



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

МФТИ

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~1.

$$\left. \begin{array}{l} 1. ab: 2^{14} \cdot 7^{40} \\ bc: 2^{17} \cdot 7^{37} \end{array} \right\} \Rightarrow abc: 2^{31} \cdot 7^{77}, \text{ по условию } ac: 2^{20} \cdot 7^{77}, \text{ следовательно,} \\ abc: 2^{31} \cdot 7^{77}.$$

$$\left. \begin{array}{l} 2. ab: 2^{14} \cdot 7^{40} \\ bc: 2^{17} \cdot 7^{37} \\ ac: 2^{20} \cdot 7^{77} \end{array} \right\} \Rightarrow (abc)^2: 2^{51} \cdot 7^{64}, \text{ т.к. это квадрат, то } (abc)^2: 2^{52} \cdot 7^{64} \\ \text{и по условию следует, что} \\ (abc)^2: (2^{52} \cdot 7^{64} \cdot 7^{52}), \text{ то есть} \\ abc: 2^{26} \cdot 7^{57}.$$

Пример: $abc = 2^{26} \cdot 7^{57}$ (это min число, кратное $2^{26} \cdot 7^{57}$, ~~кратное~~ ^{самое} кратное):

$$\begin{aligned} a &= 2^9 \cdot 7^{20} \\ b &= 2^5 \\ c &= 2^{12} \cdot 7^{17} \end{aligned}$$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{57}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№2.

1. т.к. $\frac{a}{b}$ несократимо, но $\text{НОД}(a, b) = 1$.

2. $\frac{a+b}{a^2-ba+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 2ab}$

Поняно, что, чтобы сократить дробь и n , надо, чтобы и числитель, и знаменатель делились на n , но если n — делитель $(a+b)$, а, значит, и делитель $(a+b)^2$. Тогда $2ab$ и n тоже должны быть делителями.

Но если $n = (2ab; a+b)$. Поняно, что $(a; a+b) = 1 = (b; a+b)$, т.к.

по алгоритму Евклида $(a; a+b) = (a+b) = 1$ по условию и $(b; a+b) = (a; b)$

аналогично. Таким образом, n — делитель 2 , т.е. $\max n = 2$

Ответ: 2.

Кроме этого, можно сказать, что если a и b разной четности, то $n = 1$, т.к. и числитель, и знаменатель будут нечетными.

a и b и могут быть оба четными, т.к. тогда $(a; b) \neq 1$.

~~для $n = 2$ — четных~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

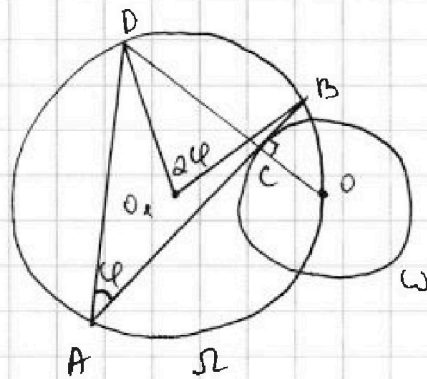
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~3.

- Пусть $BC = x$, $AC = \sqrt{x}$, и O - центр Ω . Проведем OC до пересечения с Ω , это будет точка D , и O_1 - центр Ω_1 .
- П.к. AB - касательная к Ω , то $\angle BCO = \angle BCD = \angle OCA = \angle ACO = 90^\circ$ по теореме о касательной и радиусе, проведенной в точку касания.
- По теореме о пересекющихся хордах, для Ω : $AC \cdot CB = OC \cdot DC$
 $\sqrt{x} \cdot x = 1 \cdot DC$
 $DC = \sqrt{x^3}$

- По теореме косинусов $\angle CAB = \varphi$, следовательно, $\angle O_1AB = 2\varphi$ - центральный.
 и $\triangle O_1CA$ $\tan \varphi = \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} = \frac{DC}{AC} = x$
 и $\cos 2\varphi = 2 \cdot \frac{1}{x^2+1} - 1$ ($\tan^2 \varphi + 1 = \frac{1}{\cos^2 \varphi}$ и $\cos 2\varphi = 2\cos^2 \varphi - 1$)
- По теореме Пифагора для $\triangle ABC$, $AB^2 = AC^2 + BC^2 = 49x^4 + x^2$

С. По теореме косинусов для $\triangle O_1AB$:

$$49x^4 + x^2 = 25 + 25 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{1-x^2}{x^2+1} \quad | \cdot (x^2+1)$$

$$t = x^2, t \geq 0$$

$$49t^2 + 49t^2 + t^2 + t = 50t + 50 - 50 + 50t$$

$$49t^2 + 50t^2 - 99t = 0$$

$$t(t-1)(49t+99) = 0$$

$$\begin{cases} t=0, \text{ не подходит по смыслу задачи} \\ t=1 \end{cases}$$

$$t = -\frac{99}{49}, \text{ не подходит по смыслу задачи}$$

$$\begin{cases} x=-1, \text{ не подходит по смыслу задачи} \\ x=1 \end{cases}$$

$$AB = 8x = 8$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x \quad | \cdot (\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1}) > 0$$

$$\phi_1 = 1-2 = -1 < 0, \quad 2x^2+2x+1 > 0$$

$$-4x+2 = (2-7x)(\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1})$$

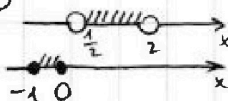
$$\begin{cases} -7x+2=0 \\ \sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1 \\ 2-7x \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ \sqrt{2x^2-5x+3} = 1 - \sqrt{2x^2+2x+1} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x^2-5x+3} < 1 \\ \sqrt{2x^2+2x+1} \leq 1 \end{cases}$$

получается единственный корень $x = \frac{2}{7}$

$$\begin{cases} 2x^2-5x+3 < 1 \\ 2x^2+2x+1 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2-5x+2 < 0 \\ 2x^2+2x \leq 0 \end{cases}$$



Ответ: $\frac{2}{7}$.

$\emptyset$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

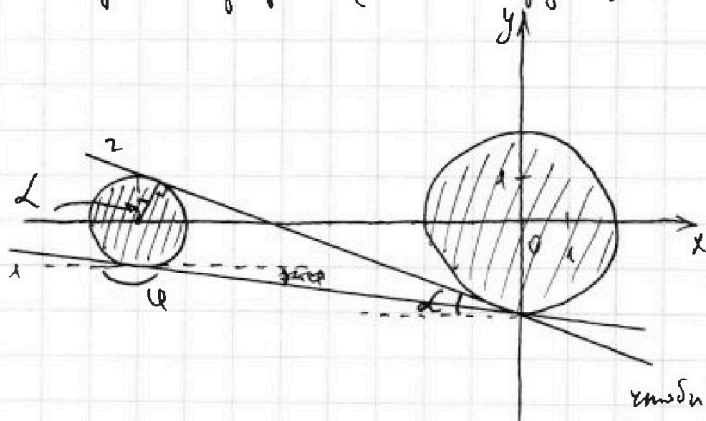
№6.

Рассмотрим второе уравнение.

$$(x+3)^2 + y^2 - 1(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 > 4 \\ (x+3)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \\ (x+3)^2 + y^2 > 1 \end{cases}$$

Построим график (это 2 круга).



первое уравнение - это ~~уравнение~~ ^{уравнение} $y = ax + (b)$ ^{ординаты точки пересечения с осью Oy.}
угловой коэффициент

ровно 2 решения будут, если прямая будет касаться окружностей 2-х окружностей (кругов)

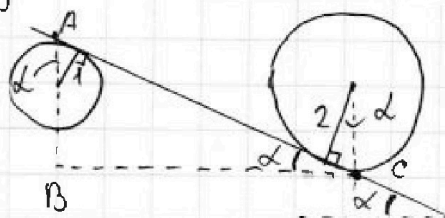
только 2 касательных, остальные 2 будут не считаться относительно оси Ox.

для касательной 1:

$$a = \tan \varphi = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{8}$$

тогда будет касательные: $y = \frac{1}{8}x + 2$ $a = \frac{1}{8}$ $b = 0,2$
 $y = -\frac{1}{8}x - 2$ $a = -\frac{1}{8}$ $b = -0,2$

для касательных 2:



для $\triangle ABC$:

$$a = \tan(180^\circ - \alpha) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{2}{\cos \alpha}}{8} =$$

$$= -\frac{3}{8} \cos \alpha = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \frac{3}{8}$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha = \frac{-\sqrt{55}}{8}$$

$$a = -\frac{\sqrt{55}}{8}$$

$$b = -\frac{16}{10\sqrt{55}}$$

$$a = \frac{\sqrt{55}}{8}$$

$$b = \frac{16}{10\sqrt{55}}$$

1 и 2 - функции и 2 уравнения касательные:

$$y = \frac{-\sqrt{55}}{8} - \frac{16}{\sqrt{55}}$$

$$y = \frac{\sqrt{55}}{8} + \frac{16}{\sqrt{55}}$$

Ответ: $y \in \left\{ \pm \frac{1}{8}; \pm \frac{3}{5\sqrt{55}} \right\}$

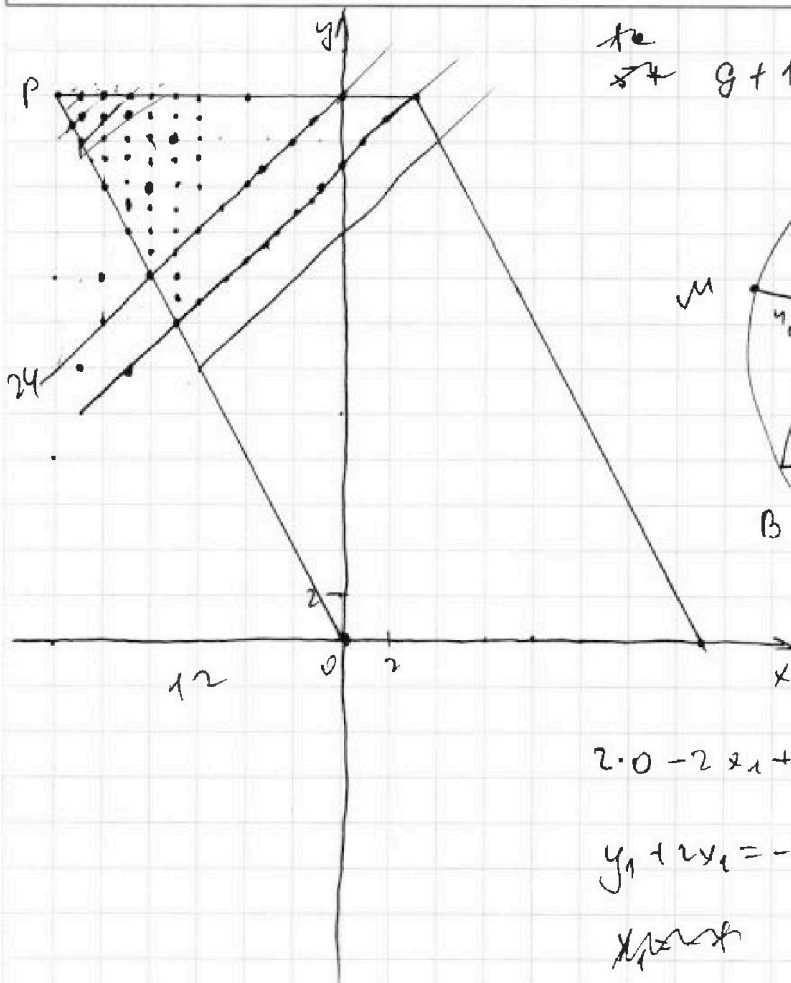
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

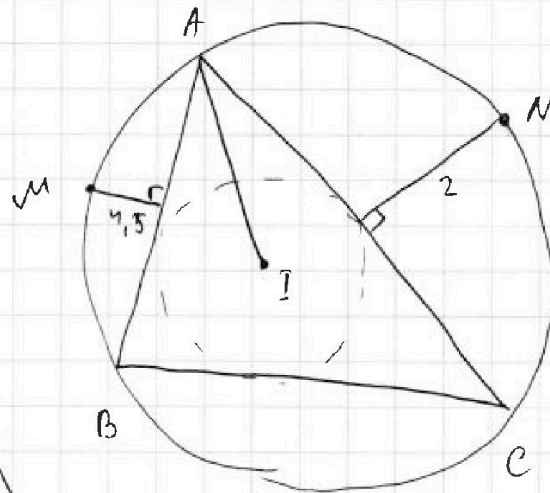
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x_1 = 8 + 12$$



$$2 \cdot 0 - 2x_1 + 0 - y_1 = 12$$

$$y_1 + 2x_1 = -12$$

$$x_1 = -6$$

$$y = -2x$$

$$2x_2 - 2x_1 - 2x_2 + 2x_1 = 12$$

$$\Delta y_{\max} = 24$$

$$\Delta x_{\max} = 24$$

$$\Delta x_{\min} = -18$$

$$\Delta x_{\max} = 6$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

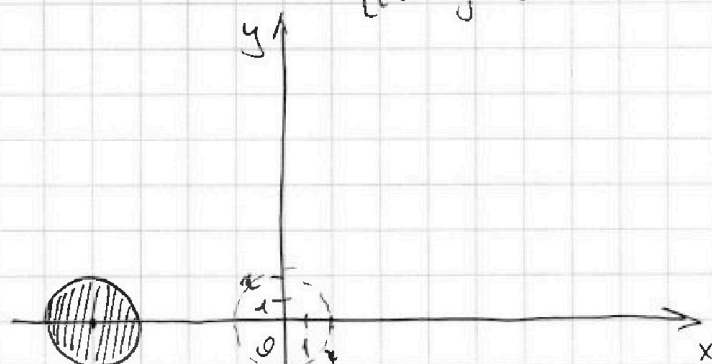
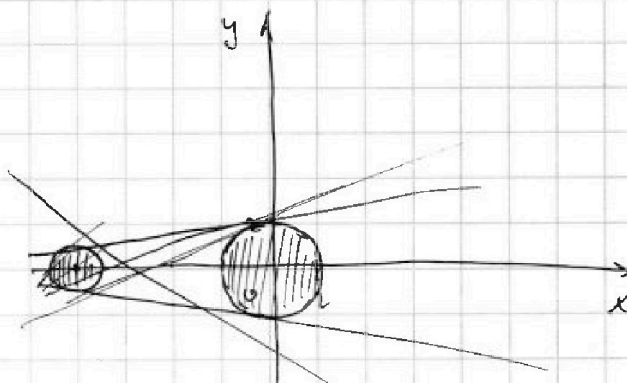
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

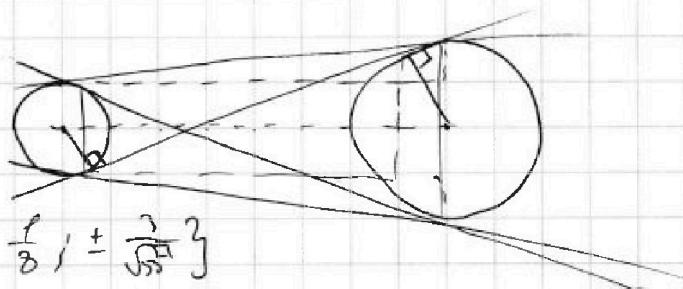
$$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 4 &= 0 \\ x^2 + y^2 &= 4 \end{aligned}$$

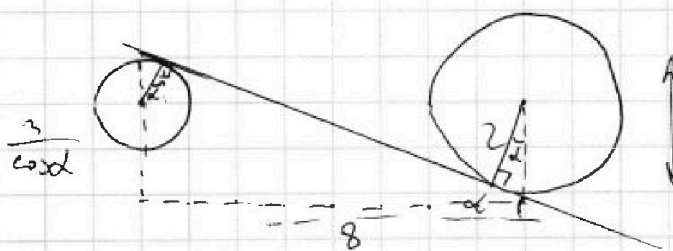
$$\begin{cases} x^2 + y^2 > 4 \\ (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ (x+8)^2 + y^2 > 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$$



$$y = ax + b$$



$$a \in \left\{ \frac{1}{8}, -\frac{1}{8}, \pm \frac{3}{\sqrt{55}} \right\}$$



$$\frac{2}{\cos \alpha} = \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{55}}$$

$$\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{2}{\cos \alpha} = \frac{3}{\cos \alpha}$$

$$\frac{3}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{8} \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{55}}{8}$$

$$\frac{3}{\cos \alpha} = a = \frac{3}{\sqrt{55}}$$

$$64 - 9 = 55$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$401^2 = 160000 + 800 + 1$$

4542

$$450^2 = 160000 + 40000 + 2500 = 202500$$

$$490^2 = 160000 + 8100 + 42000 = 240100$$

8000

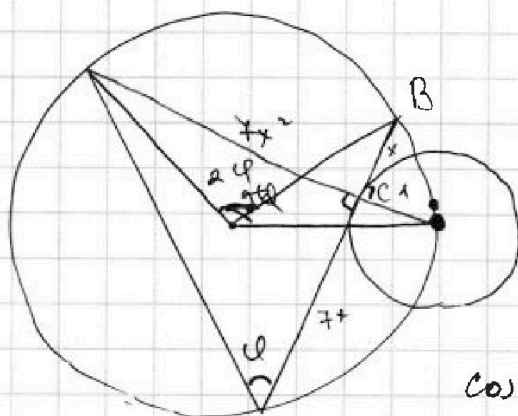
$$491^2 = 240100 + 2 \cdot 490 + 1 = 240100 + 980 + 1 = 241081$$

$$499^2 = (500-1)^2 = 250000 - 1000 + 1$$

$$49x^4 + x^2 = 49x^4 + 64x^2 - 2 \cdot 7x \cdot 8x \sqrt{x^2+1} \cdot \sqrt{\frac{1}{x^2+1}} =$$

$$49x^4 + x^2 = 49x^4 + 64x^2 - 56x \sqrt{x^2+1}$$

$$49x^4 + x^2 = 49x^4 + 64x^2 - 2 \cdot 7x \cdot 8x$$



$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$49x^4 + x^2 = 64x^2 + 49x^4 - 2 \cdot 7x \cdot 8x \sqrt{x^2+1} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$x^2 = 64x^2 + 49x^2 - 2 \cdot 56x^2$$

$$\cos 2\varphi = \frac{2}{x^2+1} - 1 = \frac{-x^2+1}{x^2+1}$$

$$t = x^2$$

$$49t^3 + 49t^2 + 14t^2 + 14t + 1 = 50t + 50 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \cdot \frac{1-t}{1+t}$$

$$49t^3$$

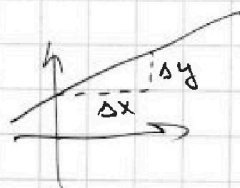
$$49x^4 + x^2 = 25 + 25 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{-x^2+1}{x^2+1}$$

$$49x^4$$

$$49t^3 + 49t^2 + t^2 + t = 50t + 50 - 50 + 50t$$

$$49t^3 + 50t^2 - 99t = 0$$

$$t(t-1)(49t+99) = 0$$



by yoy

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

y

$$\frac{8-70+147}{49} = \frac{8+23+41}{49}$$

$$3 \cdot 49 = 120 + 12$$

$$36 + 49 = 85$$

$$77 + 8$$

$$2x_1 - 2x_2 + y_1 - y_2 = 12$$

$$y_1 + 2x_1 + 12 = y_2 + 2x_2$$

$$(y_1 - y_2) + 2(x_1 - x_2) = -12$$

$$3y + 23x = -12$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & \begin{matrix} 9 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 8 & 1 & 3 & 3 & 2 \end{matrix} \\ & 9+6=2+2+2 \\ & 4+0=0+0+0 \\ & 2-6=3 \\ & 1-6=1 \\ & 2-6=4 \\ & 2-6=3=2+6=8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{8-5 \cdot 2 \cdot 7+3 \cdot 49}{49}} = \\ & = \frac{\sqrt{8-70+147}}{7} = \frac{\sqrt{85}}{7} \end{aligned}$$

$$77+8=85=5 \cdot 17$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x \\ & \sqrt{2x^2-5x+3} = 2-7x + \sqrt{2x^2+2x+1} \\ & \Delta = 25-4 \cdot 3 \cdot 2 = -11 < 0 \\ & \sqrt{2x^2-5x+3} \geq 2-7x \\ & 2x^2-5x+3 \geq (2-7x)^2 \\ & 2x^2-5x+3 \geq 4-28x+49x^2 \\ & -47x^2+23x-1 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -47x+2 = (2-7x)(\sqrt{\dots} + \sqrt{\dots}) \\ & \sqrt{\dots} + \sqrt{\dots} = 1 \\ & \sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1 \\ & \sqrt{2x^2-5x+3} = 1 - \sqrt{2x^2+2x+1} \\ & 2x^2-5x+3 = 1 - 2\sqrt{2x^2+2x+1} + 2x^2+2x+1 \\ & -7x+2 = -2\sqrt{2x^2+2x+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 49x^2 - 28x + 4 = 4x^2 + 8x + 4 \\ & 45x^2 - 36x = 0 \\ & x(45x - 36) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 \cdot 36 \cdot 36 - 5 \cdot 41 + 3 \cdot 41 \cdot 41 \\ & 41^2 \\ & \sqrt{41(123-5) + 1196} \\ & 41 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=\frac{36}{41} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 2x^2-5x+3 \leq 0 \\ & 2x^2-5x+2 \leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 2x^2+2x+1 \leq 1 \\ & 2x^2+2x \leq 0 \\ & 2x(x+1) \leq 0 \end{aligned}$$

$$-1; 0$$

$$\begin{aligned} & -1 \quad 0 \quad x \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &: 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc &: 2^{12} \cdot 7^{12} \\ ac &: 2^{20} \cdot 7^{17} \\ ab^2c &: 2^{21} \cdot 7^{27} \\ ac &: 2^{20} \cdot 7^{17} \end{aligned}$$

$$(abc)^2 : 2^{61} \cdot 7^{64}$$

$$2^{31} \cdot 7^{12}$$

$$\begin{aligned} ab &= 2^{15} \cdot 7^{10} \\ bc &= 2^{12} \cdot 7^{12} \\ ac &= 2^{20} \cdot 7^{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ab^2c &: 2^{21} \cdot 7^{27} \\ b &= 2^5 \\ ac &= 2^{20} \cdot 7^{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 2^9 \cdot 7^{20} \\ c &= 2^{12} \cdot 7^{17} \\ b &= 2^5 \end{aligned}$$

$$\frac{a^2b}{a^2 - 6ab + b^2} =$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x - 1} = 2 - 7x$$

$$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a+b}$$

$$(a^2 - 6ab + b^2)(a+b) =$$

$$\begin{aligned} ab &: 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc &: 2^{12} \cdot 7^{12} \\ ac &: 2^{20} \cdot 7^{17} \end{aligned}$$

$$b_{\max} : 2^5$$

$$(ab; a+b)$$

$$ab^2c : 2^{21} \cdot 7^{27}$$

$$\begin{aligned} (a+b; b) &= \\ (a; b) &= f \\ (b; a+b) & \end{aligned}$$

$$(a+b; a^2 - 6ab + b^2) = m$$

$$(a+b)^2 - 8ab = a^2 - 6ab + b^2$$

$$\begin{aligned} a &H \\ b &H \\ a+b &H \\ a^2+b^2 &H \end{aligned}$$

$$\frac{3}{5}$$

$$25 -$$

$$\frac{5}{7}$$

$$\frac{5}{7}$$

$$\frac{3+5}{9-90+25} = \frac{8}{-56} = -\frac{1}{7}$$

$$\frac{5+1}{25+49-210} = \frac{6}{-136} = -\frac{3}{68}$$

$$\frac{4+7}{16+49-168} = \frac{11}{-103} = -\frac{11}{103}$$

$$b(2a+b)$$

$$(a-3b)^2 - 4b^2 = (a-3b-2b)(a-3b+2b)$$

$$(a-b)^2 + (a-2b)^2 = 2a^2 - 6ab + 4b^2$$

$$2a^2 - 6ab + 4b^2 = a^2 - 7b^2$$

$$\frac{2}{5} \quad \frac{2+5}{4+25-60} = \frac{7}{-31}$$

$$\frac{2}{7} \quad \frac{2+7}{4+49-84} = \frac{9}{-31}$$

$$\frac{2}{3} \quad \frac{2+3}{4+9-36} = \frac{5}{-23}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

