



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 1

Запишем, что имеем  $ab:2^{14}$ ,  $bc:2^{17}$ ,  $ac:2^{10}$ , то  
 $a^2b^2c^2 = ab \cdot ac \cdot bc : 2^{14+17+20} \Rightarrow a^2b^2c^2 : 2^{51} \Rightarrow$  не  $a^2b^2c^2$ -  
 можно в квадрате, то  $a^2b^2c^2 : 2^{52} \Rightarrow abc : 2^{26}$ . Тогда,  
 т.к.  $ab:2^{14}$ ,  $bc:2^{17}$  и  $ac:2^{10}$ , то  $abc:2^{37}$ . Итак,  
 $abc : 2^{26} \cdot 7^{37} \Rightarrow \underline{abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}}$ . Пример на  $a, b, c$   
 $a = 2^9 \cdot 7^{17}$ ,  $b = 2^6$ ,  $c = 2^{11} \cdot 7^{20}$ , тогда  $ab:2^{14} \cdot 7^{10}$ ,  
 $bc:2^{17} \cdot 7^{17}$ ,  $ac:2^{10} \cdot 7^{37}$ , т.к.  $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$ .

Ответ:  $\min(abc) = 2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

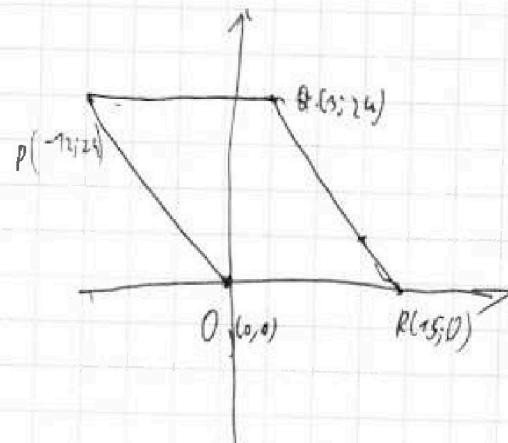
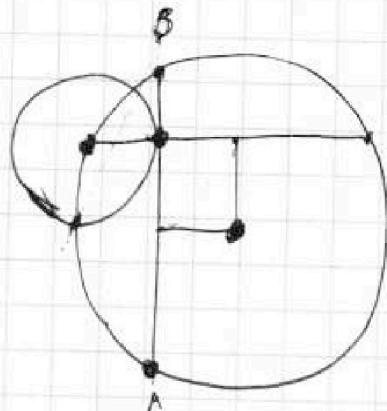
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1    2    3    4    5    6    7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y_1 = -2x$$

$$y_2 = -2x + 15$$

$$y_3 = 0$$

$$y_4 = 2x$$

$$-2x$$

$$y + 2x \geq 0$$

$$y + 2x \leq 15$$

$$y \geq 0$$

$$y \leq 2x$$

$$2x_1 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 12$$

$$y = 23 \quad x = 9$$

$$2x_1 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 12$$

$$2x_1 - y_1 = 3$$

$$\begin{matrix} 15 & 3 \\ 14 & 2 \\ 13 & 1 \\ 12 & 0 \end{matrix}$$

$$2x_1 + y_2 = 15$$

$$0 \leq y_2 \leq 2x_1$$

при первом же, т.е.

$$1 \dots 23 \rightarrow 772$$

$$12 \cdot 12 \quad 13$$

при втором же



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Ометьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 2

По условию  $a$  и  $b$  взаимно просты.

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{(a+b)}{(a+b)^2 - 8ab}. \text{ Рассмотрим наибольшее}$$

$m$  из условий. При неком  $m$   $\underline{(a+b) : m}$  и  $\underline{(a+b)^2 - 8ab : m}$

$\Rightarrow$  т.к.  $(a+b) : m$ , то  $\underline{8ab : m}$ . Тогда  $\text{НОД}(ab, a+b) = d$ ,

где  $d > 1$ , тогда  $d$  делит  $a$  делит  $b$  на какое-то деление

$d$ , найдем это  $q$ , то  $ab : q$ ,  $a : q$ , и  $a+b : d \Rightarrow$

$a+b : q \Rightarrow b : q \Rightarrow a : q = b : q \Rightarrow q = 1$ . Аналогично,

если  $b$  делится на какое-то деление  $d$ , найдем это  $p$ ,

то  $p = 1 \Rightarrow$  получим, что  $d = 1$ . Итак,  $\text{НОД}(a+b; ab) = 1$

$\Rightarrow \text{НОД}(a+b; 8ab) \leq 8 \Rightarrow$  максимальное

значение  $m \leq \text{НОД}(a+b; 8ab) \leq 8$ . Приведем пример

на  $m = 8$ ; берем  $a = 1, b = 7$ , тогда  $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} =$

$= \frac{7+1}{1-42+49} = \frac{8}{8} \Rightarrow$  можно сократить на 8

Пример;  $\text{насc}(m) = 8$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 3

Учебник математической  
литературы по-группам:

из точки  $O$  на окружности

$\Omega$  на прямую  $AB$  опущен

перпендикуляр  $OC$ ,  $OC=1$ , причем

$AC : CB = 7 : 1$ . Опустим из симметричной точки  $O_2$   
перпендикуль  $O_2C_2$ . Пусть  $CB=x$ , тогда  $AC_2=x$ ,  $CC_2=6x$   
и  $OD_2=6x$ , тогда  $S_{AO_2OB} = 1 \cdot \frac{O_2O+AB}{2} = 7x$  (запись)  
с другой стороны  $S_{AO_2OB} = S_{AO_2O} + S_{AO_2B} =$

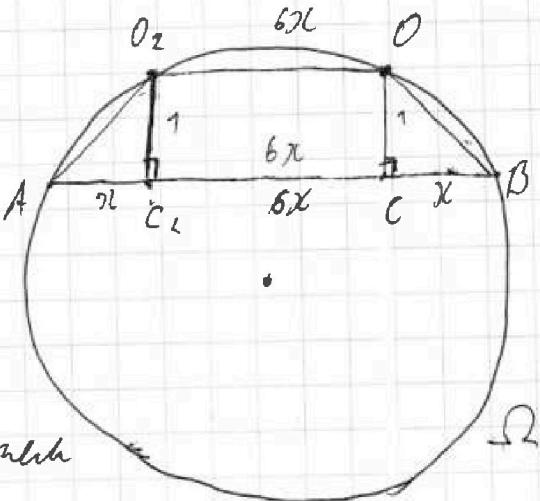
$$= \frac{AO_2 \cdot O_2O \cdot AO}{4R} + \frac{AO \cdot OB \cdot AB}{4R} = \frac{AO \cdot AO_2}{20} (O_2O + AB) =$$

$$= \frac{\sqrt{49x^2+1} \cdot \sqrt{x^2+1}}{20} \cdot 14x = 7x \Rightarrow$$

$$\sqrt{49x^2+1} \cdot \sqrt{x^2+1} = 10 \Rightarrow (49x^2+1)(x^2+1) = 100 \Rightarrow$$

$$[x=1] \Rightarrow [AB=8x=8]$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 4

Решите  $2x^2+2x+1 = y$ , тогда уравнение примет вид:

$$\sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y} = 2-7x.$$

Добавим замену ОДЗ:  $\begin{cases} 2x^2+5x+3 \geq 0 \Rightarrow (2x+3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -3] \cup [-1; \infty) \\ 2x^2+2x+1 > 0, \text{ т.к. } D = 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 < 0, \end{cases}$

т.е.  $x \in (-\infty; -3] \cup [-1; \infty)$ .

Изм  $\sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y} = 2-7x$ . заменим  $\sqrt{y+2-7x}$ ,  
(который  $> 0$ , т.к.  $\sqrt{y} > 0$ ):  $2-7x = (2-7x)(\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y})$

значит. либо  $2-7x = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$  - это корень в ОДЗ  $\checkmark$

либо  $\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y} = 1$ . Разделим 2 случая:

1)  $\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y} = 1$

$$(\sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y}) = 2-7x \Rightarrow 2\sqrt{y} = 7x-1 \Rightarrow$$

$4y = 49x^2 - 14x + 1$ , т.е.  $8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$  т.е.

$$41x^2 - 22x - 3 = 0 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82} = \frac{22 \pm \sqrt{484 + 492}}{82} =$$

$$= \frac{22 \pm 2\sqrt{61}}{82} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}, \text{ заметьте, что } 2\sqrt{61} < 2 \cdot 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41} < \frac{11 + 2 \cdot 8}{41} \leq 1 \Rightarrow \text{одна из этих корней входит}$$

в ОДЗ. Их мы получили корни  $\frac{2}{7}$ ,  $\frac{11+2\sqrt{61}}{41}$  и  $\frac{11-2\sqrt{61}}{41}$

Ответ:  $\frac{2}{7}; \frac{11+2\sqrt{61}}{41}; \frac{11-2\sqrt{61}}{41}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

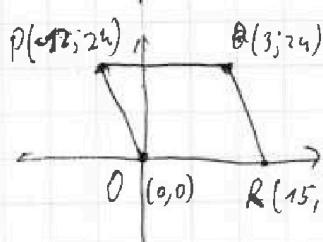
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**МФТИ**



### Задача 5

Найдите количество различных способов из 4 неравенств  
(и при этом, который его содержит);

$$OP: y+2x \geq 0, PQ: y \leq 2x; QR: y+2x \leq 30; OR: y \geq 0$$

Измакс:  $\begin{cases} 0 \leq y+2x \leq 30 \\ 0 \leq y \leq 24 \end{cases}$  - это верно для любой точки в  
параллелограмме  $OPQR$ . Рассмотрим пары  $A \cup B$ :

$$(2x_2+y_2) - (2x_1+y_1) = 12 \Rightarrow \text{т.к. } 0 \leq y_i+2x_i \leq 30, \text{ то}$$
  
будут такие пары:  $30-18; 29-17 \dots, 13-1; 12-0$ .

Рассмотрим пару, где  $(2x_2+y_2) \cup (2x_1+y_1)$  - линии, между  
к.к.  $0 \leq y_1, y_2 \leq 24$  и т.к. решения уравнения

$2x+y=k$  ( $k$  целое) в линиях лежат вдоль оси только  
при целых  $y_1$  и  $y_2$ , то  $y_1$  и  $y_2$  могут принимать  
только целые значения от 0 до 24 - все 13  $\Rightarrow$   
в при ограничениях целых  $k_1, k_2$  система  
уравнений  $\begin{cases} 2x_1+y_1=k_1 \\ 2x_2+y_2=k_2 \end{cases}$  имеет  $13 \cdot 13 = 169$  решений.

Причесано где первая пары: решения уравнений

$2x+y=k$ , где  $k$  целое вдоль оси лежат при целых  $y$  от  
0 до 24, может 12  $\Rightarrow$  система  $\begin{cases} 2x_1+y_1=k_1 \\ 2x_2+y_2=k_2 \end{cases}$  ( $k_1, k_2$  целые)

имеет  $12 \cdot 12 = 144$  решения

проверьте задачу 5 в Г. Справочник



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Чтобы мы поняли, что пара  $(2x_1+4y_2) - (2x_1+4y_1) = 72$   
имеет вид  $(30; 18), (29; 17) \dots (12; 0)$  т.к.  $0 \leq 2x_1+4y_1 \leq 30$ ,  
проверим пары, где  $2x_1+4y_2$  и  $2x_1+4y_1$  четные числа 169  
равных, а пары где  $2x_1+4y_2$  и  $2x_1+4y_1$  - нечетные числа  
144 равных, это значит, что есть 7 пар  
пар с четными  $(2x_1+4y_1 \text{ и } 2x_1+4y_2)$  более 10, а пар с  
нечетными  $2x_1+4y_1$  и  $2x_1+4y_2$  более 9, то более  
равных =  $169 \cdot 10 + 144 \cdot 9 = 1690 + 1440 - 144 = 2986$ ,  
т.к. равных в каждой паре парах не предполагается в  
82 всех парах равных результатов.

Ответ: 2986 пар



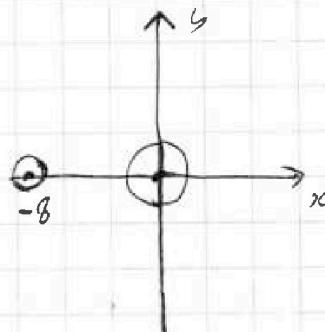
- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 6:

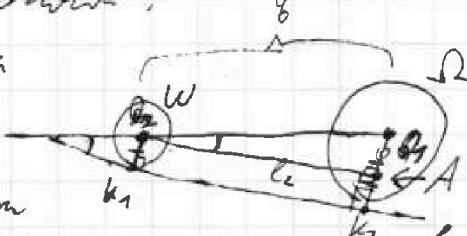
$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+b)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

из второго уравнения  
следует, что точка с коорд.  $x, y$



лежит либо внутри окружности с центром  $(0, 0)$  и  
радиусом 2, либо внутри окружности с центром  $(-b, 0)$   
и радиусом 1 (включая границы). Первое же уравнение  
задает прямую  $y = ax + 10b$ . Заметим, что если  
эта прямая пересекает хотя одну окружность, то  
плоскости декартовых координат  $\Rightarrow y = ax + 10b$  не пересекают  
окружности. А 2 плоскости вспомогательные только в  
том смысле, если прямая касается обеих окруж-  
ностей. Это значит, что надо найти такую  
 $a$  - 4 угла - какими и общих касательными к  
окружностям. Гипотенуза общего вспомогательного  
угла касательного к окружностям:

будет равна, находим углы



если наведем ее через

2)  $l_2 \parallel l_1$ , то пусть  $l_2$  пересечет  $k_1$   
радиус  $OA$  в точке  $A$ , тогда эта точка  
касания  $y = w$  и  $l_2$  это  $k_1$  и  $k_2$ , то  $O_2k_2k_1A$  - прямодел-  
нико  $\Rightarrow k_1O_2 \cdot k_2 = 1 \Rightarrow AO_2 = 1 \Rightarrow \angle O_2O_1A = \arcsin\left(\frac{AO_1}{O_1O_2}\right) =$   
 $= \arcsin\left(\frac{1}{8}\right) = \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{63}}\right) \Rightarrow \tg \angle O_1O_2A = \frac{1}{\sqrt{63}}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

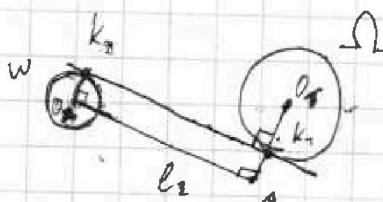
- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Чтобы, если  $a = \frac{1}{\sqrt{63}}$ , то общая касательная вспомогательной  
к  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  касательной к "верху" (т.к.  $a$ - это наименьший  
коэффициент), а т.к.  $O_1$  и  $O_2$  лежат на оси  $OX$ , то  
при  $a = -\frac{1}{\sqrt{63}}$  прямая  $y = ax + 106$  касательна к  
"низу" при соединении векторов  $b$ . Т.к. получим  
меньшую вспомогательную касательную;



Такую касательную касательные

к  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  в  $k_1$  и  $k_2$  симметричны,  
т.к. вектор  $O_1k_1$  прямой  $O_2k_2$  параллелен  
наименьшей касательной, тогда для  $b$  используем  
противоположные  $O_1k_1$  в точке  $A$ , т.к.  $O_1k_1k_2A$ -прямая.  
 $\Rightarrow \angle k_1k_2O_2 = 90^\circ = \angle O_2AO_1$  и  $O_1k_1 = r = Ak_1 \Rightarrow O_1A = 3$  и  $O_1O_2 = 8 \Rightarrow$   
 $\angle O_1O_2A = \arcsin\left(\frac{O_1A}{O_1O_2}\right) = \arcsin\left(\frac{3}{8}\right) = \arctg\left(\frac{3}{\sqrt{55}}\right) \Rightarrow$   
т.к.  $a = \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$  при соединении векторов  $b$  (т.к.  $O_1$  и  $O_2$  лежат на  $OX$ ) прямая  $ax + 106 = y$  является

вспомогательной касательной к  $w$  и  $\Omega$ . Чтобы  
бы вспомогательная касательная  $a$ , при которой  $y = ax + 106$   
имела форму касательной  $\Rightarrow$  т.к.  $+106$  - это значение  
противоположного вектора, то для каждого из  $a$  можно  
получить соединение векторов  $b \Rightarrow$  бессмысленно  
 $\pm \frac{3}{\sqrt{55}} \text{ и } \pm \frac{1}{\sqrt{63}}$ . Отврн:  $\pm \frac{3}{\sqrt{55}} \text{ и } \pm \frac{1}{\sqrt{63}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^{11} \cdot 7^{10}, bc: 2^{17} \cdot 7^{17}, ac: 2^{20} \cdot 7^{37}, \text{нага} \quad 14 + 17 + 20 = 51 \\ 10 + 17 + 37 = 64$$

$$ab^2c^2: 2^{51} \cdot 7$$

$$ab^2c^2: 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc: 2^{72} \cdot 7^{17}$$

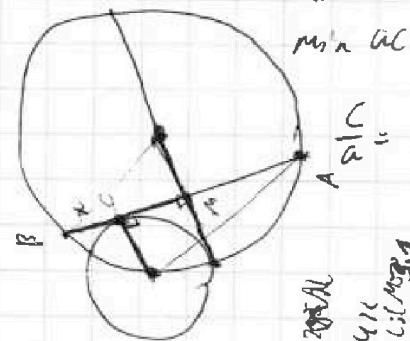
$$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$ab^2c^2: 2^{51} \cdot 7^{64}$$

$$ab^2c^2: 2^{26} \cdot 7^{32}$$

$$\frac{ab}{a^2 - 6abc+b^2} = \frac{ab}{(ab)^2 - 8ab}$$

$$(ab)^2, 8ab) - ?$$



$$\min ab = 2^{11} \cdot 7^{10}$$

$$\min bc = 2^{72} \cdot 7^{17}$$

$$\min ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \quad ab \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{2^3}{7^2}, \frac{a}{b} = \frac{a}{6}$$

$$ab \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$$

$$\max 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$bc = 2^{72} \cdot 7^{17} \quad ab: 2^{15} \cdot 7^{17}$$

$$ac: 2^{20} \cdot 7^{20}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline u=2^9 \cdot 7^{17} \\ b=2^6 \\ c=2^{11} \cdot 7^{20} \\ \hline \end{array}$$

$$(M: 2^{20} \cdot 7^{37})$$

$$872 \cdot 412 \cdot 143671$$

$$ab =$$

$$64 - 9 = 55$$

$$7,1$$

$$\frac{7+1}{7^2 - 6 \cdot 7 + 1} = \frac{8}{8} = 8$$

$$\frac{\sqrt{15-24}}{a} = 4 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$4 \geq 0$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$2x^2 - 5x = 2x^2 + 2x$$

$$\sqrt{y - 7x + 1} - \sqrt{y} = 2 - 7x$$

$$u=0, \text{ но } 2-7x=0 \Rightarrow x=\frac{2}{7}$$

$$\sqrt{y+a} - \sqrt{y} = a$$

$$\sqrt{y+a} = \sqrt{y} + a$$

$$\sqrt{y+a} \leq \sqrt{a} + \sqrt{y} \quad \begin{array}{l} 2066 \\ 744 \\ 3130 \end{array}$$

$$a = a(\sqrt{y+a} + \sqrt{y})$$

$$\sqrt{y+a} + \sqrt{y} = 1$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 169 \\ \hline 169 \end{array}$$

$$\sqrt{y+a} + \sqrt{y} = 1$$

$$\begin{array}{r} 1690 \\ 1690 \\ \hline 3380 \\ 3380 \\ \hline 2986 \end{array}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$2\sqrt{y+a} = a+1$$

$$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 3 - 7x$$

$$2 - 7x = 2 - 7x \left( \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right)$$

$$8x^2 - 20x + 12 = 49x^2 - 42x + 9$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \quad 121 \cdot 4 = 484$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x \quad 976 = 4 \cdot (9 \cdot 25 + 19) \cdot 4 \cdot (244) = 4 \cdot 4 \cdot (61)$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1 \quad \sin \frac{\pi}{8} \approx \frac{1}{\sqrt{63}} \quad \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82} < 4 \cdot \sqrt{61} < 4 \cdot 8$$

$$6x^2 + 6x + 9 = 49x^2 - 14x + 1 \quad 164 \cdot 3 = 492$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$x_1, x_2 = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 4 \cdot 123}}{82} \quad \frac{22 \pm \sqrt{484 + 492}}{82} = \frac{22 \pm}{82}$$

$$\frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} < 1$$

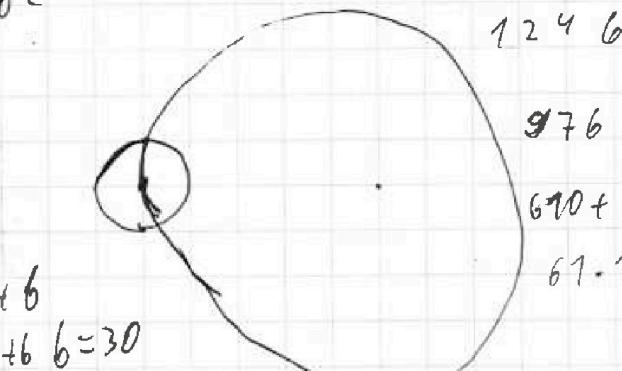
$$\frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} < 1$$

$$y \geq -2x$$

$$y + 2x \geq 0$$

$$y = -2x + b$$

$$y = -30 + b \quad b = 30$$



12 4 6

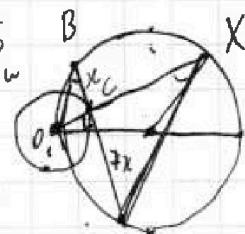
976

610 + 366

61 \cdot 16

$$12 + 2x = 30$$

21 9



AC : CB = 1 : 7

$$30 - 18$$

$$29 - 17$$

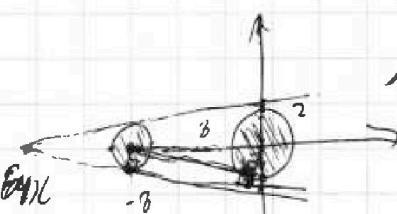
$$72 - 0$$

19

$$\frac{3}{8} \left( \frac{4}{3} \sin \frac{\pi}{8} \right) \frac{7x^2 + 1}{5} = \frac{1}{4}$$

$$y = ax + 106$$

$$\frac{cx}{ac} = \frac{48}{96} =$$



10

$$\frac{2x}{7x} = \frac{12}{4} \leq \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{\sqrt{7x^2}}$$

$$\frac{2}{7} = \frac{3}{1} = \frac{\sqrt{4x^2 + 49x^4}}{\sqrt{7x^2 + 1}}$$

$$x^2 - 4 = 4x^2 + 256 - 4 - 84x$$

$$3x^2 + 256 - 64x$$

$$x = 64 \pm \sqrt{64^2 - 4 \cdot 3 \cdot 256}$$

$$x(x+8) = x^2 - 7$$

$$x^2 + 8x = x^2 - 1$$

$$x = \dots \quad (x^2 + 8x) = x^2 - 1$$

$$\frac{7x \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{7x^2 + 1}}$$

$$y = ax + 106$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

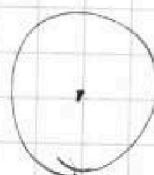
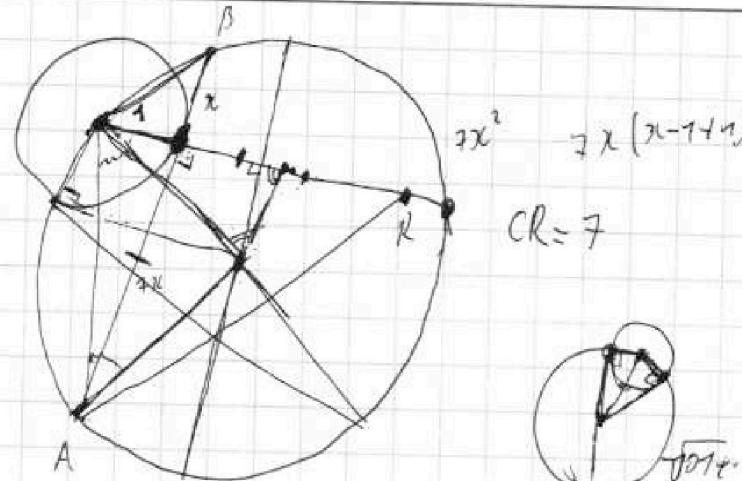
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

**МФТИ**

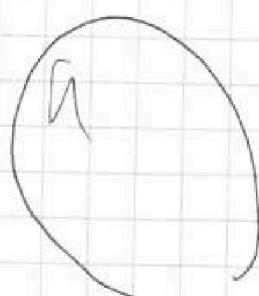
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

15.

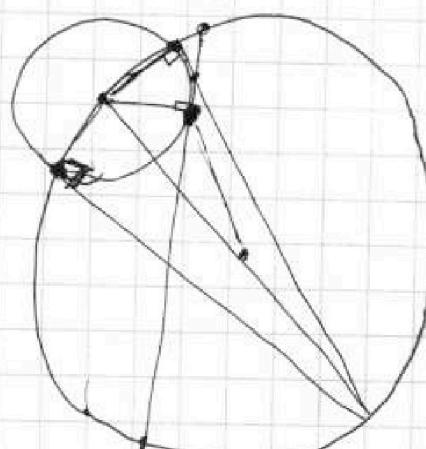


$$\frac{\alpha}{\text{стока}} = 2R$$

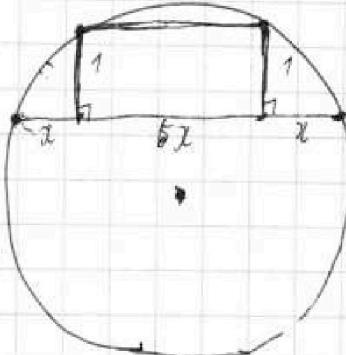
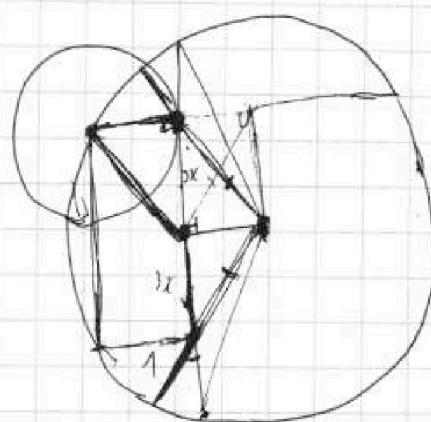
$$\frac{\alpha bc}{4R}$$



$$B \sqrt{49}$$



$$6R \frac{16x^2 + 1}{7x}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!