МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Заметим, что если $ab \vdots 2^{14}$, $bc \vdots 2^{17}$, $ac \vdots 2^{20}$, то $a^2b^2c^2 = ab\cdot ac\cdot bc \vdots 2^{14+17+20} \Rightarrow a^2b^2c^2 \vdots 2^{51} \Rightarrow$ т.к. $a^2b^2c^2$ – полный квадрат, то $a^2b^2c^2 \vdots 2^{52} \Rightarrow abc \vdots 2^{26}$. Также, т.к. $ab \vdots 7^{10}$, $bc \vdots 7^{17}$ и $ac \vdots 7^{37}$, то $abc \vdots 7^{37}$. Итак, $abc \vdots 2^{26}\cdot 7^{37} \Rightarrow \underline{abc \geq 2^{26}\cdot 7^{37}}$. Пример на a, b, c

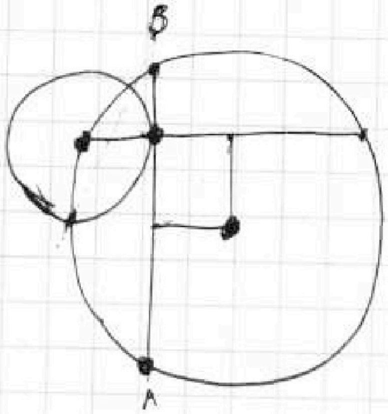
$a = 2^9\cdot 7^{17}$, $b = 2^6$, $c = 2^{11}\cdot 7^{20}$, тогда $ab \vdots 2^{14}\cdot 7^{10}$, $bc \vdots 2^{17}\cdot 7^{17}$, $ac \vdots 2^{20}\cdot 7^{37}$, причем $abc = 2^{26}\cdot 7^{37}$.

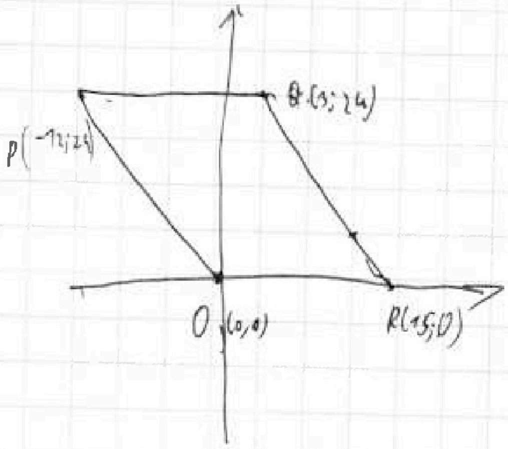
Ответ: $\min(abc) = 2^{26}\cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





$y_1 = -2x$

$y_2 = -2x + 15$

$y_3 = 0$

$y_4 = 24$

$-2x$

$$\begin{cases} y + 2x \geq 0 \\ y + 2x \leq 15 \\ y \geq 0 \\ y \leq 24 \\ 2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 12 \end{cases}$$

$a\ 2^9 \cdot 7^{11}$

$b = 2^6 \cdot$

$c = 2^{11} \cdot 7^{20}$

$a c$ v

$b c$ v

$a b$ v

2^{16}

$y = 23 \quad x = -4$

$2x_i + y_i - (2x_j + y_j) = 12$

15	3
14	2
13	1
12	0

$2x + y = 3$

$2x + y = 15$

$0 \leq y \leq 24$

при нечетных р.d.

$1 \ldots 23 \to 12$

$12 \cdot 12 \qquad 13$

при четных

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

По условию a и b взаимно просты.

$\dfrac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \dfrac{(a+b)}{(a+b)^2-8ab}$. Рассмотрим наибольшее m из условия. При каком m $\underline{(a+b)\,\vdots\, m}$ и $((a+b)^2-8ab)\,\vdots\, m$

$\Rightarrow$ т.к. $(a+b)^2 \vdots\, m$, то $\underline{8ab \,\vdots\, m}$. Пусть НОД$(ab, a+b)=d$, где $d>1$, тогда если a делится на какой-то делитель d, назовем его q, то $ab \,\vdots\, q$, $a \,\vdots\, q$, и $a+b \,\vdots\, d \Rightarrow$ $a+b \,\vdots\, q \Rightarrow b \,\vdots\, q \Rightarrow a \,\vdots\, q$ и $b \,\vdots\, q \Rightarrow q=1$. Аналогично, если b делится на какой-то делитель d, назовем его p, то $p=1 \Rightarrow$ получим, что $d=1$. Итак, НОД$(a+b; ab)=1$ $\Rightarrow$ НОД$(a+b; 8ab) \le 8 \Rightarrow$ ~~т.к.~~ максимальное значение $m \le$ НОД$(a+b; 8ab) \le 8$. Приведем пример на $m=8$; возьмем $a=1$, $b=7$, тогда $\dfrac{a+b}{a^2-6ab+b^2} =$ $= \dfrac{7+1}{1-42+49} = \dfrac{8}{8} \Rightarrow$ можно сократить на 8

Ответ: $\max(m) = 8$

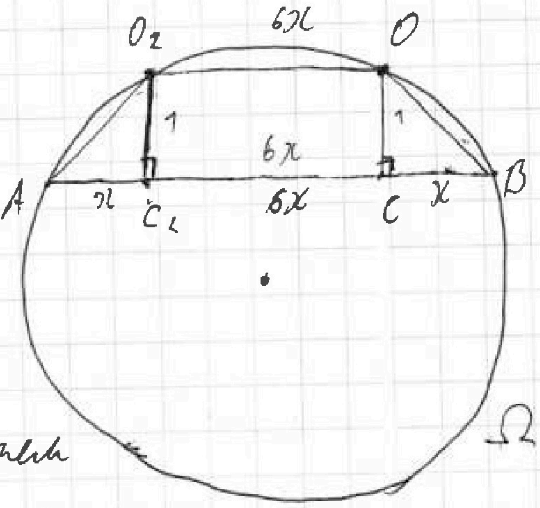
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 3



Условие можно переформулировать по-другому:

Из точки O на окружности Ω на хорду AB опущен перпендикуляр OC, $OC=1$, причем $AC:CB=7:1$. Опустим из симметричной точки O_2 проекцию O_2C_2. Пусть $CB=x$, тогда $AC_2=x$, $CC_2=6x$ и $OO_2=6x$, тогда $S_{AO_2OB}=1\cdot\frac{O_2O+AB}{2}=7x$ (т.к. это р/б трапеция)

с другой стороны $S_{AO_2OB}=S_{AO_2O}+S_{AOB}=$

$$=\frac{AO_2\cdot O_2O\cdot AO}{4R}+\frac{AO\cdot OB\cdot AB}{4R}=\frac{AO\cdot AO_2}{2O}(O_2O+AB)=$$

$$=\frac{\sqrt{49x^2+1}\cdot\sqrt{x^2+1}}{20}\cdot 14x=7x \Rightarrow$$

$$\sqrt{49x^2+1}\cdot\sqrt{x^2+1}=10 \Rightarrow (49x^2+1)(x^2+1)=100 \Rightarrow$$

$\boxed{x=1} \Rightarrow \boxed{AB=8x=8}$

Ответ: 8

Задача 4

Пусть $2x^2+2x+1=y$, тогда условие примет вид:

$\sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y} = 2-7x$.

Давайте запишем ОДЗ: $\begin{cases} 2x^2-5x+3\geq 0 \Rightarrow (2x-3)(x-1)\geq 0 \Rightarrow x \notin (1;\frac{3}{2}) \\ 2x^2+2x+1>0, \text{т.к. } D = 2^2-4\cdot 2\cdot 1<0, \end{cases}$

т.е. $x\notin(1;\frac{3}{2})$.

Итак $\sqrt{y+2-7x}-\sqrt{y} = 2-7x$. Домножим на $\sqrt{y}+\sqrt{y+2-7x}$, (который >0, т.к. $\sqrt{y}>0$): $2-7x=(2-7x)(\sqrt{y+2-7x}+\sqrt{y})$

значит либо $2-7x=0 \Rightarrow x=\frac{2}{7}$ — входит в ОДЗ ✓

либо $\sqrt{y+2-7x}+\sqrt{y}=1$. Разберем 2 случай:

Итак: $\begin{cases} \sqrt{y+2-7x}+\sqrt{y}=1 \\ \sqrt{y+2-7x}-\sqrt{y}=2-7x \end{cases} \Rightarrow 2\sqrt{y} = 7x-1 \Rightarrow$

$4y=49x^2-14x+1$, т.е. $8x^2+8x+4=49x^2-14x+1$ т.е.

$41x^2-22x-3=0 \Rightarrow x_1,x_2=\frac{22\pm\sqrt{22^2+4\cdot 3\cdot 41}}{82}=\frac{22\pm\sqrt{484+492}}{82}=$

$=\frac{22\pm 4\sqrt{61}}{82}=\frac{11\pm 2\sqrt{61}}{41}$. Заметим, что $2\sqrt{61}<2\cdot 8\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{11\pm 2\sqrt{61}}{41}<\frac{11+2\cdot 8}{41}\leq 1 \Rightarrow$ оба этих корня входят в ОДЗ. Итак получили корни $\frac{2}{7}$, $\frac{11+2\sqrt{61}}{41}$ и $\frac{11-2\sqrt{61}}{41}$

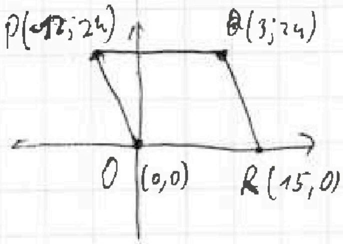
Ответ: $\frac{2}{7}$; $\frac{11+2\sqrt{61}}{41}$; $\frac{11-2\sqrt{61}}{41}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5



Наш параллелограмм задаётся системой из 4 неравенств (4 прямые, которые его высекают);

$OP: y+2x \geq 0$, $PQ: y \leq 24$; $QR: y+2x \leq 30$; $OR: y \geq 0$

Итак: $\begin{cases} 0 \leq y+2x \leq 30 \\ 0 \leq y \leq 24 \end{cases}$ - это верно для любой точки в параллелограмме OPQR. Рассмотрим точки A и B:

$(2x_2+y_2)-(2x_1+y_1)=12 \Rightarrow$ т.к. $0 \leq y_i+2x_i \leq 30$, то будут такие пары: $30-18$; $29-17$ ... $13-1$; $12-0$.

Рассмотрим пары, где $(2x_2+y_2)$ и $(2x_1+y_1)$ - чётные, тогда т.к. $0 \leq y_1, y_2 \leq 24$ и т.к. решение уравнения $2x+y=k$ (k чётное) в целых числах возможно только при чётных y_1 и y_2, то y_1 и y_2 могут принимать только чётные значения от 0 до 24 - их 13 $\Rightarrow$ при фиксированных чётных k_1 и k_2 система уравнений $\begin{cases} 2x_1+y_1=k_1 \\ 2x_2+y_2=k_2 \end{cases}$ имеет $13 \cdot 13 = 169$ решений.

Аналогично для нечётной пары: решение уравнения $2x+y=k$, где k нечётное возможно только при нечётных y от 0 до 24, таких 12 $\Rightarrow$ система $\begin{cases} 2x_1+y_1=k_1 \\ 2x_2+y_2=k_2 \end{cases}$ (k_1 и k_2 нечётные) имеет $12 \cdot 12$ решений $=144$ решения

продолжение задачи 5 на сл. странице

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

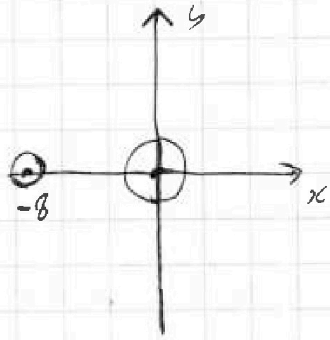
МФТИ

Итак мы поняли, что пары $(2x_2+y_2)-(2x_1+y_1)=12$ имеют вид $(30;18),(29;17)\dots(12;0)$ т.к. $0\le 2x+y\le 30$, причем пара, где $2x_2+y_2$ и $2x_1+y_1$ четные имеет 169 решений, а пара где $2x_2+y_2$ и $2x_1+y_1$ - нечетные имеет 144 решения, это значит, что если у нас пар с четными $(2x_1+y_1$ и $2x_2+y_2)$ всего 10, а пар с нечетными $2x_1+y_1$ и $2x_2+y_2$ всего 9, то всего решений $=169\cdot 10+144\cdot 9=1690+1440-144=2986$, т.к. решения в любых двух парах не пересекаются и во всех парах решения различны.

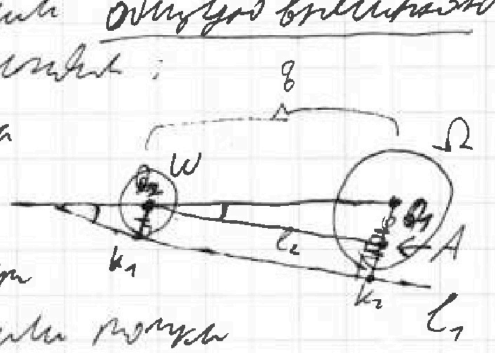
Ответ: 2986 пар

Задача 6:

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4) \le 0 \end{cases}$$



Из второго уравнения следует, что точка с коорд. x, y лежит либо внутри окружности с центром $(0;0)$ и радиусом 2, либо внутри окружности с центром $(-8;0)$ и радиусом 1 (включая границу). Первое же уравнение задает прямую $y = ax + 10b$. Заметим, что если эта прямая пересекает хоть одну окружность, то решений бесконечно много $\Rightarrow$ $y = ax+10b$ не пересекает окружности. А 2 решения возможны только в том случае, если прямая касается обеих окружностей. Это значит, что надо найти 4 параметра a – 4 угла наклона 4 общих касательных к окружностям. Рассмотрим общую внешнюю касательную к окружностям:



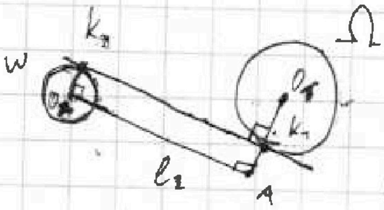
пусть это l_1 на чертеже, тогда если провести через O_2 $l_2 \parallel l_1$, то пусть l_2 пересечет радиус Ω в точке A, тогда если точки касания у ω и Ω это K_1 и K_2, то $O_2K_1K_2A$ – прямоугольник $\Rightarrow K_1O_2 = AK_2 = 1 \Rightarrow AO_1 = 1 \Rightarrow \angle O_1O_2A = \arcsin\left(\frac{AO_1}{O_1O_2}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{8}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{63}}\right) \Rightarrow \operatorname{tg}\angle O_1O_2A = \frac{1}{\sqrt{63}}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Итак, если $a = \frac{1}{\sqrt{63}}$, то общая касательная внешняя к Ω и ω касается их „сверху" (т.к. a — это тангенс угла наклона), а т.к. O_1 и O_2 лежат на оси OX, то при $a = -\frac{1}{\sqrt{63}}$ прямая $y = ax + 10b$ касается их „снизу" при соответствующем b. Рассмотрим теперь внутреннюю касательную:



Пусть касательная касается Ω и ω в k_1 и k_2 соответственно, проведем через O_2 прямую l_2 параллельно нашей касательной, тогда если l_2 пересекает продолжение O_1k_1 в точке A, то т.к. $O_2k_2k_1A$ — прямоугольн., то $\angle k_2k_1O_1 = 90° = \angle O_2AO_1$ и $O_2k_2 = 1 = Ak_1 \Rightarrow O_1A = 3$ и $O_1O_2 = 8 \Rightarrow$
$\angle O_1O_2A = \arcsin\left(\frac{O_1A}{O_1O_2}\right) = \arcsin\left(\frac{3}{8}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{3}{\sqrt{55}}\right) \Rightarrow$
при $a = \pm\frac{3}{\sqrt{55}}$ при соответствующих b (и т.к. O_1 и O_2 лежат на OX) прямая $ax + 10b = y$ является общей внутренней касательной к ω и Ω. Итак мы нашли 4 параметра a, при которых $y = ax + 10b$ может быть касательной $\Rightarrow$ т.к. $+10b$ — это движение прямой вверх-вниз, то для каждого из a можно подобрать соответствующее $b \Rightarrow$ всего 4 параметра $\pm\frac{3}{\sqrt{55}}$ и $\pm\frac{1}{\sqrt{63}}$. Ответ: $\pm\frac{3}{\sqrt{55}}$ и $\pm\frac{1}{\sqrt{63}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab \vdots 2^{14} 7^{10}$ $bc \vdots 2^{17} \cdot 7^{27}$, $ac \vdots 2^{20} \cdot 7^{37}$ тогда

$14+17+20=51$

$10+17+37=64$

$a^2b^2c^2 \vdots 2^{51} \cdot 7$

$\min ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$

$\min bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$

$\min ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$

$a^2b^2c^2 \geq 2^{51} \cdot 7^{64}$

$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$

$abc \geq \boxed{2^{26} \cdot 7^{32}}$

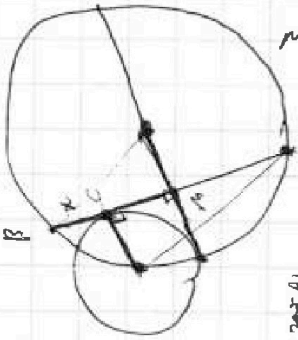
$ab \geq 2^{14} \cdot 7^{10}$

$bc \geq 2^{17} \cdot 7^{17}$

$ac \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$

$a^2b^2c^2 \geq 2^{51} \cdot 7^{64}$

$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$



$\frac{c}{a} = \frac{2^3}{7^7}$, $\frac{a}{b} =$

$\max 2^{20}, 7^{37}$

$ab \vdots 2^{15} \cdot 7^{17}$

$bc = 2^{20} \cdot 7^{27}$

$bc \vdots 2^{17} \cdot 7^{20}$

$ac \vdots 2^{20} \cdot 7^{32}$

$abc =$

$a = 2^{9} \cdot 7^{17}$

$b = 2^{6}$

$c = 2^{11} \cdot 7^{20}$

$64 - 9 = 55$

$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$

$((a+b)^2, 8ab) - ?$

$7, 1$

$\boxed{\frac{7+1}{7^2 - 6 \cdot 7 + 1} = \frac{8}{8} = 8}$

$\frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{4}$

$(1; \frac{3}{2})$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$

$2x^2 - 5x \quad 2x^2 + 2x$

$\sqrt{y - 7x + 2} - \sqrt{y} = 2 - 7x$

$a = 0$, то $2 - 7x = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$

$\sqrt{y + a} - \sqrt{y} = a$

$\sqrt{y+a} = \sqrt{y} + a$

$\sqrt{y+a} \leq \sqrt{a} + \sqrt{y}$

$2566 + 144 = 3130$

144

169

$a = a(\sqrt{y+a} + \sqrt{y})$

$\sqrt{y+a} + \sqrt{y} = 1$

$\sqrt{y+a} + \sqrt{y} = 1$

$\sqrt{y+a} - \sqrt{y} = a$

$2\sqrt{y+a} = a + 1$

$1690 + 1440 = 3130$

144

2986

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$

$2 - 7x = 2 - 7x(\sqrt{2x^2 + 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$

$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 3 - 7x$

$8x^2 - 20x + 12 = 49x^2 - 42x + 9$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}=1$

$121\cdot 4=484$

$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x$

$976=4\cdot(9\cdot 25+19)=4\cdot(244)=4\cdot 4\cdot(61$

$2\sqrt{2x^2+2x+1}=7x-1$

$\sin\frac{1}{8}$ $tg\frac{1}{\sqrt{63}}$ $\frac{22\pm 4\sqrt{61}}{82}$ $<4\cdot\sqrt{61}<4\cdot 8$

$4\cdot 7$

$8x^2+8x+4=49x^2-14x+1$

$164\cdot 3=492$

$\frac{22+4\sqrt{61}}{82}<1$

$41x^2-22x-3=0$

$x=\frac{22\pm\sqrt{22^2+4\cdot 123}}{82}=$ $\frac{22\pm\sqrt{484+492}}{82}=22\pm$

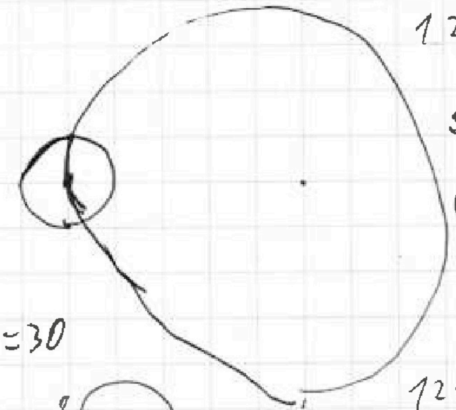
$\frac{22-4\sqrt{61}}{82}<1$

1 2 4 6

$\frac{11\pm 2\sqrt{61}}{41}$

$y\geq -2x$

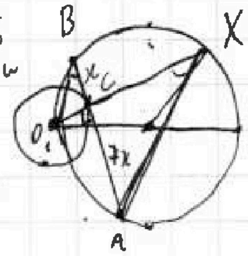
$y+2x\geq 0$



976

$610+366$

$61\cdot 16$



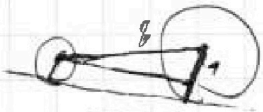
$y=-2x+6$

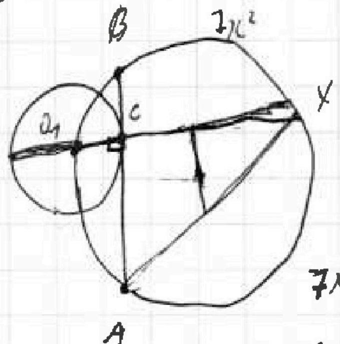
$y=-30+6$ $6=30$

$12+2x=30$

21 9

$AC:CB=1:7$



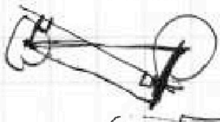


$30-13$

$29-17$

$\boxed{\sin\frac{1}{8}}$

$12-0$



19

$\frac{3}{8}$ $\boxed{\sin\left(\frac{3}{8}\right)}$ $\frac{\frac{7x^2+1}{2}}{5}=\frac{1}{4}$

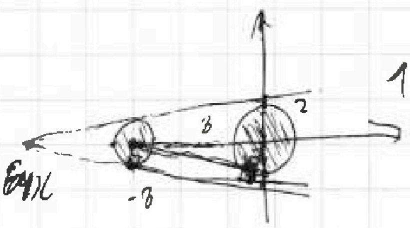
$y=ax+106$

$\frac{CX}{AC}=\frac{CB}{OC}=$

$\frac{x^2-4}{(x-8)^2-1}=4$

10

$\frac{y}{7x}=\frac{x}{1}=\frac{\sqrt{\;}}{\sqrt{\;}}$



$\frac{y}{x}=\frac{7x}{1}=\frac{\sqrt{49x^2+49x^4}}{\sqrt{x^2+1}}$

$x^2-4=4x^2+256-4-64x$

$3x^2+256-64x$

$x=64\pm\sqrt{\;}$

$x(x+8)=x^2-1$

$\frac{7x\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$

$y=ax+106$

$x^2+8x=x^2-1$

$x=$

$=|x|-8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

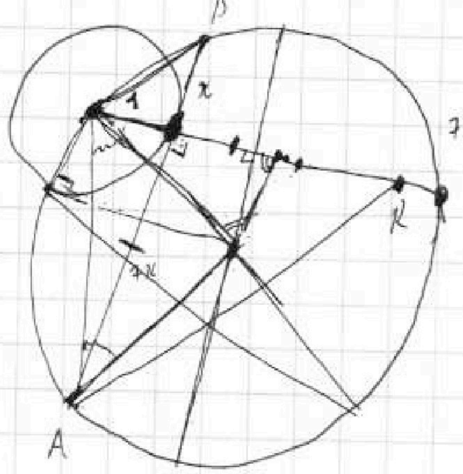
Если отмечено более одной задачи или не отмечено **ни** одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

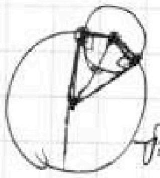
МФТИ

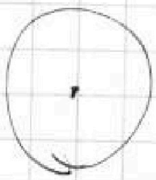
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$7x^2$ $7x(x-1+1)$

$CR=7$

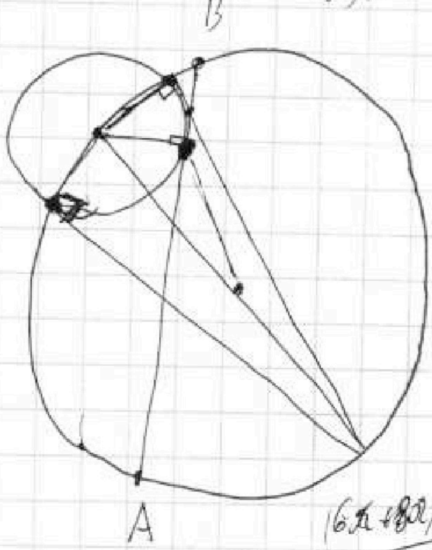




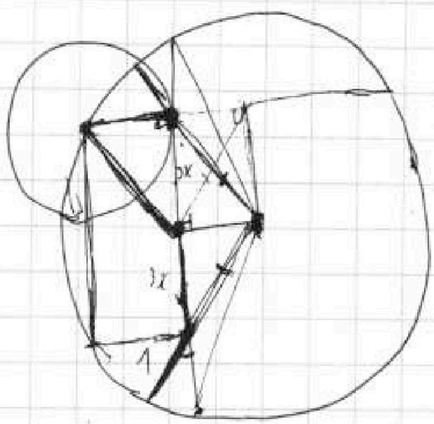
$\frac{a}{\sin a}=2R$

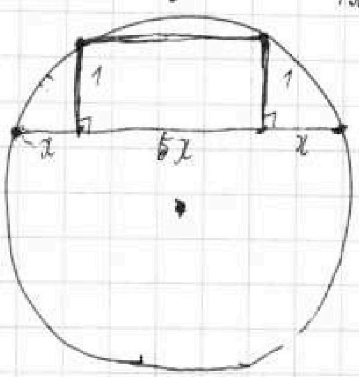
$\frac{abc}{4R}$

$\sqrt{49}$



$\frac{(6x+8x)\cdot 1}{7x}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено **ни** одной задачи,
страница считается **черновиком** и **не проверяется**. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ