



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порука QR-кода недопустима!

$$\frac{ab}{2^{15} \cdot 4^{11}} = x; \quad \frac{bc}{2^{14} \cdot 4^{13}} = y; \quad \frac{ac}{2^{23} \cdot 4^{39}} = z$$

Рассмотрим $\frac{ac}{2^{23} \cdot 4^{39}} = z$, то есть если мы возьмем
у ac только 4^x , то их произведение будет больше
либо равно $4^{39} \Rightarrow$ если мы найдем наименьшее
произведение чисел $\Rightarrow$ нам выгодно, чтобы $\frac{ac}{4^{39}} = 2^x \cdot b$
какой-то степени $x \Rightarrow$ если мы разобьем по последней цифре:
например $a = 2^4 \cdot 4^{19}$, $c = 2^6 \cdot 4^{29}$, то b может не
иметь делителя 4^x вообще $\Rightarrow$ тогда $b = 2^x$
С двойками так не получится, в каждой ситуации b
должно иметь делитель 2^x чтобы было минимальное произведение

Теперь нам нужно найти минимальный x :

$$\begin{matrix} a_2 + c_2 \geq 23 \\ \uparrow \quad \quad \quad \leftarrow \text{степень} \\ \text{степень } 2 \text{ у } a \quad \quad 2\text{-ки у } c \end{matrix}$$

$$\begin{cases} a_2 + c_2 \geq 23 \\ b_2 + c_2 \geq 14 \\ a_2 + b_2 \geq 15 \end{cases} \Rightarrow 2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 55 \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 27,5$$

это мин. возможная
целая
степень 2 кн.

Так как нам нужно мин. целое $\Rightarrow$

$$\Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 = 28, \text{ например}$$

$$a_2 = 11; c_2 = 12; b_2 = 5; \text{ тогда } abc = 2^{28} \cdot 4^{39}$$

$$\text{Ответ: } abc = 2^{28} \cdot 4^{39}$$

подставили
например, что $a_2 + c_2 = 23 \Rightarrow$

$$\Rightarrow b_2 = 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_2 + a_2 = 15 \Rightarrow a_2 = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c_2 = 13 \leftarrow \text{подходит}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



известно, что $\frac{a}{b}$ - несократима $\Rightarrow \frac{ab}{a+b}$ также несократима.

$\frac{a+b}{a^2+4ab+b^2}$ - самый большой m может быть, если $m = a+b$, тогда $\frac{a+b}{a^2+4ab+b^2 - 9ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{(a+b)^2 - 9ab}{a+b} : (a+b) \Rightarrow \frac{9ab}{a+b}$, а так

выше $\frac{ab}{a+b}$ - не делится и не сокращается $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{9}{a+b} \Rightarrow m$ наибольшая равна 9.

Ответ: $m = 9$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



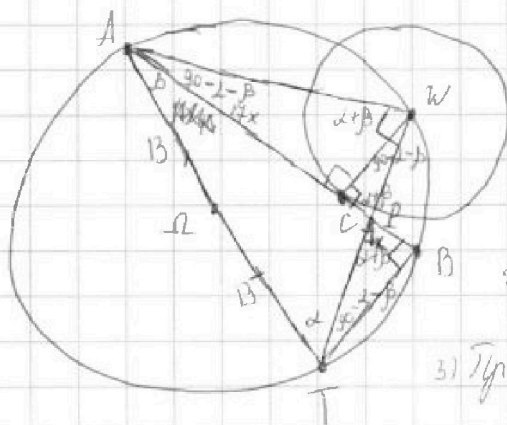
Дано

$$\frac{AC}{CB} = \frac{14}{7}$$

$$R(\omega) = 4$$

$$r(\Omega) = 13$$

$AB = ?$



1) Проведем WC ;

$WC \perp AB$, так как радиус
к касательной
диаметр

2) Проведем AL

3) Проведем AW ; WB ; WT ; BT ;

4) $\angle AWT = \angle ABT = 90^\circ$, так
опирается на диаметр.

Пусть $\angle BAT = \beta$, $\angle WTA = 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle WAC = 90 - 2 - \beta \Rightarrow \angle AWC = 2 + \beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle CWP = 90 - 2 - \beta \Rightarrow \angle WPC = 2 + \beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle TPB = \angle CPW (\text{как вертикаль}) = 2 + \beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle PVB = 90 - 2 - \beta$$

6) $\triangle AWC \sim \triangle CWP$ (по 2-м углам) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{WC}{AC} = \frac{CP}{WC} \Rightarrow CP = \frac{WC^2}{AC} = \frac{49}{14x}$$

7) $\triangle WCP \sim \triangle PBT$ (по 2-м углам) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{WC}{BT} = \frac{CP}{PB} \Rightarrow \frac{7}{BT} = \frac{\frac{49}{14x}}{PB} \Rightarrow$$

$$8) CB = 7x = CP + PB = \frac{49}{14x} + PB \Rightarrow PB = 7x - \frac{49}{14x} =$$

$$= \frac{7 \cdot 14x^2 - 49}{14x} = \frac{7(14x^2 - 7)}{14x}$$

9) из (7)

$$BT = \frac{7(14x \cdot PB)}{49} = \frac{14x}{49} \cdot \frac{7(14x^2 - 7)}{14x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BT = 14x^2 - 7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение

10) Поша по т. Пифагора из $\triangle$ -ка ABV :

$$AV^2 + AB^2 = BV^2$$

$$BV^2 + AB^2 = AV^2$$

$$(14x^2 - 4)^2 + (24x)^2 = 26^2$$

$$289x^4 - 2 \cdot 14 \cdot 4x^2 + 49 + 576x^2 = 676$$

$$289x^2 - 238x^2 + 576x^2 - 676 + 49 = 0$$

$$289x^2 + 338x^2 - 627 = 0$$

$$D = 338 \cdot 338 + 4 \cdot 289 \cdot 627 = 4(169 \cdot 169 + 289 \cdot 627) = 2^2 \cdot 458^2$$

$$x^2 = \frac{-338 \pm 2 \cdot 458}{2 \cdot 289} = \frac{-169 \pm 458}{289} = \left[\begin{array}{l} \sqrt{2} \\ 1 \end{array} \right]$$

$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow$ $\leftarrow$ отр. или не подходит

$$\Rightarrow AB = 24x = 24$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение

$$2) \quad b = 1 - 2t$$

$$1 - 9x = 1 - 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$2\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 9x$$

Возведем в квадрат; $x \geq 0$

$$4(3x^2 + 3x + 1) = 81x^2$$

$$12x^2 + 12x + 4 = 81x^2$$

$$81x^2 - 12x - 12x - 4 = 0$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$D = 144 + 16 \cdot 69 = 1248 = 12 \cdot 104 = 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 26 = 4^2 \cdot 48$$

$$x = \frac{12 \pm 4\sqrt{48}}{2 \cdot 69} = \left[\begin{array}{l} 0 \text{ и } 2 \\ 12 \pm 4\sqrt{48} \\ 2 \cdot 69 \end{array} \right] = \frac{6 \pm 2\sqrt{48}}{69}$$

← подставляем

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{2}; \quad x = \frac{6 + 2\sqrt{48}}{69}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

Замени:

$$\left. \begin{aligned} t &= \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \\ b &= 1 - 9x \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$t^2 - 9x + 1 = 3x^2 - 6x + 2$$

$$\sqrt{t^2 - 9x + 1} = \sqrt{3x^2 - 6x + 2}$$

$$\sqrt{t^2 + b} = \sqrt{3x^2 - 6x + 2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{t^2 + b} - t = b$$

$$\sqrt{t^2 + b} = b + t$$

$$t^2 + b = b^2 + 2bt + t^2$$

$$b^2 + 2bt - b = 0$$

$$b(b + 2t - 1) = 0$$

$$\left[\begin{aligned} b &= 0 \\ b &= 1 - 2t \end{aligned} \right.$$

1) $b = 0 \Rightarrow 1 - 9x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{9}$ ~~или~~ подставим, т.к.
а не учитывая 003.

$$\sqrt{3 \cdot \frac{1}{9^2} - \frac{6}{9} + 2} - \sqrt{3 \cdot \frac{1}{9^2} + \frac{3}{9} + 1} = 0$$

$$\sqrt{\frac{3}{81} + \frac{12}{9}} = \sqrt{\frac{3}{81} + \frac{12}{9}} \leftarrow \text{подходит}$$

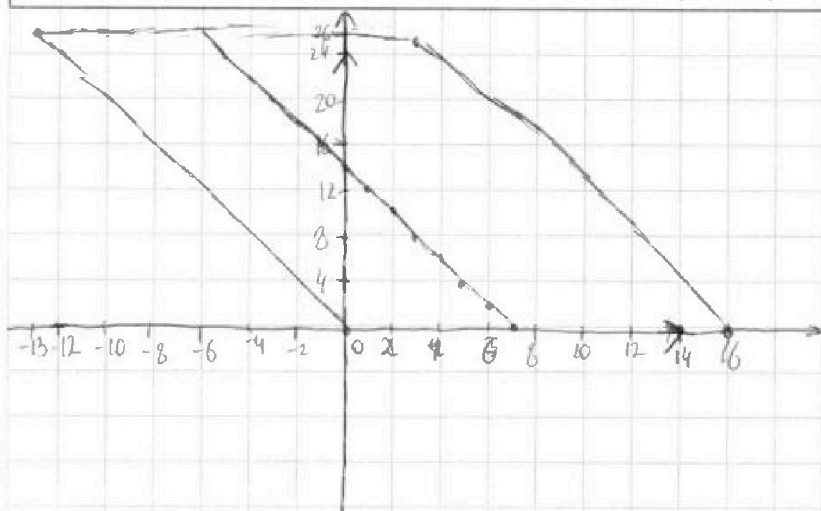
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



упр-ия прямой

$$y = 0; \quad y = 26.$$

$$y = -2x; \quad y = -2x + 32$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq 26 \\ 2x + y \geq 0 \\ y + 2x - 32 \leq 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ должны выполняться
условия для точки
находящейся в этой
прямой.

тогда: $2x_2 - 2x_1 - y_2 - y_1 = 14$

$$(2x_2 + y_2) - (2x_1 + y_1) = 14$$

$$(2x_2 + y_2) = 14 + (2x_1 + y_1)$$

Заметим $2x_2 + y_2 \geq 14 \Rightarrow$ это прямо

Также заметим, что каждой точке
соответствует только одна точка $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ у нас область подпадающая втроя

точек находится от $x = 4$ и заканчивая

от $x = 16 \Rightarrow$ это равно 10 прямых с убитыми
показателями (без границ в) $\Rightarrow$ при чем $y \in [0, 26]$ - это 24 точки $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ всего пар $= 10 \cdot 24 = 240$

границы этих точек
это прямая $y = -2x + 14$

всей этой
прямой проходит
первая точка $(0; 0)$

Ответ: 240 пар.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

из 1020

$$y = 8b - ax$$

подставим во второе

$$(x^2 + (8b - ax)^2 - 1)(x^2 + (8b - ax - 12)^2 - 16) \leq 0$$

$$(x^2 + 64b^2 - 16abx - 1)(x^2 + 64b^2 + a^2x^2 + 144 - 16abx - 248b + 24ax - 16) \leq 0$$

$$(x^2(a+1) - 16abx - 1 - 64b^2)(x^2(a+1) + x(24a - 16ab) + 64b^2 + 144 - 16 - 248b) \leq 0$$

Вот это выражение, чтобы иметь всего 2 корня
должно либо сворачиваться в квадрат, и причем
оба выражения, либо дискрим. одно из них должно
быть отрицательным.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

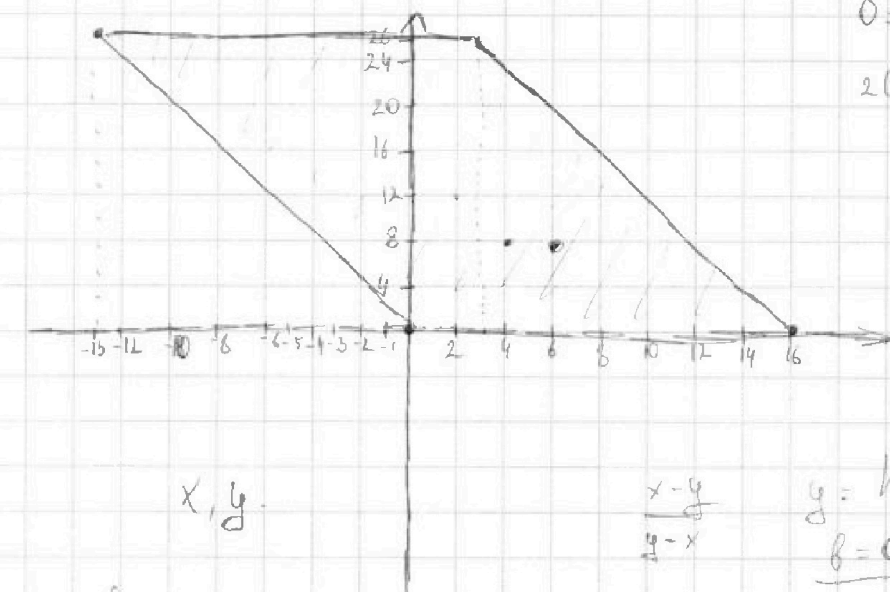
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

☐ 1
 ☐ 2
 ☐ 3
 ☐ 4
 ☐ 5
 ☐ 6
 ☐ 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



x, y

$$\frac{x-y}{y-x}$$

$$y = Kx + b. \quad 26 =$$

$$\underline{b = 0}$$

$$-26 = K \cdot 13$$

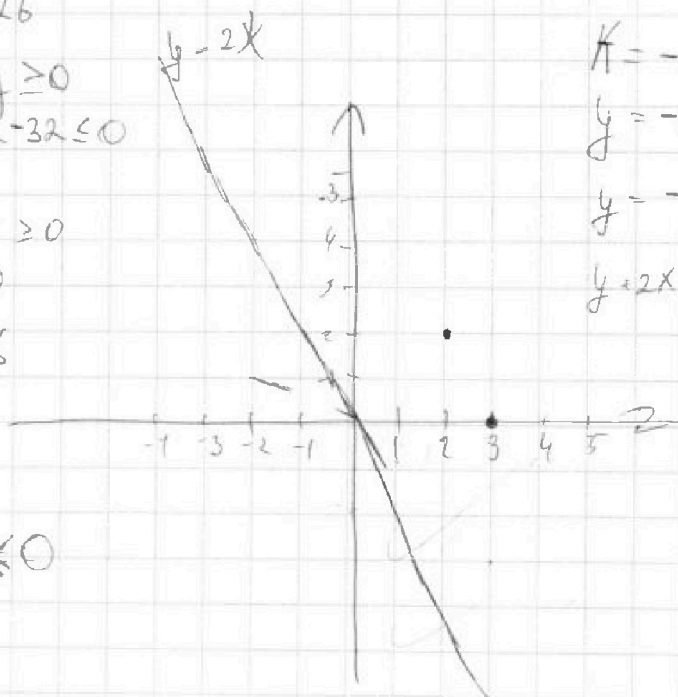
$$K = -2 \quad y = 2x - 16$$

$$y = -2x$$

$$y = -2x + 16$$

$$y + 2x - 16 \leq 0$$

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq 26 \\ 2x + y \geq 0 \\ y + 2x - 32 \leq 0 \\ y - 2x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 26 \end{cases}$$



$$y - 2x \leq 0$$

$$-2x - y > 0$$

$$2x + y \geq 0$$

$$-2x + y \leq 0$$

$$2x - y \leq 0$$

$$\boxed{2x - y \geq 0}$$



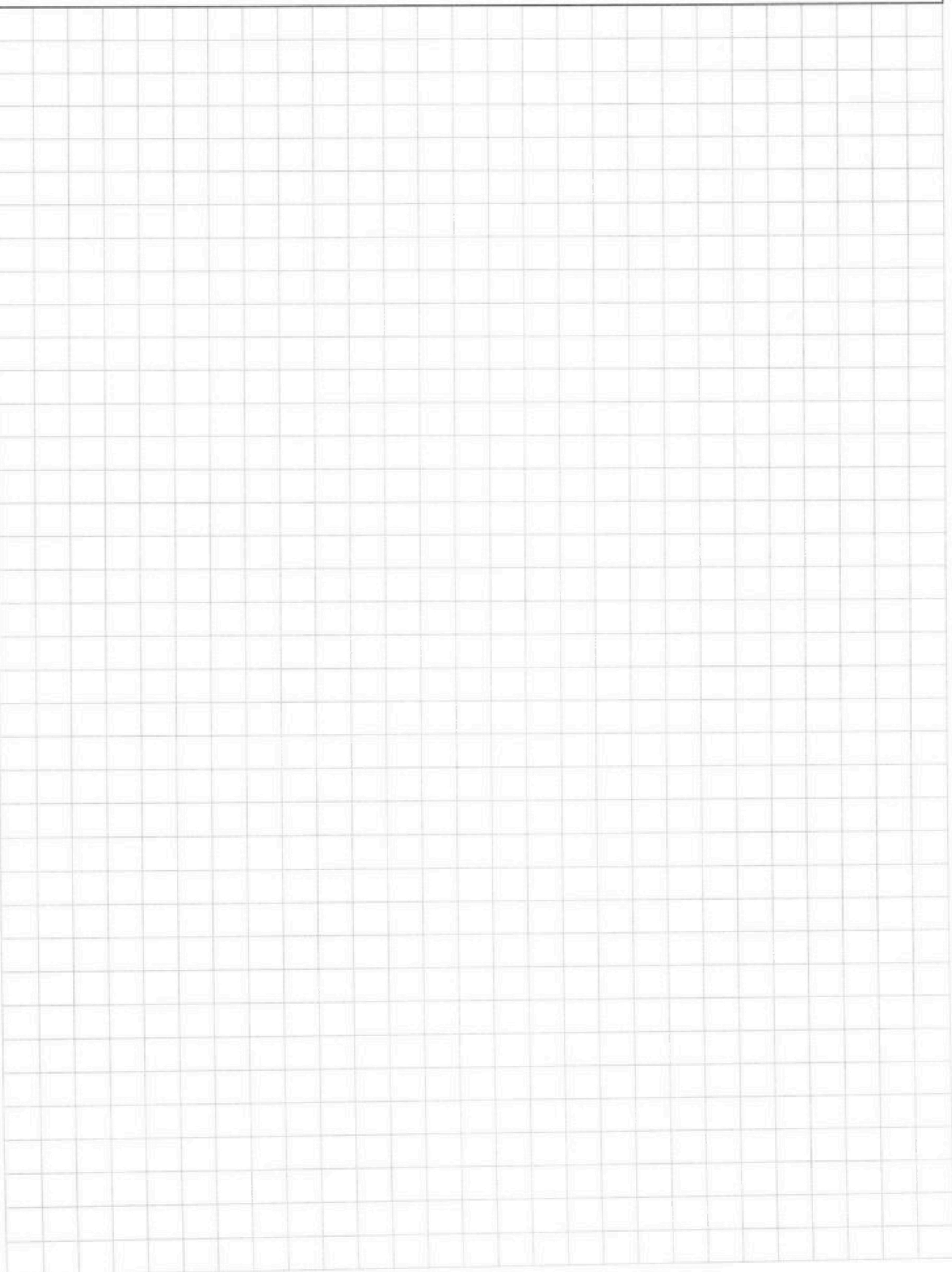
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{-338 \pm 2458}{2 \cdot 289} = \left[\frac{-338 + 2458}{2 \cdot 289} = \frac{-169 + 456}{289} = 1 \right]$$

$$\frac{456}{34} = 126$$

$$\frac{34}{456} = 169$$

$$\frac{24}{48} = 576$$

$$\sqrt{3 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} - \frac{6}{9} + 2} = \sqrt{3 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} + \frac{3}{9}}$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

$$\frac{26}{52} = 646$$

$$\frac{6}{676} = 49$$

$$\frac{12}{24} = 12$$

$$\frac{546}{238} = 338$$

$$\frac{28}{14} = 196$$

$$\frac{14}{98} = 258$$

$$\frac{1248}{12} = 14$$

$$\frac{16}{69} = 1004$$

$$\frac{169}{169} = 1521$$

$$\frac{289}{624} = 2023$$

$$\frac{458}{458} = 3684$$

$$12 - 104$$

$$\frac{1146}{14} = 544$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$D = 36 - 4 \cdot 3^2 = 36 - 36 = 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} + 3x^2 + 3x + 1 = 1 - 18x + 61x^2$$

$$6x^2 - 3x + 3 - 1 + 18x - 81x^2 = 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)}$$

$$-45x^2 + 15x + 2 = 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + 9x = 1 + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-45x^2$$

$$\textcircled{2} = 36 - 83 = 12$$

$$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3} = \left[\begin{array}{l} \frac{3 + \sqrt{3}}{3} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{3 - \sqrt{3}}{3} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \end{array} \right]$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 2\sqrt{3x^2 - 6x}$$

$$(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1) =$$

$$= 9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2 = 9x^4 - 9x^3 + 9x^2 - 18x + 2$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 2\sqrt{9x^4 - 9x^3 + 9x^2 - 18x + 2} + 3x^2 + 3x + 1 = 1 - 18x + 81x^2$$

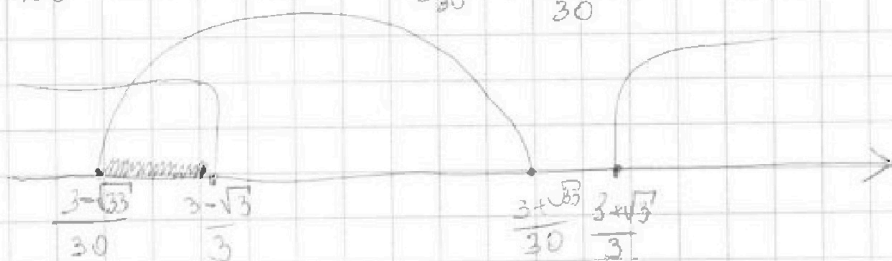
$$6x^2 - 3x + 3 - 1 + 18x - 81x^2 = 2\sqrt{9x^4 - 9x^3 - 9x^2 - 18x + 2}$$

$$-45x^2 + 15x + 2 = 2\sqrt{9x^4 - 9x^3 - 9x^2 - 18x + 2}$$

$$\textcircled{2} = 225 + 8 \cdot 75 = 825 = 25 \cdot 33$$

$$x = \frac{-15 \pm 5\sqrt{33}}{-150} = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{-30} = \left[\begin{array}{l} \frac{-3 - \sqrt{33}}{-30} = \frac{3 + \sqrt{33}}{30} \\ \frac{-3 + \sqrt{33}}{-30} = \frac{3 - \sqrt{33}}{30} \end{array} \right]$$

$$\begin{array}{r} 825 \overline{) 25} \\ 45 \overline{) 103} \\ 145 \overline{) 145} \\ 45 \end{array}$$



$$-45x^2 + 15x + 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

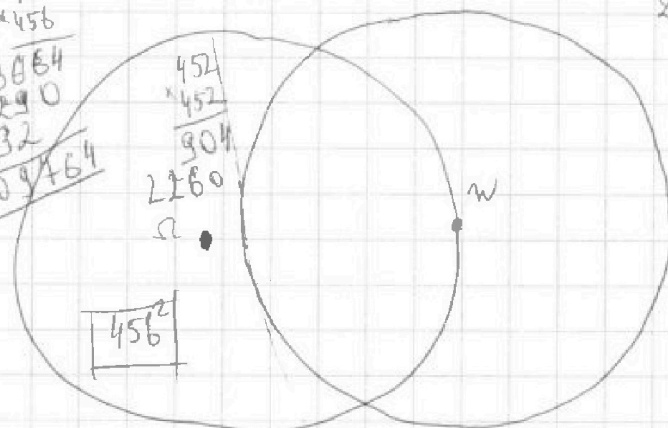
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 458 \\ \times 456 \\ \hline 3064 \\ 2290 \\ 1832 \\ \hline 209464 \end{array}$$

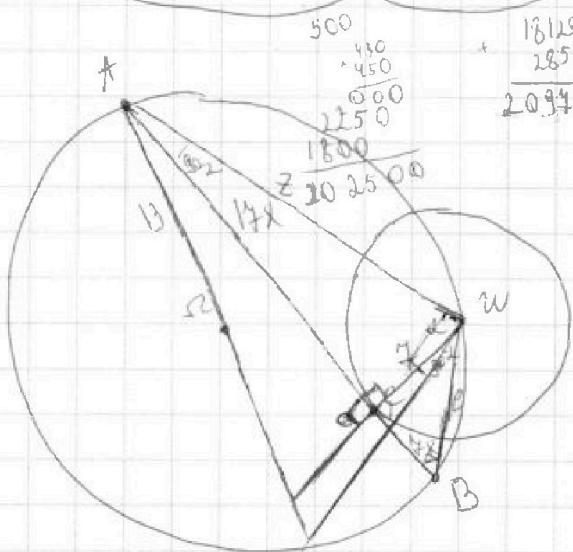


$$\textcircled{2} = 336 \cdot 338 + 4 \cdot 289 \cdot 624$$

$$4(169 \cdot 169 + 289 \cdot 624) = 4 \cdot 458^2$$

$$\begin{array}{r} 338 \overline{) 1169} \\ \underline{2} \\ 13 \\ \underline{12} \\ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 163 \\ \sqrt{169} \\ \hline 1521 \\ 1014 \\ \hline 1619 \\ 180661 \\ 28561 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 181203 \\ \times 1254 \\ \hline 209464 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 13 \\ \hline 1254 \\ \hline 181203 \end{array}$$

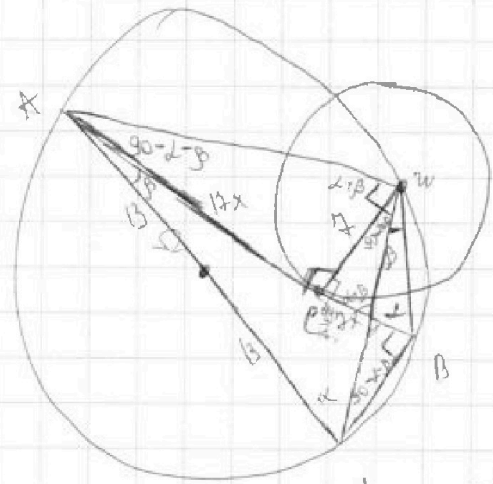
$$z^2 + e^2 = 546x^2 \quad x^2 =$$

$$z^2 + e^2 = 98 + 338x^2$$

$$z^2 + e^2 = 546x^2$$

$$546x^2 - 338x^2 = 98$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \sqrt{24} \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 546 \\ 289 \\ 49 \\ \hline 338 \\ 6 \\ \hline 546 \\ -338 \\ \hline 238 \end{array}$$



$$\frac{4}{14x} = \frac{z}{4}$$

$$\frac{19}{17x}$$

$$4x = \frac{19}{14x} + e$$

$$4x - \frac{19}{14x} = e$$

$$4 \cdot 14x^2 - 19$$

$$= e = \frac{4(14x^2 - 4)}{14x}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \sqrt{26} \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 646 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \sqrt{14} \\ \hline 98 \\ 14 \\ \hline 238 \\ 546 \\ -238 \\ \hline 338 \\ 6 \\ \hline 646 \\ -49 \\ \hline 624 \end{array}$$

$$546x^2 + 289x^4 - 14 \cdot 14x^2 + 19 = \frac{4}{z} = \frac{45x \cdot 17x}{14x} \cdot \frac{17x}{2(14x^2 - 4)}$$

$$= 646$$

$$z = 14x^2 - 4$$

$$289x^4 + 338x^2 - 624 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(-45x^2 + 15x + 2)^2$$

$$(45x^2 - 15x - 2)^2 = (-45x^2 + 15x + 2)(-45x^2 + 15x + 2)$$

$$= 45 \cdot 45x^4 - 45 \cdot 15x^3 - 75 \cdot 2x^2 - 45x^2 \cdot 15x + 225x^2 + 30x - 150x^2 + 30x + 4 =$$

$$= 5625x^4 - 2250x^3 - 300x^2 + 225x^2 + 60x + 4 =$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 125 \\ \hline 345 \\ 5625 \\ \hline 5625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 15 \\ \hline 345 \\ 45 \\ \hline 1125 \end{array}$$

$$= 5625x^4 - 2250x^3 - 300x^2 + 225x^2 + 60x + 4$$

$$-9x + 1 = b$$

$$\sqrt{t^2 + b} = t + b$$

$$5625x^4 - 2250x^3 - 45x^2 + 60x + 4 = 36x^4 - 36x^3 + 36x^2 - 42x + 8$$

$$t^2 + b = t^2 + 2bt + b^2$$

$$3x^2 - 6x = -1$$

$$b^2 + 2bt + b^2 = 0$$

$$3x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$b(b + 2t + 1) = 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 = t$$

$$D = 36 - 12 = 24$$

$$b = 0$$

$$9x - 1 = b$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$t = \sqrt{3x^2 - 6x + 2}$$

$$\sqrt{t^2} - \sqrt{b + t^2} = -b$$

$$t^2 = 3x^2 - 6x + 2$$

$$t - 2\sqrt{(b + t)t} + b + t = b^2$$

$$t^2 + 9x = 3x^2 + 3x + 2$$

$$2t + b - b^2 = 2\sqrt{(b + t)t}$$

$$t^2 + 9x - 1 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$t = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$t^2 = 3x^2 + 3x + 1 - 9x + 1$$

$$t^2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$\sqrt{t^2 + (-9x + 1)} + t = -9x + 1$$

$$t^2 - 9x + 1 = 3x^2 - 6x + 2$$

$$\sqrt{t^2 - 9x + 1} = \sqrt{3x^2 - 6x + 2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a}{b} \text{ несократима}$$

$$\frac{a}{b} \text{ - несократима}$$

$$\frac{a+b}{a^2+4ab+b^2} = \frac{a+b}{a^2+2ab+b^2-2ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-2ab}$$

$$\frac{b}{a} \text{ несократима}$$

$$\frac{2ab}{a+b} = [m]$$

$$m = a+b$$

или

$$\frac{2ab}{a+b} = x$$

$$\frac{2ab}{a+b} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{a+b}{2ab} = \frac{1}{x}$$

$$a+b = \frac{2ab}{x} - \text{целое}$$

$$\frac{1}{2b} + \frac{1}{2a} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{2ab}{a+b}$$

$$\frac{2ab}{x} = [a+b]$$

не может иметь

$$\frac{2ab}{a+b} = \frac{2a}{a+b} + \frac{2b}{a+b}$$

$$\frac{4 \cdot 5 \cdot 4}{5+4}$$

$$\frac{a}{b} \text{ - несократима}$$

$$2ab = x(a+b)$$

$$2ab = xa + xb$$

$$\frac{ab}{a+b} \leftarrow \text{не может делиться}$$

$$xa - 2ab + xb = 0$$

$$xa - 4ab - 5ab + 5b = 0$$

$$a(x-4b) + b(5x-5a)$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right) = \frac{a+b}{ab}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{4+5}{4 \cdot 5}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{3 \cdot 2}{3+2}$$

$$\frac{4 \cdot 3}{3+4}$$

$$\frac{ab}{a+b}$$

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



abc

$$b = 2^5 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot 7^7 \cdot 2^{15} \cdot 4''}{2^5} = 2'' \cdot 7^{18}$$

$$\frac{ab}{2^{15} \cdot 7^{11}} = X$$

$a > 0$
 $b > 0$
 $c > 0$

$$\frac{bc}{2^{17} \cdot 7^{18}} = Y$$

$$\frac{ac}{2^{23} \cdot 7^{39}} = Z$$

$$C = \frac{2^{23} \cdot 7^{39}}{2'' \cdot 7^{18}} = 2^{12} \cdot 7^{18}$$

$$a + c \geq 39$$

$$a + c + 2b \geq 29$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$b + c \geq 18 \quad ab$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$a + b \geq 11 \quad 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$2(a + b + c) \geq 68$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot X$$

$$\frac{ac}{2^{23} \cdot 7^{39}} = 1$$

$$\frac{b}{a} = \frac{2^{17} \cdot 7^{18}}{2^{23} \cdot 7^{39}} = \frac{1}{2^6 \cdot 7^{18}}$$

$$b \geq -5$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$a + c \geq 23$$

$$b + c \geq 17$$

$$a + b \geq 15$$

$$b \geq 0 \quad ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$2a + 2b + 2c \geq 55$$

$$2(a + b + c) \geq 55$$

$$a + b + c \geq \frac{55}{2} = 27,5$$

$$2^6 \cdot 7^{18} \cdot b = a \cdot b$$

$$\frac{ab}{2^{15} \cdot 7^{11}} = ab$$

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{2^6 \cdot 7^{18}}$$

$$b \cdot 2^6 \cdot 7^{18} = a$$

$$a + b + c \geq 27,5$$

$$\frac{2^6 \cdot 7^{18} \cdot b^2}{2^{15} \cdot 7^{11}} = 1$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot X$$

$$a + b + c = 28$$

$$b^2 = \frac{2^{15} \cdot 7^{11}}{2^6 \cdot 7^{18}}$$

$$\frac{b \cdot 2^6 \cdot 7^{18}}{2^{15} \cdot 7^{11} \cdot X} = \frac{a}{ab}$$

$$b^2 = \frac{2^{15} \cdot 7^{11} \cdot X}{2^6 \cdot 7^{18}} = \frac{2^9 \cdot X}{7^7}$$

$$X = 2 \cdot 7^7$$

$$b^2 = 2^{10}$$

$$b = 2^5$$

$$abc = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot 2^5 = 2^{28} \cdot 7^{39}$$