



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐



№1 $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases}$$

1) Если b (например в числе bc)
есть мн-тель не равный 2 или 7,
то для поиска минимального
 abc , мы возьмем a равное
числу "а" делённому на этот "миним"
мн-тель; произведение abc уменьшится, а
кратность ~~каждой~~ парных произведений не
на 2 и 7 не изменится.
Потом выразим a, b и c :

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\beta_1}; b = 2^{\alpha_2} \cdot 7^{\beta_2}; c = 2^{\alpha_3} \cdot 7^{\beta_3}$$

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \in \mathbb{Z}; \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \geq 0$$

$$\begin{cases} ab = (2^{\alpha_1+\alpha_2} \cdot 7^{\beta_1+\beta_2}) : 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc = (2^{\alpha_2+\alpha_3} \cdot 7^{\beta_2+\beta_3}) : 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac = (2^{\alpha_1+\alpha_3} \cdot 7^{\beta_1+\beta_3}) : 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases} \quad \text{! ГИ-КО}$$

$$2) \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 15 \\ \alpha_2 + \alpha_3 \geq 17 \\ \alpha_1 + \alpha_3 \geq 23 \end{cases} \quad \begin{matrix} 2(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \geq 55, \text{ м.к. } \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{Z}, \text{ то} \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 28. \text{ Для минималь-} \end{matrix}$$

ности $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 28$. Пример: $\alpha_1 = 11; \alpha_2 = 4; \alpha_3 = 13$
 $\alpha_1 + \alpha_2 = 15 \geq 15; \alpha_2 + \alpha_3 = 17 \geq 17; \alpha_1 + \alpha_3 = 24 \geq 23$

$$3) \begin{cases} \beta_1 + \beta_2 \geq 11 \\ \beta_2 + \beta_3 \geq 18 \\ \beta_1 + \beta_3 \geq 39 \end{cases} \quad \begin{matrix} 2(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \geq 68; \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 34. - \text{а} \\ \text{это условие уже выполняется} \\ \text{при } \beta_1 + \beta_3 = 39. \text{ Пример:} \end{matrix}$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = \beta_1 + \beta_3 = 39; \beta_1 = 15; \beta_2 = 0; \beta_3 = 24$$

$$abc = 2^{\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3} \cdot 7^{\beta_1+\beta_2+\beta_3} = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 1) $\frac{a}{b}$ - несократима. Найдем макс. m на которую можно сократить $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$, $m > 1$
Если дробь можно сократить на $m \in \mathbb{N}$, то
 $(a+b) : m$ и $(a^2-7ab+b^2) : m$. Тогда по усл.
и из выражения $(a+b) : m \Rightarrow a : m; b : m$
Если у a есть общий множитель p с числом m , то
 $(a+b) : m$, то и $b : p$, что невозможно, т.к. $\frac{a}{b}$ не-
сократима. С-но $\text{НОД}(a; m) = 1$; $\text{НОД}(a+b; m) = 1$
(аналогично с b).

2) $(a+b) : m$. Рассмотрим $a^2-7ab+b^2 =$
 $= \underbrace{(a+b)^2}_{:m} - \underbrace{9ab}_{:m} : m$, с-но $9ab$ должно быть
кратно m . а т.к. $\text{НОД}(a; m) = \text{НОД}(b; m) = 1$, то
 $9 : m$. С-но максимальное $m = 9$
Пример $\frac{4}{5}$ - несокр; $\frac{4+5}{16+25-7 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{9}{41-140} =$
 $= -\frac{9}{99} = -\frac{1}{11}$
 $:9$

Ответ: 9

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

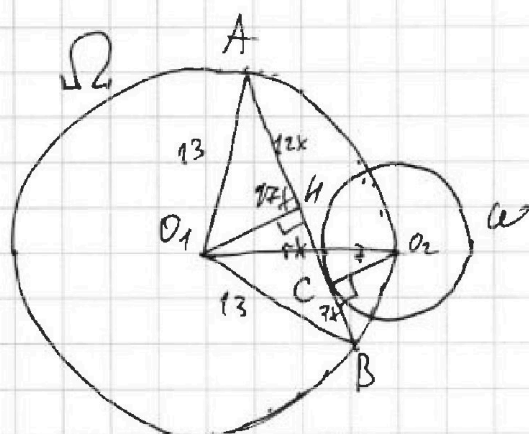
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\Omega(O_1; 13)$; $\omega(O_2; 7)$
 $O_2 \in \Omega$

AB — хорда Ω и касательная к ω в т. C.

AC = 17x; BC = 7x

Найти:

AB

Решение:

1) Проверим $O_1H \perp AB$. И в AB. По св. оу высоты, проверим —

кой к радиусу $AO_1 = BO_1 = 13$. И $AC = 17x$; $BC = 7x$

Проверим $O_1O_2 = 13$

$$169 = 144x^2 + 0,4x^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$$

Замена: $\sqrt{3x^2-6x+2} = a$; $\sqrt{3x^2+3x+1} = b$; $a, b \geq 0$

Заметим, что $a^2 - b^2 = 3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 =$
 $= 1 - 9x = a - b$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) = a-b \Rightarrow \begin{cases} a-b=0 \\ a+b=1 \end{cases}$$

1) При $a-b=0$: ~~$a=b$~~

$a-b = 1-9x=0$; $x = \frac{1}{9}$. Проверка:

$$\sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2} - \sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} + 3 \cdot \frac{1}{9} + 1} = \sqrt{\frac{1}{27} - \frac{2}{3} + 2} - \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{1}{3} + 1} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{4}{3}} - \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{4}{3}} = 0, \text{ Сл-но } x = \frac{1}{9} - \text{корень}$$

2) $a+b=1$ для замены

$$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1 \geq 0$$

$$3x^2-6x+2+3x^2+3x+1+2\sqrt{(3x^2+3x+1)(3x^2-6x+2)} = 1$$

$$6x^2-3x+3+2\sqrt{(3x^2+3x+1)(3x^2-6x+2)} = 1$$

Рассмотрим

$$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1$$

Рассмотрим $\sqrt{3x^2+3x+1}$.
 Найдем минимум подкорневого
 выражения $3x^2+3x+1$. параболы
 ветви вверх; минимум в вершине

$x_B = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

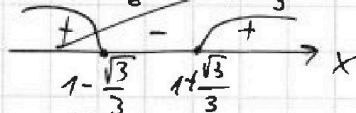
$$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1$$

ОДЗ:

$$3x^2-6x+2 \geq 0$$

$$D = 36 - 8 \cdot 3 = 12$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$



2. $3x^2+3x+1 \geq 0$

$$D = 9 - 12 = -3 < 0$$

Сл-но $3x^2+3x+1 \geq 0$
 при $x \in \mathbb{R}$

Ответ: $\frac{1}{9}$

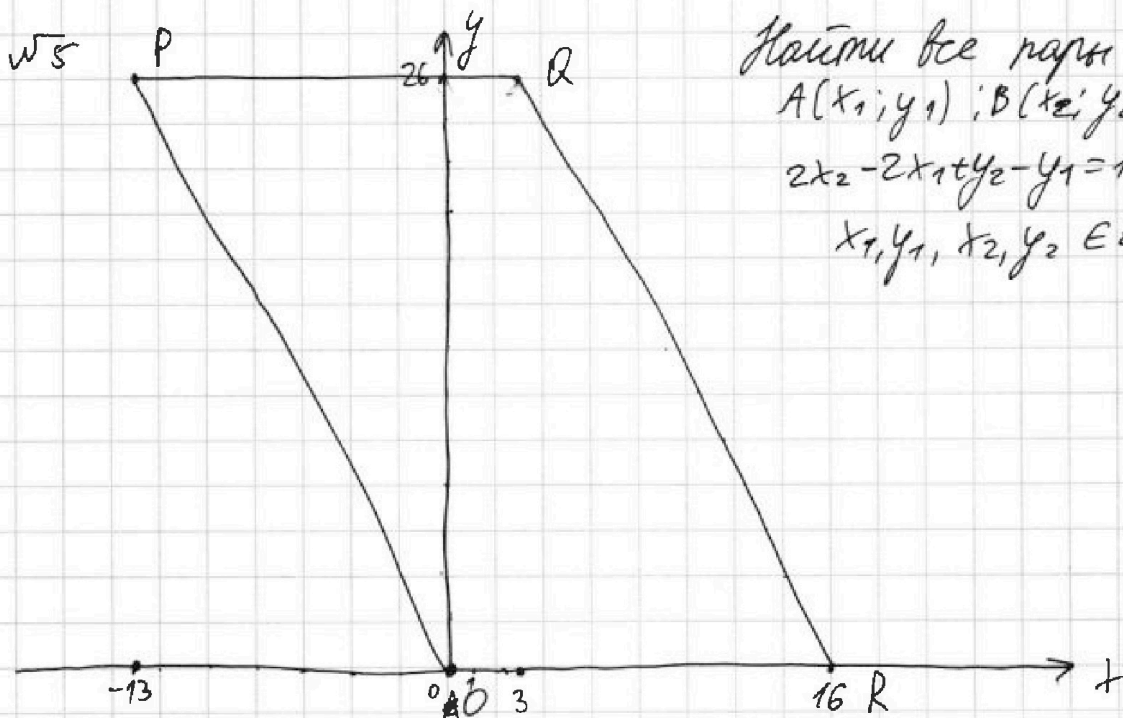
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Найти все пары
 $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$
 $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$
 $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{Z}$

$2x_2 + y_2 = 2x_1 + y_1 + 14 = b$, b -параметр. $b \in \mathbb{Z}$

$$2x_2 + y_2 - b = 0; \quad 2x_1 + y_1 - b + 14 = 0.$$

$y_2 = -2x_2 + b$; $y_1 = -2x_1 + b - 14$. С-ко для b
 нужно найти для произвольных x_2 и y_2 лежащих
 на прямой $y = -2x + b$ все точки принадлежащие прямой
 $y = -2x + b - 14$. Пусть у них координаты $(x_1; y_1)$

$$y_2 - y_1 = -2x_2 + b + 2x_1 - b + 14$$

$$y_2 - y_1 + 2(x_2 - x_1) = 14 - \text{выполняется условие.}$$

$b \in [0; 32]$, т.к. точки внутри пар.-ла

при $b \in [0; 13]$, для $y_2 = -2x_2 + b$, не найдётся внутри
 пар.-ла прямая $y_1 = -2x_1 + b - 14$. Для каждого $b \in [14; 32]$
 найдётся прямая $y = -2x + b - 14$. Заметим, что наклоны

OP и QR и $y = -2x + b$ и $y = -2x + b - 14$ равны.
 На паралл. прямой внутри или на стороне пар.-ла всего
 13 точек. С-ко всего пар $\neq 13^2 \cdot (33 - 14) = \neq$
 $= 169 \cdot 19 = 3211$

Ответ: 3211

1



2



3



4



5



6



7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{6} 1) \begin{cases} ax+y-8b=0 & (2) \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 & (1) \end{cases}$$

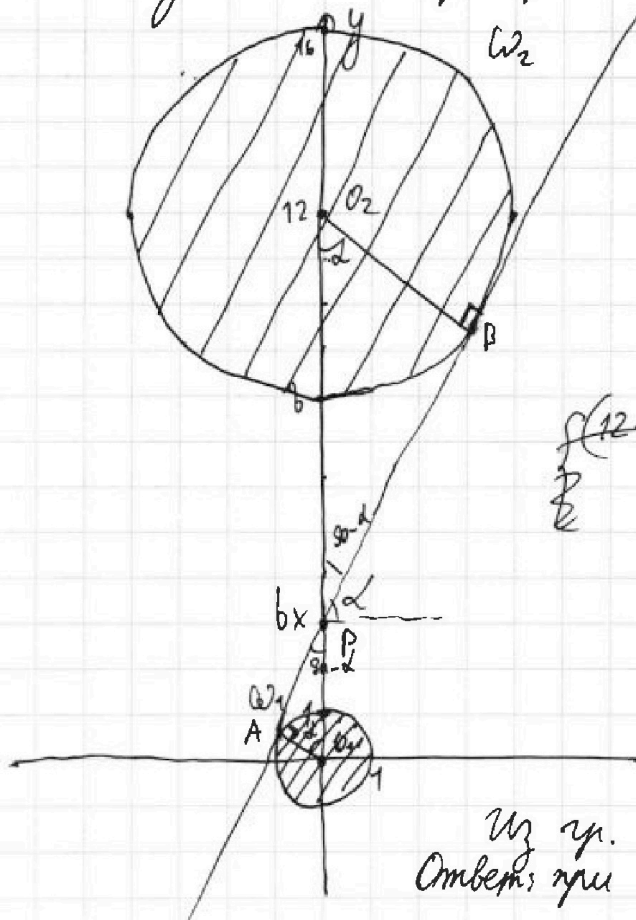
(1): $x^2+y^2=1$ - окр-сть $\omega_1(O_1;R_1)$ $O_1(0;0); R_1=1$
 $x^2+(y-12)^2=16$ - окр-сть $\omega_2(O_2;R_2)$ $O_2(0;12); R_2=4$

(1): $(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} x^2+y^2 \leq 1 - \text{внутри } \omega_1 \\ x^2+(y-12)^2 \geq 16 - \text{вне } \omega_2 \\ x^2+y^2 \geq 1 - \text{вне } \omega_1 \\ x^2+(y-12)^2 \leq 16 - \text{внутри } \omega_2 \end{cases}$$

или границы $\omega_1; \omega_2$

2) $ax+y-8b=0$
 $y=-ax+8b$ - пр. прямая.



2) Проверим "границу" прямую, условной координатой α , которой явл. мин. возможный для 2 решений системы.

У нее будет условной координатой a_x . & При $a \in [0; a_x)$ система имеет ≤ 1 реш.

Для a_x найдем b_x .

$$\begin{cases} (12-b_x)^2 = R_2^2 + a_x^2 \\ \text{tg } \alpha = \frac{BP}{R_2} = \frac{AP}{R_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BPR_2 = APR_1 \\ AP+BP= \end{cases}$$

$$= (R_1+R_2) \cos \alpha + AP \sin \alpha + BP \sin \alpha$$

$$BP = 4AP. \quad SAP = 5 \cos \alpha + 5AP \sin \alpha$$

$$5AP(1 - \sin \alpha) = \cos \alpha$$

$$AP = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} : \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha}$$

$$\sin \alpha - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$$

из пр. $b_x = 3, a_x = 2, a_{\text{ко}}$
 Ответ: при $a \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper, showing a coordinate system and various calculations.

Coordinate System: The x-axis has points marked at -13, -6, 3, 7, and 16. The y-axis has a point marked at 26. A line is drawn through the points (0, 14) and (7, 0). Another line is drawn through the points (0, 26) and (13, 0).

Equations and Calculations:

- $2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$
- $y = 14 - 2x$
- $14 - 2x = 0$
- $x = 7$
- $54 + 8 = 62$
- $13k + 14 = 26$
- $k = -2$
- $13 - 13$
- $-2x$
- $-2x = 14 - 2x$
- $0 = 14$
- $x(14 - 2x) = 26$
- $2x = -12$
- $x = -6$
- $y = 14 + 12 = 26$
- $14 + y_1 + 2x_1 = 0$
- $14 - 2x_1 = y_1$
- $14 - 2x_2 = y_2$
- $14 + 2x_2$
- $3x^2 - 6x + 2$
- $\frac{6}{6}$
- $\frac{33 - 14}{6}$
- $\frac{33}{6}$
- $\frac{-14}{6}$
- $\frac{19}{6}$
- $3x^2 - 6x + 1$
- $\frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$
- $3x(x+1)$
- $3 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{2} + 1$
- $\frac{3}{4} + 1.5 =$
- $3 \cdot \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1$
- $= \frac{3}{4} - 1.5 + 1$
- $14x_1 - 14 - 2x_1 = y_1$
- $14 - 2x_2 = y_2$
- $14 + 2x_2$
- $3 - 6 + 2$
- $12 - 12 + 19 = 7$
- $y_1 = kx_1 + b_1$
- $y_2 = kx_2 + b_2$
- $y_2 - y_1 = k(x_2 - x_1) + b_2 - b_1$
- $y_2 - y_1 = -2(x_2 - x_1) + (b_2 - b_1)$
- $3x^2 - 6x + 1$
- $\frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$
- $3x(x+1)$
- $3 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{2} + 1$
- $\frac{3}{4} + 1.5 =$
- $3 \cdot \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1$
- $= \frac{3}{4} - 1.5 + 1$
- $14 - 2x_1 = y_1$
- $14 - 2x_2 = y_2$
- $14 + 2x_2$
- $3 - 6 + 2$
- $12 - 12 + 19 = 7$
- $y_1 = kx_1 + b_1$
- $y_2 = kx_2 + b_2$
- $y_2 - y_1 = k(x_2 - x_1) + b_2 - b_1$
- $y_2 - y_1 = -2(x_2 - x_1) + (b_2 - b_1)$
- $3x^2 - 6x + 1$
- $\frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$
- $3x(x+1)$
- $3 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{2} + 1$
- $\frac{3}{4} + 1.5 =$
- $3 \cdot \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1$
- $= \frac{3}{4} - 1.5 + 1$

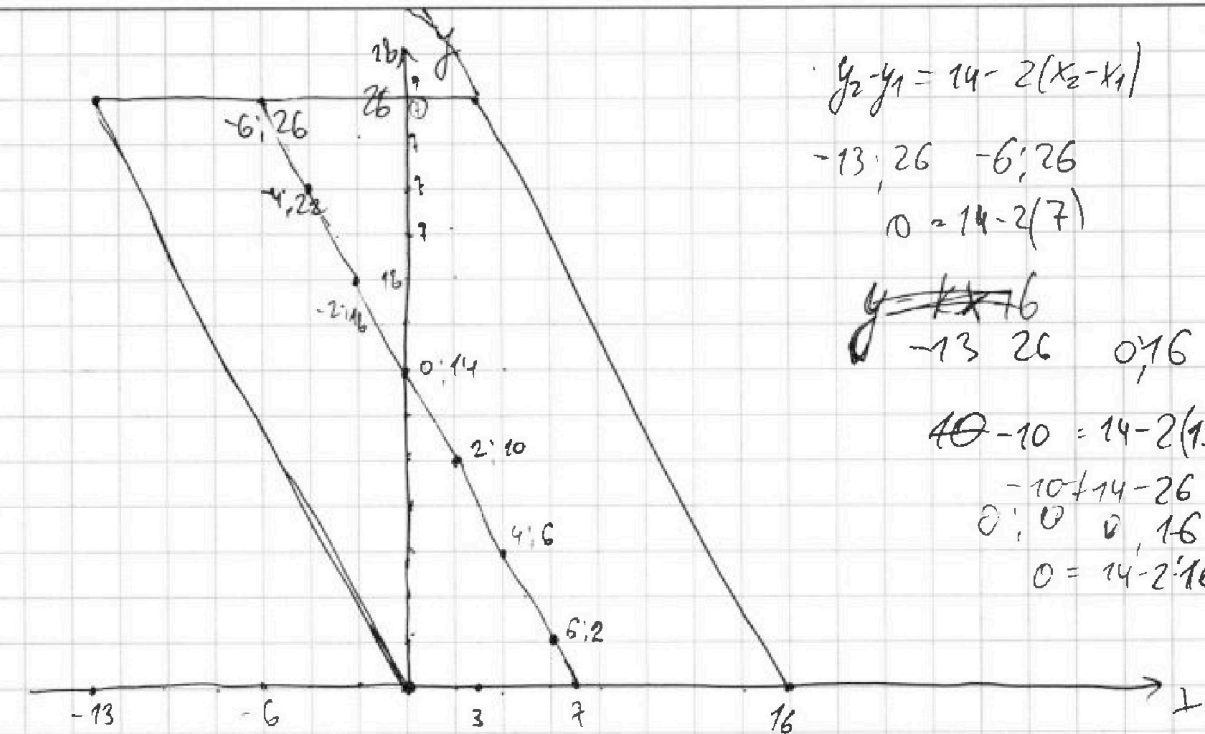
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y_2 - y_1 = 14 - 2(x_2 - x_1)$$

$$-13; 26 \quad -6; 26$$

$$0 = 14 - 2(7)$$

$$y = 16$$

$$40 - 10 = 14 - 2(13)$$

$$-10 + 14 - 26$$

$$0; 0 \quad 0; 16$$

$$0 = 14 - 2 \cdot 16$$

$$y_1 = y_2 \quad 2(x_2 - x_1) = 14$$

$$x_2 - x_1 = 7$$

$$2(\Delta x) - 2\Delta y = 14 - \Delta y$$

$$y_2 + 2x_2 - 7 = y_1 + 2x_1 + 7$$

$$y_2 + 2x_2 - 7 = y_1 + 2x_1 + 7$$

$$-13 \quad 26 \quad 3 \quad 26$$

$$0 = 14 - 2(3 + 13)$$

$$y_2 - y_1 = -2x_2 + 2x_1 - 14 + 14$$

$$y_2 - y_1 =$$

$$y_2 - y_1 + 2(x_2 - x_1) = 14$$

$$2\Delta x = -12$$

$$\Delta x = -6$$

$$\Delta x \in [-25, 25]$$

$$y_1 + 2x_1 + 14 = 2x_2 + y_2 = b$$

$$y_1 + 2x_1 + 14 + b = 0$$

$$y_2 + 2x_2 + b = 0$$

$$y_1 = -2x_1 + 14 - b$$

$$y_2 = -2x_2 - b$$

$$x_1 y_1 y = (-2x_1 + 14 - b) + 14$$

$$x_2 y_2 y = (-2x_2 - b) + 14$$

$$y_1 + 2x_1 + 14 = 2x_2 + y_2$$

$$y_1 = -2x_1 - 14 - b$$

$$y_2 = -2x_2 - b$$

$$y_2 - y_1 + 2(x_2 - x_1) = 14$$

На одной странице можно оформлять **только одну задачу.**

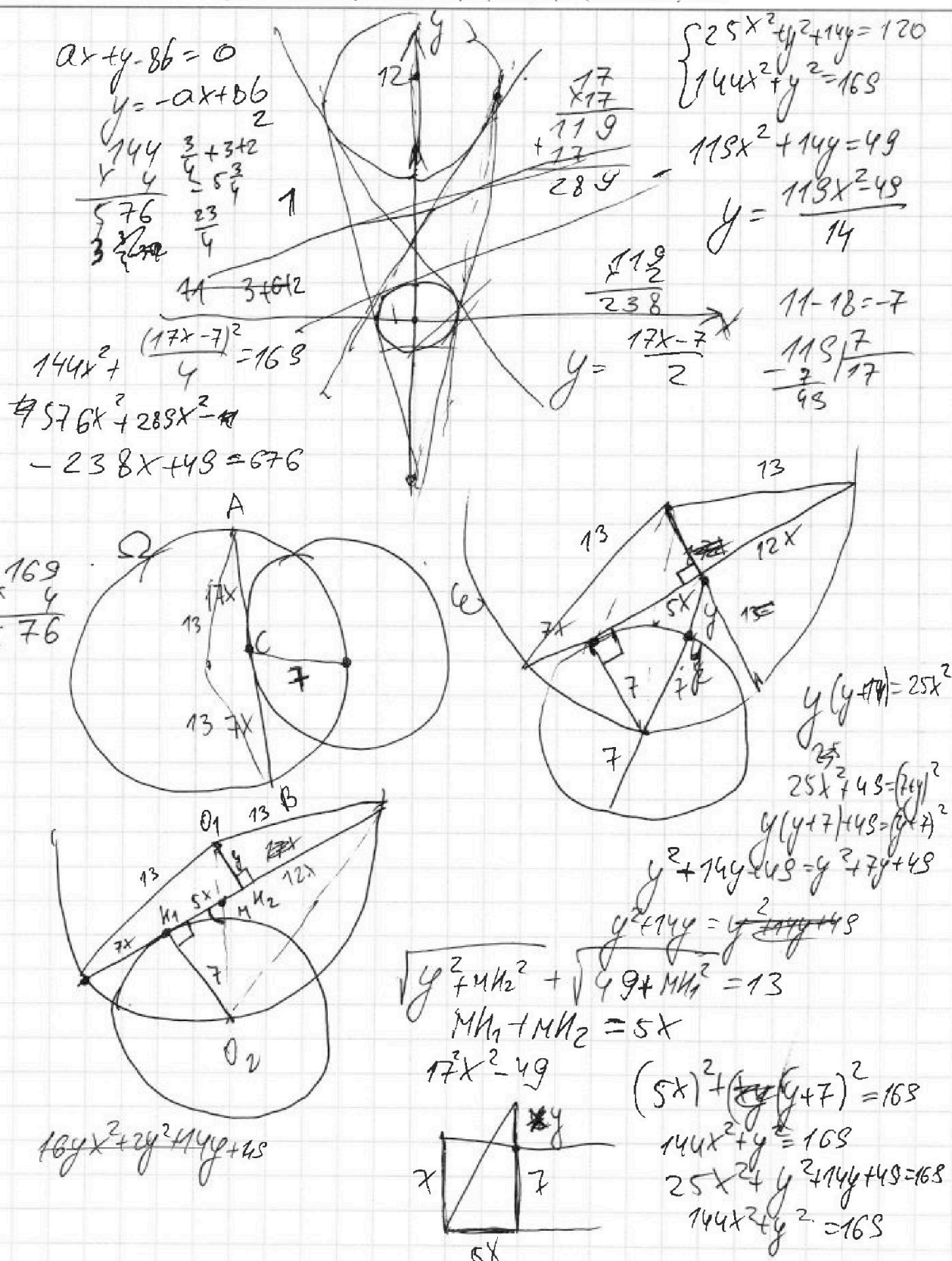
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



МФТИ



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

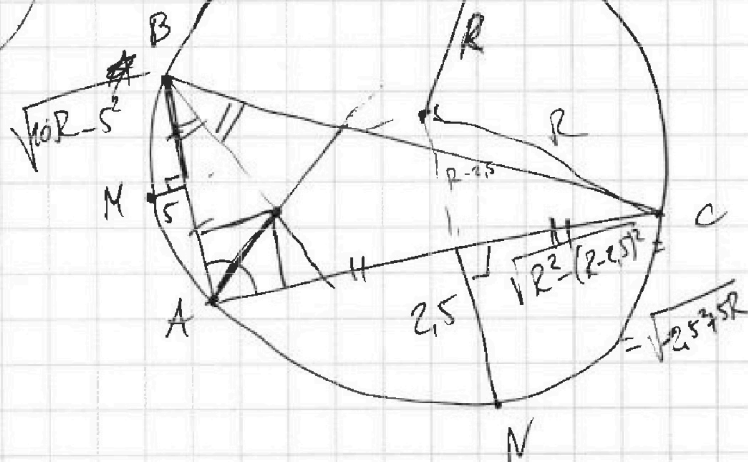
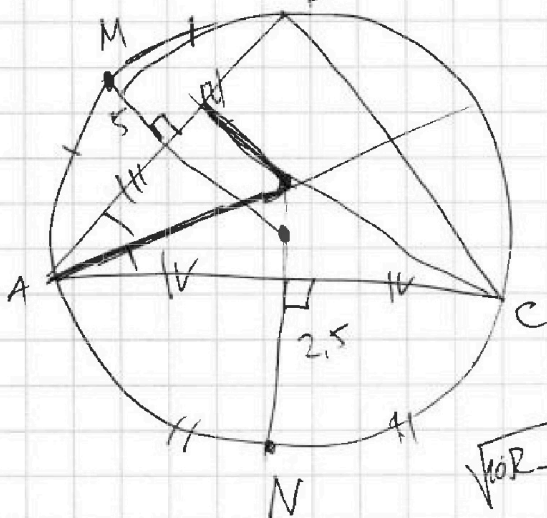
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$576x^2 + 288x^2 - 238x + 48 - 676 = 0$$

$$865x^2 - 238x - 627 = 0$$

$$24x - ?$$



$$\begin{array}{r} 576 \\ + 288 \\ \hline 865 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 676 \\ - 49 \\ \hline 627 \end{array}$$

$$17 - 6 = 11$$

$$\begin{array}{r} 1713 \\ - 13 \\ \hline 1700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 865 \overline{) 173} \\ 5 \\ \hline 36 \\ 35 \\ \hline 119 \end{array}$$

$$= \sqrt{2.5^2 + 5^2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2-6x+2} = a$$

$$a^2 = 3x^2-6x+2$$

$$b^2 = 3x^2+3x+1$$

$$a^2-b^2 = -9x+1$$

$$y_1 = kx + b$$

$$y_2 = kx + b$$

$$k(x_2-x_1) = y_2-y_1$$

$$y_1 = y_2$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = (3x^2-6x+2 - 3x^2-3x-1) =$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a-b = (\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1$$

$$3 \cdot \frac{1}{3} - 6 \cdot \frac{1}{3} + 2 = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} + 2 = \frac{5}{3} \quad S = B + \frac{1}{2} - 1$$

$$3 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{1}{3} + 1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

$$3x^2-6x+2 + 3x^2+3x+1 + 2\sqrt{(3x^2-6x+2)(3x^2+3x+1)} = 1$$

$$6x^2-3x+1 + 2\sqrt{3x^2-6x+2(3x^2+3x+1)} = 1$$

$$2\sqrt{\dots} = 3x-6x^2$$

$$4(3x^2-6x+2)(3x^2+3x+1) = 9x^2-36x^3+36x^4$$

$$4(9x^4-9x^3-18x^2-12x+4)(3x^2+3x+1) = x(x-\frac{1}{2}) \leq 0$$

$$36x^4 - 36x^3 - 48x^2 - 12x + 4 = 36x^4 - 36x^3 + 9x^2$$

$$-48x^2 - 12x + 4 = 9x^2$$

$$57x^2 + 12x - 4 = 0$$

$$D = 144 + 16 \cdot 57 = 144 + 912 =$$

$$= 1056 = 8^2 \cdot 166$$

$$x = \frac{-12 \pm 8\sqrt{166}}{57}$$

$$2x_1 + y_2 = -(2x_1 + y_1) = 14$$

$$16 \cdot 26$$

$$76 \cdot 26 + 16$$

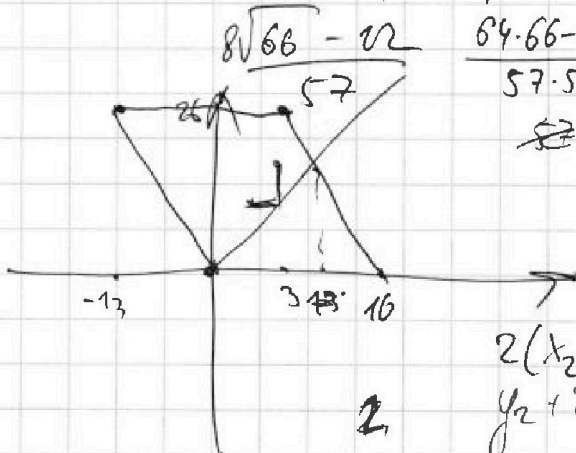
$$+ 216$$

$$+ 26$$

$$476$$

$$2(x_2-x_1) + y_2-y_1 = 14$$

$$y_2 + 2x_2 = 14 + y_1 + 2x_1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$2: 6: c \quad ab: 2^{15} \cdot 7^{11} \quad bc: 2^{17} \cdot 7^{18} \quad 16+25-7 \cdot 4 \cdot 5 \quad 2 \quad 4$
 $ac: 2^{23} \cdot 7^{39} \quad a+b \quad (km+n)^2 \quad 17+23+45=58 \quad d_1=11 \quad d_3=13$
 $a^2-7ab+b^2 = km^2+2kmn+tn^2$
 $ab \geq 2^{15} \cdot 7^{11} \quad bc \geq 2^{17} \cdot 7^{18} \quad ac \geq 2^{23} \cdot 7^{39} \quad d_2=4 \quad 7 \quad 49$
 $a^2 b^2 c^2 \geq 2^{55} \cdot 7^{68}$
 $abc \geq 2^{28} \cdot 7^{34} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{9}{5} \quad a = 2^{d_1} \cdot 7^{\beta_1} \cdot k_1$
 $a+b \equiv 0 \pmod{m} \quad c = 2^{d_3} \cdot 7^{\beta_3} \cdot k_3$
 $(a+b)^2 \equiv 0 \pmod{m} \quad a = 2^{d_1} \cdot 7^{\beta_1} \cdot k_1$
 $9ab \equiv 0 \pmod{m} \quad b = 2^{d_2} \cdot 7^{\beta_2} \cdot k_2$
 $9ab: m \quad 32 \quad 29 \quad b = 2^5 \cdot 7$
 $9ab: km \quad 2 \quad 7$
 $9(k_1 m_1)(k_2 m_2)(k_3 m_3) \geq 2^{23} \cdot 7^{39}$
 $\beta_1 + \beta_2 \geq 11$
 $\beta_2 + \beta_3 \geq 18$
 $\beta_3 + \beta_1 \geq 39$
 $2(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \geq 66$
 $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 34$
 $d_1 + d_2 \geq 15$
 $d_2 + d_3 \geq 17$
 $d_3 + d_1 \geq 23$
 $2(d_1 + d_2 + d_3) \geq 55$
 $d_1 + d_2 + d_3 \geq 28$
 39
 $\beta_1 = 15$
 $\beta_3 = 24$
 $a = 2^{11} \cdot 7^{15}$
 $b = 2^4 \cdot 7$
 $c = 2^{13} \cdot 7^{24}$
 $a^2 - 7ab + b^2 \quad (a+b)^2 - 9ab$
 $a+b \quad a+b \quad a+b$
 $a^2 - 7ab + b^2 = (a+b)^2 - 9ab$
 $D = 486^2 - 46^2 = 456^2$
 $a = \frac{76 \pm 36 \sqrt{5}}{2}$
 $ab = 45$
 $22 \quad 23$
 $22^2 + 23^2 = 484 + 529$
 $3x^2 - 6x + 2 \quad + 9x = 1 + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$
 $3x^2 - 6x + 2 + 81x^2 + 18x \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 2 + 3x^2 + 3x + 2 \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$
 $81x^2 - 6x + 2 + 18x \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 2 + 3x^2 + 3x + 2 \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$
 $81x^2 - 9x + 2 + 18x \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 2 \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$
 $70 \quad -3x - 6x^2 = 2 \quad D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 6$