{m} \quad D = 25 - 72 < 0 \\
 & (d+b)^2 - 11ab \quad (d+b; 11ab) = m \quad 3x^2 + x + 1 \\
 & M \text{НОД}(a, b) = 1 \quad D = 1 - \quad \frac{x}{x} \quad \frac{x}{x} \\
 & \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x \quad \uparrow x^2 : x^2 \\
 & 3x^2 - 5x + 6 - 2 \cdot \sqrt{(3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1)} + 3x^2 + x + 1 = \\
 & = \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = \frac{5}{x^2 - 6} \\
 & \sqrt{d+6} = \sqrt{D+1} =
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

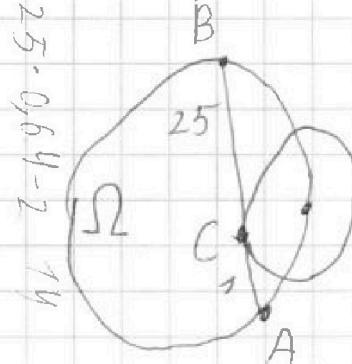
6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$196 = 14 \cdot 14 = 8 \cdot 2 \cdot 7$$

$$49 \cdot 4 = 4 \cdot 2$$

$$(5x-y)(5x+y)$$

$$z(3x-15x+3y-2)$$

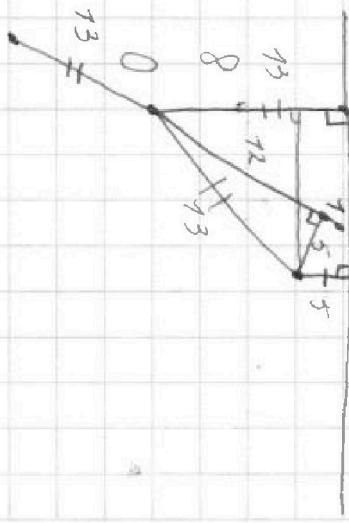
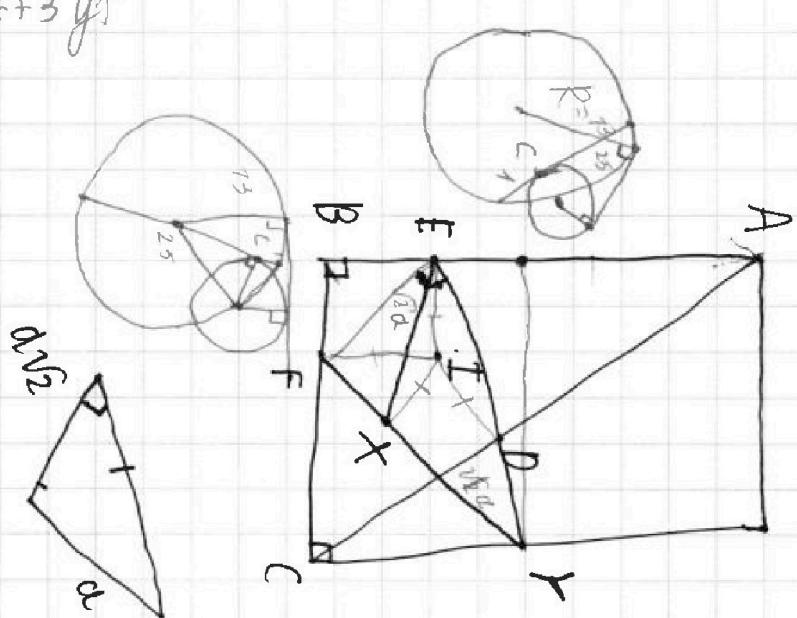
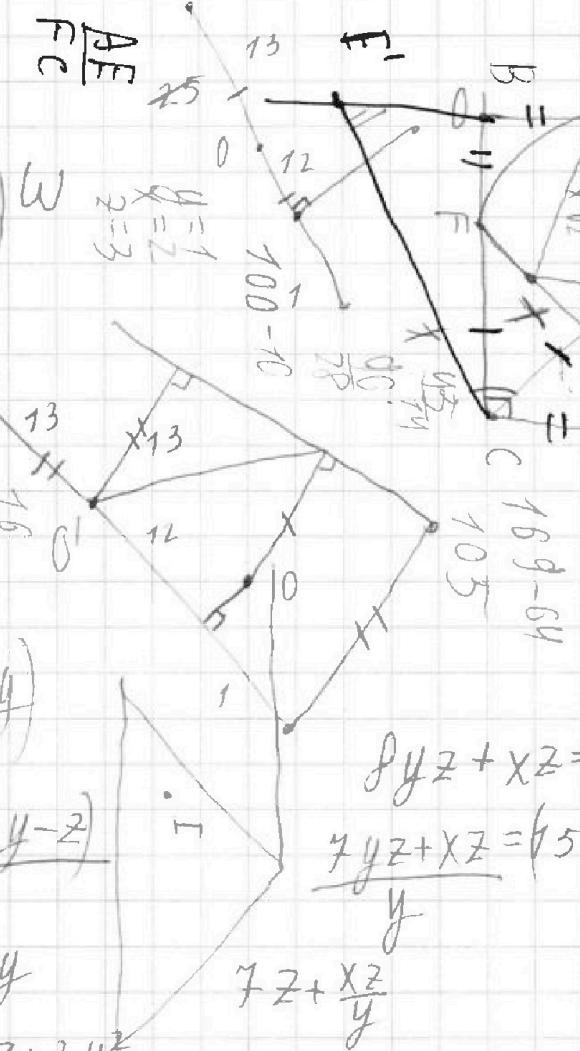
$$7z + \frac{x^2}{y} + 3y$$

$$7zy + xyz + 3y^2$$

$$\begin{aligned} & YD \cdot DE = \\ & = YX \cdot FX \\ & \frac{AD}{FC} = 25 - 5 \cdot 12 = \frac{3x^2 - 5x + 5}{105} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 8yz + xz = 15xy \\ & 7yz + xz = (5x-y)z \end{aligned}$$

$$\frac{AB}{BC}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$P^2 - 63P + 490 \cdot 2$$

$$8yz^2 + xz = 15xy$$

$$(5x-y) \left(\frac{8}{x} + \frac{1}{y} \right) = 45$$

$$40 + \frac{5x}{y} - \frac{8y}{x} - 1 = 45$$

$$6 = 5d - \frac{8}{d} \quad \frac{21}{28} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{x}{y} = 1,9$$

$$5d^2 - 6d - 8$$

$$D = 36 + 160 = 196$$

$$x =$$

$$xy = Sx - Sy = d$$

$$2Sx - 2Sy = 49 \cdot 4 - 49$$

$$y^2 + 49x - 49y = x^2 \quad 49(S-y)$$

$$y(y-49) = x(x-49) \quad \frac{2S}{21}$$

$$-(x-y)(x+y) + 49(x-y) = 0 \quad \frac{29-3}{28} + 49 =$$

$$(49-x-y)(x-y) = 0 \quad = \frac{29-4}{3}$$

$$x+y = 49 \quad 63+49 = 112$$

$$d = y \cdot 49$$

$$S(x-y) = 49 \cdot 49$$

$$x+y = 49 \cdot 1 \cdot 5 - 2$$

$$d = 49 \cdot 49$$

$$\frac{84}{355} S(y-x)$$

$$d = \frac{3}{5} (x^2y + 7(x+y) + 49)$$

$$d = \frac{3}{5} (d + 49) - 5$$

$$5d = 3d + 49$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отмечьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5x - y = 3z$$

$$(5x - y)(5x + y)$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

$$3z(3z + 2y) - z^2$$

$$5y - 5x = -xy \quad z(9z - z + 6y)$$

$$y = 35x - 3z$$

$$\frac{5}{x} + 1 = \frac{5}{y}$$

$$z(8z + 6y)$$

$$z(15x + 3y - z)$$

$$\frac{5y}{x} + 49 = \frac{5x}{y}$$

$$2z(4z + 3y)$$

$$S(b-a) =$$

$$5y^2 - 5x^2 = -49xy$$

$$25x^2 - 30xz + 9z^2 + 3z^2$$

$$S(a-b) = (a-y)(b-z)$$

$$5y^2 - 5x^2 = -49xy$$

$$xz = 15xy - 8zyz$$

$$25x^2 - 30xz + 72z^2$$

$$-25x^2 + 30z - 9z^2$$

$$\frac{15x}{2x} =$$

$$z \geq y \geq x$$

$$30z - 10z^2 \quad \frac{S}{a}$$

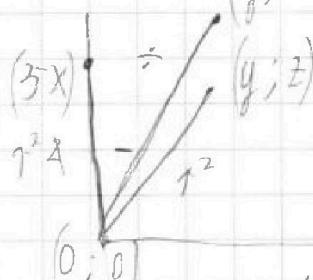
$$z(5x - y) + y^2$$

$$10z(30x - z)$$

$$(5x - y)(5x + y) - z^2$$

$$(y, \sqrt{3}z)$$

$$x + y = 49 \quad 9 = 63 = a + b$$



$$\frac{S}{x+y} + \frac{3}{5} = \frac{S}{y+z}$$

$$5y^2 - 5x^2 = 549(Sy - Sx)$$

$$x + y = 49$$

$$\frac{S}{a} + \frac{3}{5} = \frac{S}{b}$$

$$Sy - Sx = -xy$$

$$Sb + 0,6ab = Sa$$

$$S(b-a) = (b-y)(a-y) \quad S(y-x) = -xy$$

$$(b-y)(a-y) + 0,6ab = 0 \quad ab - 4(a+b) + 49 + 0,6ab = 0$$