



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$ab: 2^{14} 7^{10}$$

$$bc: 2^{17} 7^{17}$$

$$ac: 2^{20} 7^{37}$$

min знам abc - ?

$$ab = 2^{14} 7^{10}$$

$$ab: 2^{14} 7^{10}$$

$$bc: 2^{17} 7^{17}$$

$$ac: 2^{20} 7^{37}$$

$$\Rightarrow a^2 b^2 c^2: 2^{51} 7^{84}$$

$$abc: 2^{32} 7^{32}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot m$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot n$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot l$$

, где m - произведение простых a и b не
входящих
 $b 2^{14} 7^{10}$
входящих
 $b 2^{17} 7^{17}$
входящих
 a и c не входящих
 $b 2^{20} 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Dato: ω, Ω

Решение:

AB - хорда Ω

AB-каскад w)

$$\frac{AC}{CB} = 7 \quad (QC \perp AB)$$

$$CQ = 1$$

$$OA = 5$$

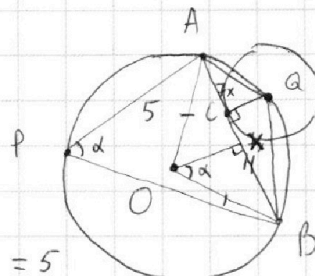
Найти: $AB - ?$

1) Рассмотрим $\triangle AOB$:

 $\triangle AOB$

p15, T14.

$$OA = OB = R_{\text{a}} = 5$$



и бисектриса

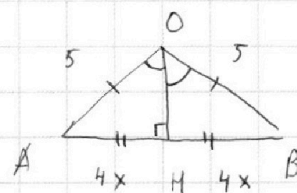
$\Rightarrow$ Проведём OH - высота, медиана $\triangle AOB$

$$AB = AC + CB = 7x + x = 8x$$

Т.к. OH- неданна $\Rightarrow$

$$AH = HB = \frac{1}{2} AB = 4 \times$$

Nur $\angle AOH = x \Rightarrow \sin x = \frac{4x}{5}$



Т.к. OM — высота и биссектрисой $\angle AOB = 2\alpha$

2) $\angle AOB$ - центральный опир на $\cup A(a)B$

$\angle APB$ - вписанный опир на $\cup AOB$, где P точка на окружности на дуге $\cup AB$ (где нет O)

$\Rightarrow \angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB = \alpha$

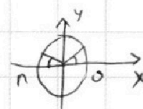
$$\left. \begin{array}{l} \angle AQB - \text{вписанный} \text{ опир. на } \cup A(P)B \\ \angle APB - \text{вписанный} \text{ опир. на } \cup A(Q)B \end{array} \right\} \Rightarrow \angle AQB + \angle APB = 180^\circ$$

$$\angle AQB = 180^\circ - \alpha$$

$$\sin \angle AQB = \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$

$$\cos \angle AQB = \cos (11 - \alpha) = -\cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

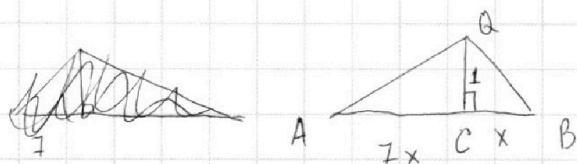
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(Продолжить 3 задачи)

Рассмотрим $\triangle AQB$:

$$\cos \angle AQB = -\sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$



По теореме Пифагора: $\triangle AQC$:

$$AQ = \sqrt{49x^2 + 1}$$

По теореме Пифагора $\triangle QCB$:

$$QB = \sqrt{x^2 + 1}$$

По теореме косинусов $\triangle AQB$:

$$(8x)^2 = AQ^2 + QB^2 - 2AQ \cdot QB \cos \angle AQB$$

$$64x^2 = 49x^2 + 1 + x^2 + 1 + 2\sqrt{49x^2 + 1}\sqrt{x^2 + 1}\sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$

$$14x^2 - 1 = 2x\sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1}\sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$

$$49x^4 + 1 - 14x^2 = (49x^4 + 50x^2 + 1)\left(1 - \frac{16x^2}{25}\right)$$

$$49x^4 + 1 - 14x^2 = 49x^4 - \frac{16 \cdot 49x^6}{25} + 50x^2 - 32x^4 + 1 - \frac{16x^2}{25}$$

$$\frac{16 \cdot 49}{25}x^3 + 32x^2 - \frac{8 \cdot 158}{25} = 0$$

$$\frac{49}{25}x^3 + 2x^2 - \frac{99}{25} = 0$$

$$49x^3 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$(x-1)(49x^2 + 99x + 99) = 0$$

$$\begin{cases} x-1=0 & (1) \\ 49x^2 + 99x + 99 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$x=1 \Rightarrow$$

$$AB = 8x \Rightarrow x=1 \Rightarrow$$

$$AB = 8$$

$$(2) 49x^2 + 99x + 99 = 0$$

$$D = 99^2 - 196 \cdot 99 < 0$$

$$\Rightarrow x \in \emptyset$$

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Заметим, что

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = 2 - 7x$$

$$-7x + 2 = 2 - 7x$$

$\Rightarrow$ Пусть

$$2x^2 - 5x + 3 = A$$

$$2x^2 + 2x + 1 = B$$

$$\sqrt{A} - \sqrt{B} = A - B$$

Ал $A - B = (\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})$

$\Rightarrow$

$$(\sqrt{A} - \sqrt{B}) = (\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})$$

$$(\sqrt{A} - \sqrt{B})(1 - \sqrt{A} + \sqrt{B}) = 0$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \sqrt{A} - \sqrt{B} = 0 & (1) \\ 1 - \sqrt{A} + \sqrt{B} = 0 & (2) \end{cases}$$

(1) $\sqrt{A} = \sqrt{B} : \Rightarrow \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$7x = 2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

(2) $1 - \sqrt{A} - \sqrt{B} = 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$$1 - 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$-2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 7x - 3$$

$$4(2x^2 - 5x + 3) = 49x^2 - 42x + 9$$

$$8x^2 - 20x - 12 = 49x^2 - 42x + 9$$

$$41x^2 - 22x + 21 = 0$$

$$D_1 = 121 - 861$$

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x_1 = \frac{5+1}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{5-1}{4} = 1$$

$\Rightarrow$

$$(x-1)(x-\frac{3}{2}) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$$

$$2x^2 + 2x + 1$$

$$b_{\text{min}} > 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(Продолжи 4 задачи)

Проверим корни $x = \frac{2}{7}$ подстановкой:

$$\sqrt{\frac{2 \cdot 4}{49} - \frac{5 \cdot 2}{7} + 3} - \sqrt{\frac{2 \cdot 4}{49} + \frac{2 \cdot 2}{7} + 1} = 2 - \frac{7 \cdot 2}{7}$$

"0"

$$\sqrt{\frac{8 - 70 + 147}{49}} - \sqrt{\frac{8 + 28 + 49}{49}} = 0$$

$$\sqrt{\frac{85}{49}} - \sqrt{\frac{85}{49}} = 0$$

верно $\Rightarrow x = \frac{2}{7}$ — корень

Ответ: $\frac{2}{7}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 & (2) \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 & (1) \end{cases}$$

2 решения

a-?
b-?

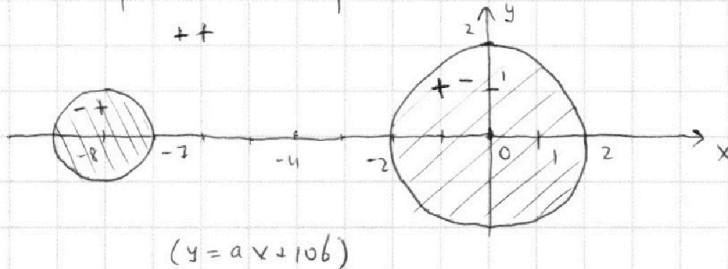
$$(1) ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$(x+8)^2 + y^2 = 1$ — окружность с центром $(-8; 0)$ и $r = 1 \rightarrow I$ окр.

$$(x^2 + y^2 - 4) \neq 0$$

$x^2 + y^2 = 4$ — окружность с центром $(0; 0)$ и $R = 2 \rightarrow II$ окр.

Рассмотрим на координатной плоскости:



I окр:

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0$$

Вся область кроме закраш. окр (границы НЕ входят)

$(x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0$

Закрашенная I окр с границами

(2) График — прямая, т.к. 2 решения $\Rightarrow$

прямая должна быть общ касат и 2 окр

(Прямая не может пересекать ни одну окружность, т.к. тогда бесконечно много решений)

$\Rightarrow$ Есть 4 варианта прямой:

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

Заметим, что из симметрии:

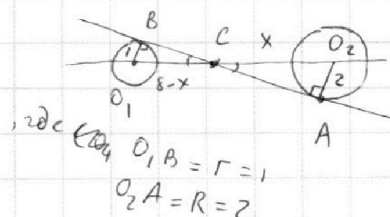
1) и 2) случаи различаются лишь знаком коэфф.

Аналогично для случаев 3) и 4)

Рассмотрим случай № 1):

Т.к. АВ — общ касат $\Rightarrow O_2A \perp AB$ и $O_1B \perp AB$

$\Rightarrow$ в кругах знаки будут $(+-)$, что удовлетворяет неравенству (1) вне окружностей $(++)$ не подходит.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим $\triangle O_1BC$ и $\triangle O_2AC$

$\triangle O_1BC \sim \triangle O_2AC$ (по 2 углам; $\angle BCO_1 = \angle O_2CA$ (вертикальные))

$$\Rightarrow \frac{O_2A}{O_1B} = \frac{O_2C}{CO_1} = 2$$

$$O_1C + CO_2 = 8$$

$$\begin{cases} xO_2 \neq 0 \\ xO_1 = -8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{по } O_2C = x \Rightarrow \frac{x}{8-x} = 2$$

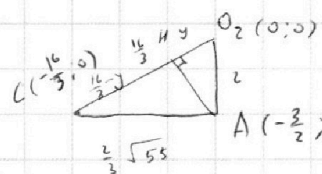
$$x = 16 - 2x$$

$$3x = 16$$

$$x = \frac{16}{3} \Rightarrow x_{TC} = -\frac{16}{3}$$

AC по теореме Пифагора из $\triangle CO_2A$: $[HA \perp CO_2]$

$$AC = \sqrt{\frac{256}{9} - 4} = \sqrt{\frac{220}{9}} = \frac{2}{3}\sqrt{55}$$



$$\text{по } O_2H \Rightarrow HC = \frac{16}{3} - y$$

по теореме Пифагора для $\triangle CHA$ и $\triangle HO_2A$:

$$\frac{220}{9} - \frac{256}{9} - y^2 + \frac{32y}{3} = 4 - y^2$$

$$\frac{32y}{3} = 16$$

$$y = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x_A = -\frac{3}{2}$$

$$HA = \sqrt{4 - \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow y_A = -\frac{\sqrt{7}}{2}$$

$\Rightarrow$ Прямая задает 2 точки

$$y = ax + 10b$$

C и A.

$$\begin{cases} 0 = -\frac{16}{3}a + 10b \\ -\frac{\sqrt{7}}{2} = -\frac{3}{2}a + 10b \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{-23}{3}a$$

$$a = \frac{-3\sqrt{7}}{23}$$

$$10b = -\frac{16\sqrt{7}}{23}$$

$$b = \frac{-16\sqrt{7}}{230}$$

$\Rightarrow$ Две цифры 2) ответ:

$$\begin{aligned} a &= \frac{3\sqrt{7}}{23} \\ b &= \frac{16\sqrt{7}}{230} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(Продолжить 6 задачу)

Теперь рассмотрим случай: № 3:

A_1C_1 — общая кас к I и II окр

$$\Rightarrow O_1B_1 = r, O_1B_1 \perp A_1C_1$$

$$O_2C_1 = R, O_2C_1 \perp A_1C_1$$

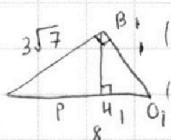
$$\Delta A_1B_1O_1 \sim \Delta A_1C_1O_2 \quad (\text{по 2 углам } \angle B_1A_1O_1 = \angle C_1A_1O_2 \text{ — общ, } \angle A_1O_1B_1 = \angle A_1O_2C_1 = 90^\circ)$$

По т.т. Пифагора $\Delta A_1O_1B_1$:

$$A_1B_1 = \sqrt{64 - 1} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$$

По т.т. Пифагора $\Delta A_1B_1H_1$

и $\Delta B_1H_1O_1$: A_1



$$z = \frac{x+8}{x}$$

$$2x = x+8$$

$$x = 8 \Rightarrow x_{A_1} = -16$$

$$63 - p^2 = 1 - (8-p)^2$$

$$63 - p^2 = 1 - 64 - p^2 + 16p$$

$$2 \cdot 63 = 16p$$

$$p = \frac{63}{8}$$

$$\Rightarrow x_{B_1} = -16 + \frac{63}{8} = -\frac{65}{8}$$

$$B_1H_1 = \frac{3\sqrt{7} \cdot 1}{8} = \frac{3\sqrt{7}}{8} \Rightarrow y_{B_1} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$$

По двум точкам A_1 и B_1 определим прямую $y = ax + b$

$$\begin{cases} 0 = -16a + b \\ \frac{3\sqrt{7}}{8} = -\frac{65}{8}a + b \end{cases}$$

$$\frac{3\sqrt{7}}{8} = \frac{21}{8}a$$

$$a = \frac{\sqrt{7}}{21}$$

$$b = \frac{\sqrt{7} \cdot 16}{21 \cdot 105} = \frac{8\sqrt{7}}{105}$$

$\Rightarrow$ т.е. случай 3 симметричен 4

$$\Rightarrow a = \frac{-\sqrt{7}}{21} \quad \text{и} \quad b = -\frac{8\sqrt{7}}{105}$$

Ответ: $a = \pm \frac{3\sqrt{7}}{23} \Rightarrow b = \pm \frac{16\sqrt{7}}{230}$;

$a = \pm \frac{\sqrt{7}}{21} \Rightarrow b = \pm \frac{8\sqrt{7}}{105}$;



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, featuring several geometric diagrams and calculations.

Top Left: Calculations involving $x = \frac{10}{7}$ and $\frac{8-70+147}{49}$.

Top Center: A diagram of a circle with a horizontal chord. A vertical line segment of length 4 is drawn from the center to the chord. A right triangle is formed with legs 4 and 3, and hypotenuse 5. The radius is labeled 5. A small circle is tangent to the chord at its midpoint.

Top Right: Algebraic manipulations involving square roots: $\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-3x$, $\sqrt{A} - \sqrt{B} = A-B$, $(\sqrt{A}-\sqrt{B})(\sqrt{A}+\sqrt{B}) = (\sqrt{A}-\sqrt{B})$, and $\sqrt{A} + \sqrt{B} = 1$.

Middle Left: A diagram of a circle with a horizontal chord. A vertical line segment of length 4 is drawn from the center to the chord. A right triangle is formed with legs 4 and 3, and hypotenuse 5. The radius is labeled 5. A small circle is tangent to the chord at its midpoint.

Middle Right: A diagram of a circle with a horizontal chord. A vertical line segment of length 4 is drawn from the center to the chord. A right triangle is formed with legs 4 and 3, and hypotenuse 5. The radius is labeled 5. A small circle is tangent to the chord at its midpoint.

Bottom Left: A diagram of a circle with a horizontal chord. A vertical line segment of length 4 is drawn from the center to the chord. A right triangle is formed with legs 4 and 3, and hypotenuse 5. The radius is labeled 5. A small circle is tangent to the chord at its midpoint.

Bottom Center: A diagram of a circle with a horizontal chord. A vertical line segment of length 4 is drawn from the center to the chord. A right triangle is formed with legs 4 and 3, and hypotenuse 5. The radius is labeled 5. A small circle is tangent to the chord at its midpoint.

Bottom Right: A diagram of a circle with a horizontal chord. A vertical line segment of length 4 is drawn from the center to the chord. A right triangle is formed with legs 4 and 3, and hypotenuse 5. The radius is labeled 5. A small circle is tangent to the chord at its midpoint.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

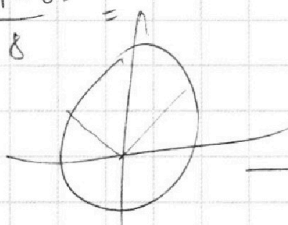
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\sqrt{7}}{x} = -\frac{23}{63}$$

$$-\frac{3\sqrt{7}}{23} = c$$

$$-16$$

$$-2 \cdot \frac{64}{8} + 63$$



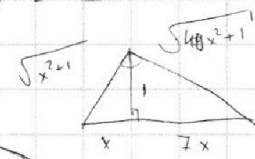
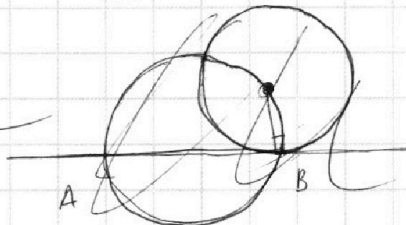
$$16 + 4 \cos: 8x^2 = x^2 + 1 + 49x^2 + 1 -$$

$$49x^2 + 50x^2 + 1$$

$$25 - 16x^2$$

$$10\sqrt{x^2+1} + 1 \times 49\sqrt{x^2+1}$$

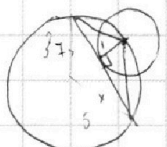
$$25 - 16x^2$$



$$\frac{64}{128} - \frac{63}{63}$$

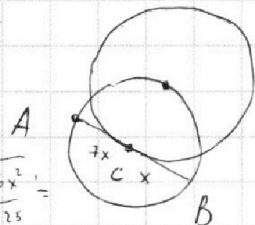
$$-\frac{65}{8} + 16$$

$$\sin(A - \alpha) \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4x}{5}$$



$$\frac{128}{63} - \frac{65}{63}$$

$$\frac{128 - 65}{8}$$



$$\sin \alpha = \frac{4x}{5}$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$\beta = \pi - \alpha$$

$$A(x_1, y_1)$$

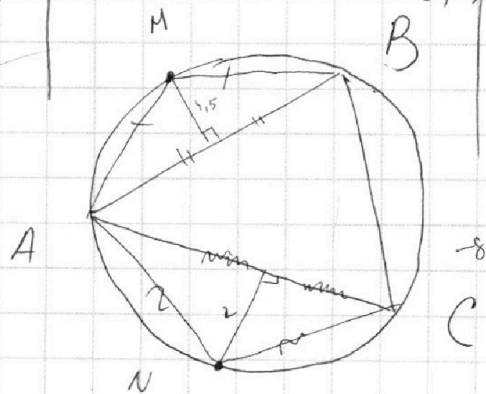
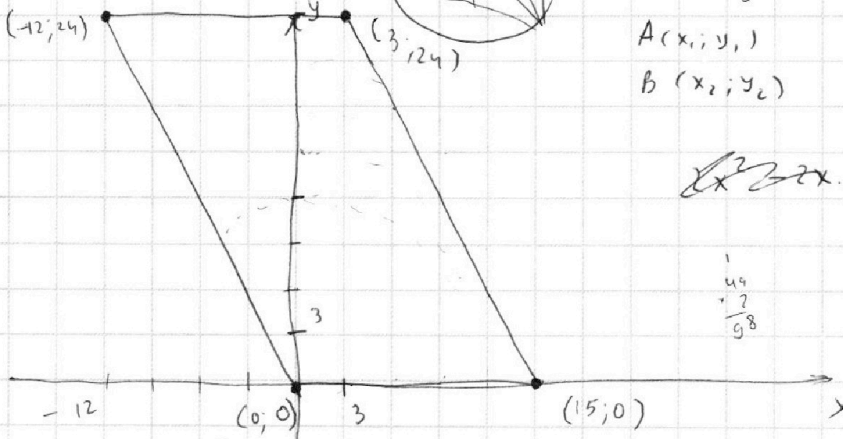
$$B(x_2, y_2)$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$\frac{49}{2} - \frac{2}{98}$$

$$P(-12; 24)$$

$$Y(3; 24)$$



$$\frac{4}{25} - \frac{2}{200}$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$

$$\frac{200 - 2}{25} = \frac{198}{25}$$

$$(-64 + \frac{10}{25}) =$$

$$-8(-\frac{8}{25})$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

~~2-7x~~



$$y = 2x$$

$$y = -2x$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = (2 - 7x)^2$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 58 \\ \times 21 \\ \hline 116 \\ 1216 \\ \hline 1216 \\ 3603 = 44 \end{array}$$

$$2 - 7x - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 0$$

$$(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1) = 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 58 \\ \times 2 \\ \hline 116 \\ + 441 \\ \hline 637 \end{array}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{5-1}{4} = 1 \quad y = x+1$$

$$y = -x-6$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$D = 4 - 8 < 0$$

$$D = -k+b$$

$$1 = b$$

$$k = 1$$

$$0 = -k+b$$

$$35 - 9 = 6$$

$$1,5$$

$$\frac{15}{2} + 1 =$$

$$= \frac{17}{2}$$

$$2 - \frac{21}{2} =$$

$$= \frac{2}{2}$$

Проверим:

$$x=1: \sqrt{2-5+3} - \sqrt{2+2+1} = 2-7$$

$$0 - \sqrt{5} = -5 \quad (\times) \text{ не подходит}$$

$$x = \frac{3}{2}: \sqrt{\frac{9}{2} - \frac{15}{2} + 3} - \sqrt{\frac{9}{2} + \frac{6}{2} + 1} = 2 - \frac{21}{2}$$

$$\sqrt{\frac{17}{2}} =$$

Заметим что:

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = 2 - 7x = 4x^4 + 5x^3 - 2x^2 + x + 3$$

$$\begin{array}{r} 1401 \\ \times 130 \\ \hline 4203 \\ 14010 \\ \hline 182130 \end{array}$$

$$2401 - 81$$

$$2383$$

$$-7x + 2 = 2 - 7x$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 4 - 28x + 45x^2$$

$$-49x^2 + 21x - 2 = 2 - \sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$$

$$x \in (-\infty; 1)$$

$$U(\frac{3}{2}; +\infty)$$

$$2401x^4 - 2058x^3 + 637x^2 - 84x + 4 = 8x^4 + 10x^3 - 4x^2 + 2x + 3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2393x^4 - 2068x^3 + 641x^2 - 88x + 1 = 0$$

$$0 = 8a + 10b$$

$$\frac{\sqrt{63}}{8} = \frac{1}{8}a + 10b$$

a, b, c

$$b = \frac{1}{10} \sqrt{63}$$

$$2 = \frac{y}{6-x}$$

$$16 \rightarrow 7y = y$$

$$ab : 2^{14} 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} 7^{17}$$

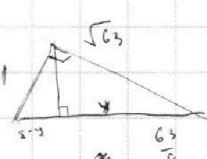
$$ac : 2^{20} 7^{37}$$

$$\min abc \quad 2 = \frac{2+x}{6-x} \quad \frac{1}{2} = \frac{x}{x+8}$$

$$12 - 2x = 2 + x \quad x + 8 = 2x \quad x = 8$$

$$10 = 3x \quad x = \frac{10}{3}$$

$$abc = mnl \cdot 2^x \cdot 2^y$$



$$abc = a'b'c' \cdot 2^x \cdot 2^y$$

$$abc = 64 \cdot 64 \cdot 2^3$$

$$63 \cdot 2^2 = 1 - 64 \cdot 2^2 + 16y$$

$$\frac{63 \cdot 64 - 63^2}{64} = \frac{63}{64}$$

$$\frac{u+b}{2} + 8ab = 2 \cdot 63 = 16y \quad y = \frac{63}{8}$$

$$x^2 + y^2 - 4 = 0$$

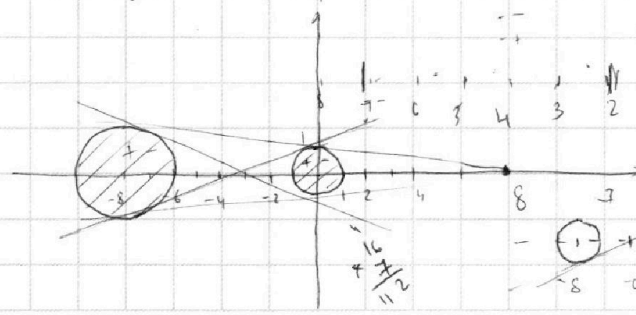
$$x^2 + y^2 = 4$$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

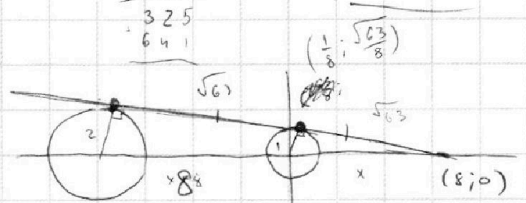
окр $O(0,0) \quad r=2$

окр $O(-8,0) \quad r=1$



$$\frac{2393}{2068} = \frac{325}{641}$$

$$y = ax + 10b$$



$$\frac{x}{x+8} = \frac{1}{2}$$

$$2x = x+8 \quad x=8$$

$$ab = 2^{14} 7^{10} m$$

$$bc = 2^{17} 7^{17} n$$

$$ac = 2^{20} 7^{37} l$$

$$\frac{bc}{ab} = 2^3 7^7 \frac{n}{m}$$

$$cm = 2^3 7^7 an$$

$$ab = 2^{14} 7^{10} a'b'$$

$$bc = 2^{17} 7^{17} b'c'$$

$$ac = 2^{20} 7^{37} a'c'$$

$$63 - \frac{63^2}{8^2} = h^2 \quad h^2 = \frac{937}{64} \quad h = \frac{\sqrt{937}}{8}$$

$$\frac{c}{a} = 2^3 7^7 \frac{c'}{a'}$$

$$c = \left(\frac{a}{a'} \cdot 2^3 7^7 \right) c'$$

$$\frac{c}{b} = 2^6 7^{27} \frac{c'}{b'}$$

$$\frac{a}{a'} \cdot \frac{c}{b} = 2^6 7^{27} \frac{c'}{b'}$$

$$ab' = 2^3 7^{20}$$

$$a = \left(\frac{b}{b'} \cdot 2^3 7^{20} \right) a'$$

$$a = \left(\frac{b}{b'} \cdot 2^3 7^{20} \right) a'$$

$$a = \left(\frac{b}{b'} \cdot 2^3 7^{20} \right) a'$$

$$a = \left(\frac{b}{b'} \cdot 2^3 7^{20} \right) a'$$

$$a = \left(\frac{b}{b'} \cdot 2^3 7^{20} \right) a'$$