



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Заметим, что даны $ab:2^{14}$, $bc:2^{17}$, $ac:2^{20}$, то
 $a^2b^2c^2 = ab \cdot ac \cdot bc : 2^{14+17+20} \Rightarrow a^2b^2c^2 : 2^{51} \Rightarrow$ т.к. $a^2b^2c^2$ -
полный квадрат, то $a^2b^2c^2 : 2^{52} \Rightarrow abc : 2^{26}$. Также,
т.к. $ab:2^{14}$, $bc:2^{17}$ и $ac:2^{20}$, то $abc:2^{37}$. Итак,
 $abc : 2^{26} \cdot 2^{37} \Rightarrow \underline{abc \geq 2^{26} \cdot 2^{37}}$. Пример на a, b, c
 $a = 2^9 \cdot 2^{17}$, $b = 2^6$, $c = 2^{11} \cdot 2^{20}$, тогда $ab:2^{14} \cdot 2^{10}$,
 $bc:2^{17} \cdot 2^{17}$, $ac:2^{20} \cdot 2^{37}$, тогда $abc = 2^{26} \cdot 2^{37}$.
Ответ: $\min(abc) = 2^{26} \cdot 2^{37}$

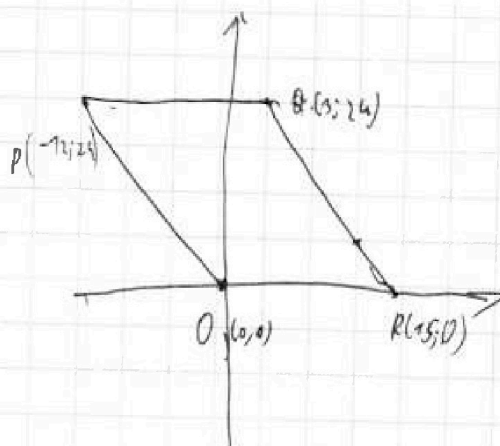
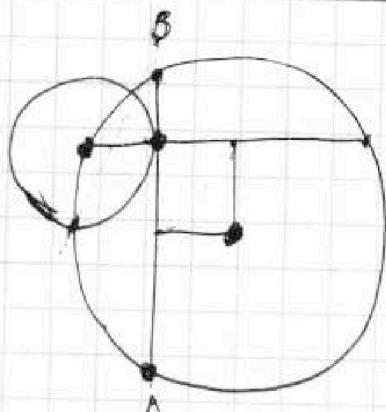


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y_1 = -2x_1$$

$$y_2 = -2x_2 + 15$$

$$y_3 = 0$$

$$y_4 = 24$$

$$-2x_1$$

$$y_1 + 2x_1 \geq 0$$

$$y_2 + 2x_2 \leq 15$$

$$y \geq 0$$

$$y \leq 24$$

$$2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 12$$

$$y = 24, x = -4$$

$$2x_1 + y_1 - (2x_2 + y_2) = 12$$

$$15$$

$$3$$

$$2x + y = 3$$

$$14$$

$$2$$

$$2x + y = 15$$

$$13$$

$$1$$

$$0 \leq y \leq 24$$

$$12$$

$$0$$

при $x = -4, y = 24$

$$1 \dots 23 \rightarrow 12$$

$$12 \cdot 12 \quad 13$$

при $x = -4, y = 24$

$$a = 2^{2.777}$$

$$b = 2^{6.1}$$

$$c = 2^{11.720}$$

$$a < v$$

$$b < v$$

$$a < b < v$$

$$2^{16}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

По условию a и b взаимно просты.

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{(a+b)}{(a+b)^2-8ab}. \text{ Разложим на множители}$$

m из условия. При этом $(a+b):m$ и $((a+b)^2-8ab):m$

$\Rightarrow m \mid (a+b):m$, то $8ab:m$. Пусть $\text{НОД}(ab, a+b)=d$,

где $d>1$, тогда либо a делится на какой-то делитель d , назовем его q , то $ab:q$, $a:q$, и $a+b:d \Rightarrow$

$$a+b:q \Rightarrow b:q \Rightarrow a:q \text{ и } b:q \Rightarrow q=1. \text{ Аналогично,}$$

либо b делится на какой-то делитель d , назовем его p ,

то $p=1 \Rightarrow$ не делится, то $d=1$. Итак, $\text{НОД}(a+b; ab)=1$

$$\Rightarrow \text{НОД}(a+b; 8ab) \leq 8 \Rightarrow \text{максимальное}$$

значение $m \leq \text{НОД}(a+b; 8ab) \leq 8$. Приведем пример

$$\text{на } m=8: \text{ возьмем } a=1, b=7, \text{ тогда } \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \\ = \frac{7+1}{1-42+49} = \frac{8}{8} \Rightarrow \text{можно сократить на } 8$$

$$\text{Problem: } \text{max}(m) = 8$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3
Условие можно переформулировать так-глубинно:

Из точки O на окружности Ω на хорду AB опущен перпендикуляр OC , $OC=1$, причем

$AC:CB=7:1$. Окружность из центральной перпендикулярной точки O_2 продолжения OC . Пусть $CB=x$, тогда $AC_2=x$, $CC_2=6x$ и $OO_2=6x$, тогда $S_{AO_2OB} = 1 \cdot \frac{O_2O+AB}{2} = 7x$ (как видно из рисунка)

с другой стороны $S_{AO_2OB} = S_{AO_2O} + S_{AO_2B} =$

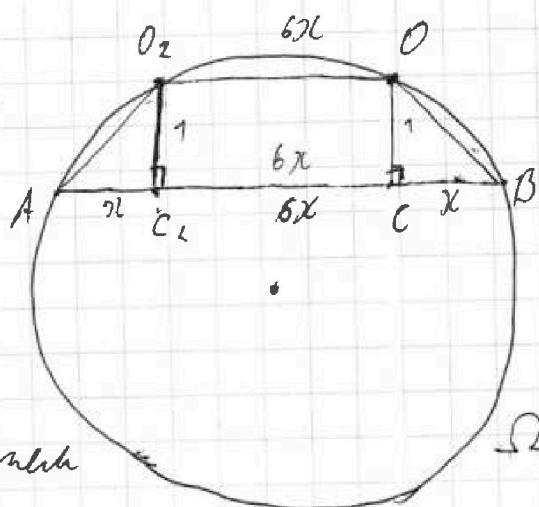
$$= \frac{AO \cdot O_2O \cdot AO}{4R} + \frac{AO \cdot OB \cdot AB}{4R} = \frac{AO \cdot AO_2}{20} (O_2O + AB) =$$

$$= \frac{\sqrt{49x^2+1} \cdot \sqrt{x^2+1}}{20} \cdot 14x = 7x \Rightarrow$$

$$\sqrt{49x^2+1} \cdot \sqrt{x^2+1} = 10 \Rightarrow (49x^2+1)(x^2+1) = 100 \Rightarrow$$

$$[x=1] \Rightarrow [AB=8x=8]$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

Пусть $2x^2 + 2x + 1 = y$, тогда условие примет вид:
 $\sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y} = 2-7x$.

Дадиме формулы ОДЗ: $(2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \Rightarrow (2x-3)(x-1) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$
 $2x^2 + 2x + 1 > 0$, т.к. $D = 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 < 0$,
т.е. $x \in (-\infty; +\infty)$.

Так как $\sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y} = 2-7x$, значит, $\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y}$,
(который > 0 , т.к. $\sqrt{y} > 0$): $2-7x = (2-7x)(\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y})$

значит, либо $2-7x = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$ - вносим в ОДЗ ✓

либо $\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y} = 1$. Разберем 2 случая;

Вносим: $\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y} = 1$

$$\sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y} = 2-7x \Rightarrow 2\sqrt{y} = 7x-1 \Rightarrow$$

$$4y = 49x^2 - 14x + 1, \text{ т.е. } 8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1, \text{ т.е.}$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82} = \frac{22 \pm \sqrt{484 + 492}}{82}$$

$$= \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}. \text{ Заметим, что } 2\sqrt{61} < 2 \cdot 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41} < \frac{11 + 2 \cdot 8}{41} \leq 1 \Rightarrow \text{оба этих корня входят}$$

в ОДЗ. Итак, найдем корни $\frac{2}{7}$, $\frac{11+2\sqrt{61}}{41}$ и $\frac{11-2\sqrt{61}}{41}$

Ответ: $\frac{2}{7}$; $\frac{11+2\sqrt{61}}{41}$; $\frac{11-2\sqrt{61}}{41}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

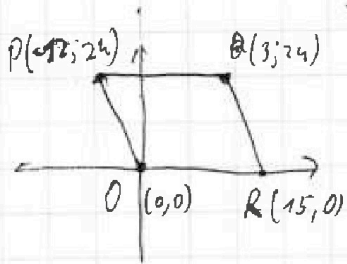
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 5



Нам параллелограмм заданной
вершиной из 4 независимых
(и притом, которые его вершины);

$$OP: y+2x \geq 0, PQ: y \leq 24; QR: y+2x \leq 30; OR: y \geq 0$$

Итак: $\begin{cases} 0 \leq y+2x \leq 30 \\ 0 \leq y \leq 24 \end{cases}$ - это верно для любой точки в параллелограмме

параллелограмме OPQR. Рассмотрим точку A и B:

$$(2x_2+y_2) - (2x_1+y_1) = 12 \Rightarrow \text{т.к. } 0 \leq y_i+2x_i \leq 30, \text{ то}$$

$$\text{выходим на все пары: } 30-16; 29-17 \dots 13-1; 12-0.$$

Рассмотрим пары, где $(2x_2+y_2)$ и $(2x_1+y_1)$ - целые, тогда

т.к. $0 \leq y_1, y_2 \leq 24$ и т.к. линейные уравнения

$2x+y=k$ (k целое) в целых числах возможно только

при нечетных y_1 и y_2 , то y_1 и y_2 могут принимать

только нечетные значения от 0 до 24 - все 13 $\Rightarrow$

в при определенных условиях k_1 и k_2 система

$$\begin{cases} 2x_1+y_1=k_1 \\ 2x_2+y_2=k_2 \end{cases} \text{ имеет } 13 \cdot 13 = 169 \text{ решений.}$$

Аналогично для нечетной пары: линейные уравнения

$2x+y=k$, где k нечетное возможно при нечетных y от

$$0 \text{ до } 24, \text{ только } 12 \Rightarrow \text{система } \begin{cases} 2x_1+y_1=k_1 \\ 2x_2+y_2=k_2 \end{cases} (k_1 \text{ и } k_2 \text{ нечетные})$$

$$\text{имеет } 12 \cdot 12 \text{ решений} = 144 \text{ решений}$$

проверим задачу 5 на в. справедливо



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Итак мы получили, что пара $(2x_2 + y_2) - (2x_1 + y_1) = 72$
илим друг $(30; 18), (29; 77) \dots (12; 0)$ т.к. $0 \leq 2x_1 + y_1 \leq 30$,
т.к. пара, где $2x_2 + y_2$ и $2x_1 + y_1$ имеют сумму 169
плиток, а пара где $2x_2 + y_2$ и $2x_1 + y_1$ - имеют сумму
144 плитки, это значит, что если у нас
пара с суммой $(2x_1 + y_1 + 2x_2 + y_2)$ было 10, а пара с
суммой $2x_1 + y_1$ и $2x_2 + y_2$ было 9, то было
плиток $= 169 \cdot 10 + 144 \cdot 9 = 1690 + 1440 - 144 = 2986$,
т.к. плитки в каждой группе парок не пересекаются и
во всех парках плитка различна.

Ответ: 2986 пар

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 6:

$$\begin{cases} ax - y + 106 = 0 \\ ((x+6)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 9) \leq 0 \end{cases}$$

из второго уравнения

следует, что точка с коорд. x, y

лежит либо внутри окружности с центром $(0; 0)$ и

радиусом 2, либо внутри окружности с центром $(-6; 0)$

и радиусом 1 (включая границы). Первое из уравнений

задает прямую $y = ax + 106$. Заметим, что если

эта прямая пересекает хотя одну окружность, то

равенство выполняется тогда $\Rightarrow y = ax + 106$ не пересекает

окружности. 2 решения возможны только в

том случае, если прямая касается обеих окружностей.

Это означает, что надо найти углы наклона

a - углы наклона и общих касательных к

окружностям. Задача сводится к нахождению

касательных к окружностям:

пусть l_1 и l_2 параллельны, тогда

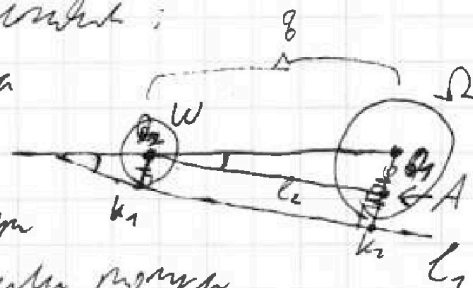
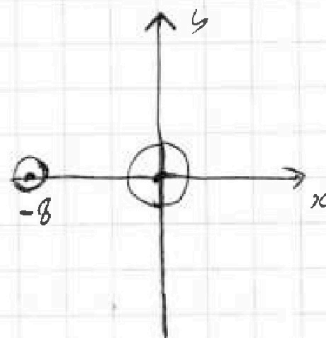
они пересекут окружность

Ω в точке A , тогда если точка

касания W и Ω это k_1 и k_2 , то $O_1 k_1 k_2 A$ - паралле-

лог $\Rightarrow k_1 O_1 = A k_2 = 1 \Rightarrow A O_1 = 1 \Rightarrow \angle O_1 O_2 A = \arcsin\left(\frac{A O_1}{O_1 O_2}\right) =$

$$= \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow \text{tg} \angle O_1 O_2 A = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$





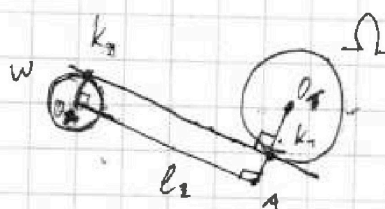
На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!

Итак, если $a = \frac{1}{\sqrt{63}}$, то образ касательной прямой к Ω и W касательна к "вершине" (т.к. a - это тангенс угла наклона), и т.к. O_1 и O_2 лежат на оси Ox , то при $a = -\frac{1}{\sqrt{63}}$ прямая $y = ax + 106$ касательна к "низу" при соответствующем b . Искомые значения безразлично касательны:



Искомую касательную касательную к Ω и W в K_1 и K_2 соответственно, проведем через O_2 прямую l_2 параллельно

касательной касательной, тогда если l_2 пересекет продолжение O_1K_1 в точке A , то т.к. $O_2K_1K_1A$ - прямоугольник,

то $\angle K_1K_2O_2 = 90^\circ = \angle O_2AO_1$ и $O_2K_2 = 1 = AK_1 \Rightarrow O_1A = 3$ и $O_1O_2 = 8 \Rightarrow$

$\angle O_1O_2A = \arcsin\left(\frac{O_1A}{O_1O_2}\right) = \arcsin\left(\frac{3}{8}\right) = \arctg\left(\frac{3}{\sqrt{55}}\right) \Rightarrow$

при $a = \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$ при соответствующем b (т.к. O_1 и O_2 лежат на Ox) прямая $ax + 106 = y$ является

общей внутренней касательной к W и Ω . Итак мы также и параллельна u , при которой $y = ax + 106$

касательна к Ω и W касательна $\Rightarrow$ т.к. $+106$ - это значение

прямой вверх-вниз, то для каждого из a можно подобрать соответствующее $b \Rightarrow$ всего 4 значения

$\pm \frac{3}{\sqrt{55}}$ и $\pm \frac{1}{\sqrt{63}}$. Ответ: $\pm \frac{3}{\sqrt{55}}$ и $\pm \frac{1}{\sqrt{63}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab: 2^{10} \cdot 7^{10}$ $bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$ $ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$ тогда

$14 + 17 + 20 = 51$
 $10 + 17 + 37 = 64$

$a^2 b^2 c^2: 2^{51} \cdot 7^{64}$

$\min ab = 2^{10} \cdot 7^{10}$

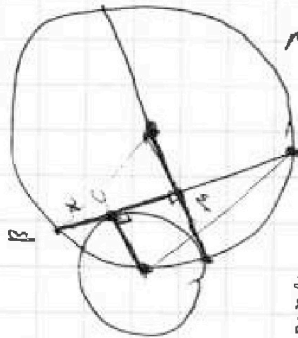
$a^2 b^2 c^2: 2^{51} \cdot 7^{64}$

$\min bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$

$\min ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$

$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$

$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$



$\frac{c}{a} = \frac{2^3}{7^2}, \frac{a}{b} =$

тогда $2^{20} \cdot 7^{37}$

$bc = 2^{20} \cdot 7^{32}$

$ab: 2^{15} \cdot 7^{12}$

$bc: 2^{17} \cdot 7^{20}$

$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$

$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$

$((a+b)^2, 8ab) = ?$

7, 1

$\frac{7+1}{7^2 - 6 \cdot 7 + 1} = \frac{8}{8} = 8$

$\frac{5 \pm \sqrt{15-24}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = 4, 1$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$

$2x^2 - 5x$ $2x^2 + 2x$

$\sqrt{y - 7x + 1} - \sqrt{y} = 2 - 7x$

$x=0$, тогда $2 - 7x = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$

$\sqrt{y+a} - \sqrt{y} = a$

$\sqrt{y+a} = \sqrt{y} + a$

$a = a(\sqrt{y+a} + \sqrt{y})$

$\sqrt{y+a} \leq \sqrt{a} + \sqrt{y}$

$\sqrt{y+a} + \sqrt{y} = 1$

$\sqrt{y+a} + \sqrt{y} = 1$

$\sqrt{y+a} - \sqrt{y} = a$

$2\sqrt{y+a} = a+1$

$\begin{array}{r} 2566 \\ + 144 \\ \hline 3130 \\ + 44 \\ \hline 3174 \\ + 169 \\ \hline 3343 \end{array}$

$\begin{array}{r} 1690 \\ + 1440 \\ \hline 3130 \\ + 144 \\ \hline 3274 \\ + 2986 \\ \hline 6500 \end{array}$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$

$2 - 7x = 2 - 7x(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$

$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 3 - 7x$

$8x^2 - 20x + 12 = 49x^2 - 42x + 9$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$121 \cdot 4 = 484$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$976 = 4 \cdot (9 \cdot 25 + 19) = 4 \cdot (244) = 4 \cdot 4 \cdot (61)$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1 \quad \sin \frac{1}{8} < \frac{1}{\sqrt{63}} \quad \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82} < 4 \cdot \sqrt{61} < 4 \cdot 8$$

$$6x^2 + 6x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$164 \cdot 3 = 492$$

$$41x^2 - 22x + 3 = 0$$

$$\frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} < 1$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 4 \cdot 41 \cdot 3}}{82}$$

$$\frac{22 \pm \sqrt{484 + 492}}{82} = \frac{22 \pm 30}{82}$$

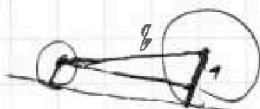
$$\frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} < 1$$

$$y \geq -2x$$

$$y + 2x \geq 0$$

$$y = -2x + 6$$

$$y = -30 + 6 \quad 6 = 30$$



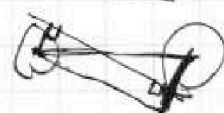
$$\sin \frac{1}{8}$$

$$30 - 18$$

$$29 - 17$$

$$12 - 0$$

$$19$$



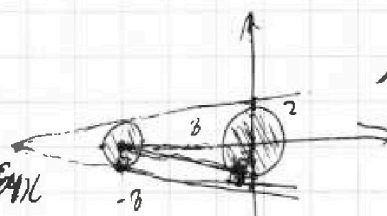
$$\frac{3}{8} \left(\frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{3}{8} \right)^2} \right) \quad \frac{7x^2 + 1}{2} = \frac{1}{y}$$

$$\frac{x^2 - 4}{(x - 8)^2 - 1} = 4$$

$$x^2 - 4 = 4x^2 + 256 - 4 - 64x$$

$$3x^2 + 256 - 64x$$

$$x = 64 \pm \sqrt{\dots}$$



$$x(x + 8) = x^2 - 1$$

$$x^2 + 8x = x^2 - 1$$

$$x =$$

$$x(x + 8) = x^2 - 1$$

$$10$$

$$y = 9x + 106$$

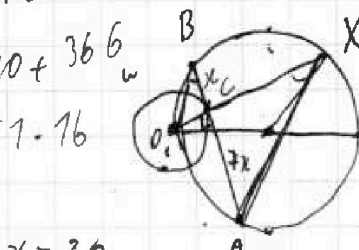
$$\frac{CX}{AC} = \frac{CB}{BC} =$$

$$\frac{21}{7x} = \frac{1}{1} = \frac{\sqrt{1 + x^2}}{\sqrt{1 + x^2}}$$

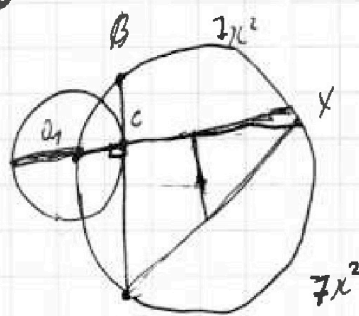
$$\frac{y}{x} = \frac{7x}{1} = \frac{\sqrt{49x^2 + 49x^2}}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\frac{7x\sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$y = 9x + 106$$



$$AC:CB = 1:7$$





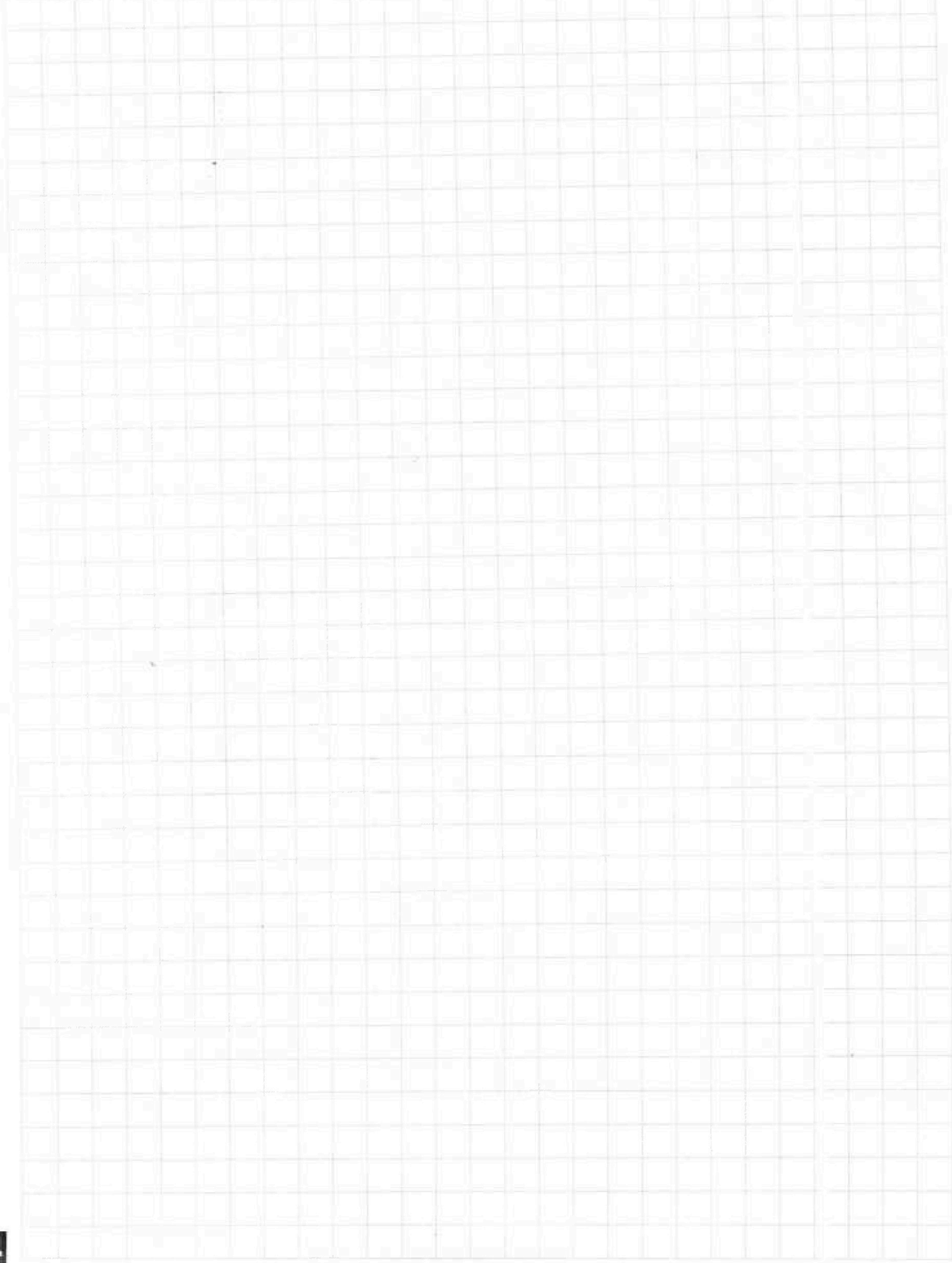
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

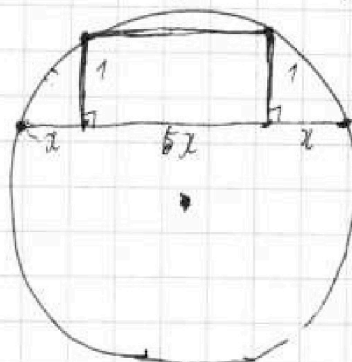
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

