



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Замечают, что даны  $ab: 2^{14}$ ,  $bc: 2^{17}$ ,  $ac: 2^{20}$ , но

$$a^2 b^2 c^2 = ab \cdot ac \cdot bc : 2^{14+17+20} \Rightarrow a^2 b^2 c^2 : 2^{51} \Rightarrow \text{н.к. } a^2 b^2 c^2 -$$

минимум квадрата, но  $a^2 b^2 c^2 : 2^{52} \Rightarrow abc : 2^{26}$ . Нам же,

н.к.  $ab: 2^{14}$ ,  $bc: 2^{17}$  и  $ac: 2^{20}$ , но  $abc: 2^{37}$ . Умно,

$$abc : 2^{26} \cdot 7^{37} \Rightarrow \underline{abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}}. \text{ Нумер на } a, b, c$$

$$a = 2^9 \cdot 7^{17}, b = 2^6, c = 2^{11} \cdot 7^{20}, \text{ тогда } ab: 2^{14} \cdot 7^{10},$$

$$bc: 2^{17} \cdot 7^{17}, ac: 2^{20} \cdot 7^{37}, \text{ нуль } abc = 2^{26} \cdot 7^{37}.$$

$$\text{Ответ: } \min(abc) = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

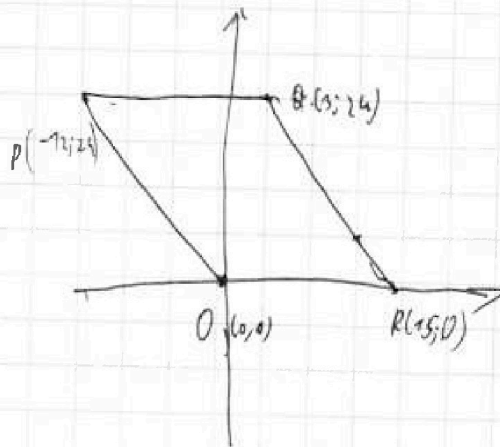
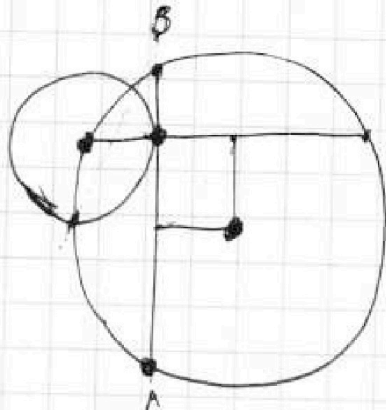


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.  
 Отметьте крестиком номер задачи,  
 решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
 страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 y_1 &= -2x \\
 y_2 &= -2x + 15 \\
 y_3 &= 0 \\
 y_4 &= 24
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^7 \cdot 7^{11} \\
 b &= 2^6 \\
 c &= 2^{11} \cdot 7^{20}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a & < > b \\
 b & < > c \\
 a & < > c
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 y + 2x > 0 \\
 y + 2x \leq 15 \\
 y \geq 0 \\
 y \leq 24 \\
 2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 12
 \end{cases}$$

$$2x_1 + y_1 - (2x_2 + y_2) = 12$$

|    |   |                    |
|----|---|--------------------|
| 15 | 3 | $2x + y = 3$       |
| 14 | 2 | $2x + y = 15$      |
| 13 | 1 | $0 \leq y \leq 24$ |
| 12 | 0 |                    |

$$0 \leq y \leq 24$$

при  $x=0, y=24$

$$1 \dots 23 \rightarrow 12$$

$$12 \dots 13$$

при  $x=12, y=0$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

## Задача 2

По условию  $a$  и  $b$  взаимно просты.

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{(a+b)}{(a+b)^2-8ab}$$

$m$  из условия. При этом  $(a+b):m$  и  $((a+b)^2-8ab):m$

$\Rightarrow m \mid (a+b):m$ , то  $8ab:m$ . Пусть  $\text{НОД}(ab, a+b)=d$ ,

где  $d>1$ , тогда либо  $a$  делится на какой-то делитель

$d$ , разобрав по  $q$ , то  $ab:q$ ,  $a:q$ , и  $a+b:d \Rightarrow$

$a+b:q \Rightarrow b:q \Rightarrow a:q$  и  $b:q \Rightarrow q=1$ . Аналогично,

либо  $b$  делится на какой-то делитель  $d$ , разобрав по  $p$ ,

то  $p=1 \Rightarrow$  не подходит, то  $d=1$ . Итак,  $\text{НОД}(a+b; ab)=1$

$\Rightarrow \text{НОД}(a+b; 8ab) \leq 8 \Rightarrow$  ~~максимальное~~

значение  $m \leq \text{НОД}(a+b; 8ab) \leq 8$ . Приведем пример

на  $m=8$ : возьмем  $a=1, b=7$ , тогда  $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} =$

$$= \frac{7+1}{1-42+49} = \frac{8}{8} \Rightarrow$$
 можно сократить на 8

Пример:  $\text{max}(m) = 8$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

ЛФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3  
Условие можно переформулировать так-губильный:

Из точки  $O$  на окружности

$\Omega$  на хорду  $AB$  опущена перпендикуляр  $OC$ ,  $OC=1$ , причем

$AC:CB=7:1$ . Опустив из центра окружности точку  $O_2$  перпендикуляр  $O_2C$ . Пусть  $CB=x$ , тогда  $AC=7x$ ,  $AC_2=x$ ,  $CC_2=6x$

и  $O_2O=6x$ , тогда  $S_{AO_2OB} = 1 \cdot \frac{O_2O \cdot AB}{2} = 7x$  (так как  $7x=10$ )

с другой стороны  $S_{AO_2OB} = S_{AO_2O} + S_{AO_2B} =$

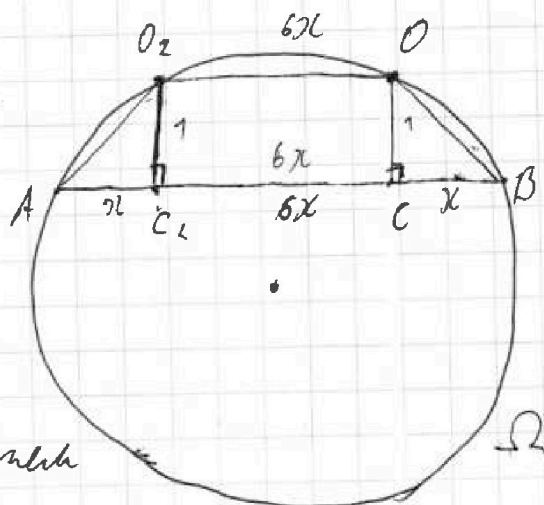
$$= \frac{AO_2 \cdot O_2O \cdot AO}{4R} + \frac{AO \cdot OB \cdot AB}{4R} = \frac{AO \cdot AO_2}{20} (O_2O + AB) =$$

$$= \frac{\sqrt{49x^2+1} \cdot \sqrt{x^2+1}}{20} \cdot 14x = 7x \Rightarrow$$

$$\sqrt{49x^2+1} \cdot \sqrt{x^2+1} = 10 \Rightarrow (49x^2+1)(x^2+1) = 100 \Rightarrow$$

$$\boxed{x=1} \Rightarrow \boxed{AB=8x=8}$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 4

Пусть  $2x^2 + 2x + 1 = y$ , тогда уравнение примет вид:  
 $\sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y} = 2-7x$ .

Дадиме формулы ОДЗ:  $(2x^2 - 5x + 3) \geq 0 \Rightarrow (2x-3)(x-1) \geq 0 \Rightarrow x \in (1; \frac{3}{2})$   
 $(2x^2 + 2x + 1 > 0, \text{ т.к. } D = 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 < 0,$   
т.е.  $x \in (1; \frac{3}{2})$ .

Умножим  $\sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y} = 2-7x$  на сопряженное  $\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y}$ ,  
(который  $> 0$ , т.к.  $\sqrt{y} > 0$ ):  $2-7x = (2-7x)(\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y})$

значит либо  $2-7x=0 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$  - вступает в ОДЗ  $\checkmark$

либо  $\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y} = 1$ . Разберем 2 случая;

Умножим:  $\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y} = 1$

$$\left( \sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y} = 2-7x \Rightarrow 2\sqrt{y} = 7x-1 \Rightarrow \right.$$

$4y = 49x^2 - 14x + 1$ , т.е.  $8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$  т.е.

$$41x^2 - 22x - 3 = 0 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82} = \frac{22 \pm \sqrt{484 + 492}}{82}$$

$$= \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}, \text{ замечая, что } 2\sqrt{61} < 2 \cdot 8 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41} < \frac{11 + 2 \cdot 8}{41} \leq 1 \Rightarrow$  оба этих корня впадают

в ОДЗ. Умножив найденные корни  $\frac{2}{7}$ ,  $\frac{11+2\sqrt{61}}{41}$  и  $\frac{11-2\sqrt{61}}{41}$

Ответы:  $\frac{2}{7}$ ;  $\frac{11+2\sqrt{61}}{41}$ ;  $\frac{11-2\sqrt{61}}{41}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

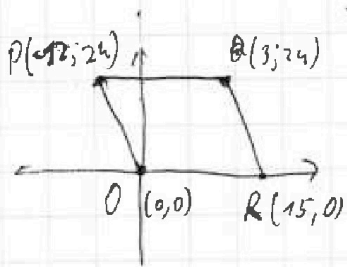


|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 5



Нам параллелограмм заданной  
 вершиной из 4 неравенств  
 (и прямые, которые его выключают);

OP:  $y + 2x \geq 0$ , PQ:  $y \leq 24$ ; QR:  $y + 2x \leq 30$ ; OR:  $y \geq 0$

Итак:  $\begin{cases} 0 \leq y + 2x \leq 30 \\ 0 \leq y \leq 24 \end{cases}$  - это верно для любой точки в параллелограмме

параллелограмме OPQR. Рассчитаем разность A и B:

$(2x_2 + y_2) - (2x_1 + y_1) = 12 \Rightarrow$  т.к.  $0 \leq y_i + 2x_i \leq 30$ , то

следует разность разности:  $30 - 18; 29 - 17 \dots 13 - 1; 12 - 0$ .

Рассчитаем разность, где  $(2x_2 + y_2)$  и  $(2x_1 + y_1)$  - разности, разность

т.к.  $0 \leq y_1, y_2 \leq 24$  и т.к. разности удовлетворяют

$2x + y = k$  (k целое) в любом случае разности разности

мы имеем  $y_1$  и  $y_2$ , то  $y_1$  и  $y_2$  могут принимать

только целые значения от 0 до 24 - все 13  $\Rightarrow$

в том ограниченном диапазоне  $k_1, k_2$  целых

уравнений  $\begin{cases} 2x_1 + y_1 = k_1 \\ 2x_2 + y_2 = k_2 \end{cases}$  целых  $13 \cdot 13 = 169$  решений.

Аналогично для целых разности: разности уравнений

$2x + y = k$ , где k целое, в любом случае разности разности y от

0 до 24, разности 12  $\Rightarrow$  целых  $\begin{cases} 2x_1 + y_1 = k_1 \\ 2x_2 + y_2 = k_2 \end{cases}$  ( $k_1, k_2$  целые)

целых  $12 \cdot 12$  решений = 144 решений

выполнено задание 5 на 100%.





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Иногда мне попадали, что пара  $(2x_2 + y_2) - (2x_1 + y_1) = 72$   
каким бы  $(30; 18), (29; 77) \dots (12; 0)$  так  $0 \leq 2x + y \leq 30$ ,  
какая пара, где  $2x_2 + y_2$  и  $2x_1 + y_1$  меньше или равно 169  
плотнее, а пара где  $2x_2 + y_2$  и  $2x_1 + y_1$  - наоборот меньше  
144 плотнее, это значит, что если у нас  
пара с меньшими  $(2x_1 + y_1$  и  $2x_2 + y_2)$  было 10, а пара с  
наоборотными  $2x_1 + y_1$  и  $2x_2 + y_2$  было 9, то было  
плотнее  $= 169 \cdot 10 + 144 \cdot 9 = 1690 + 1440 - 144 = 2986$ ,  
так плотнее в каждой точке парам не перекрываются и  
во всех парам плотнее результат.

Ответ: 2986 пар

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!



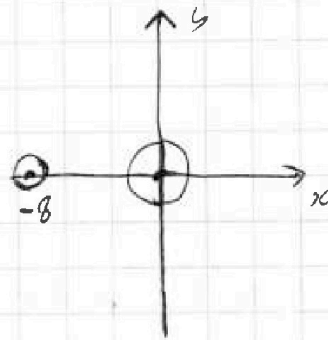
Задача 6:

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+b)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

из второго уравнения

следует, что точка с коорд.  $x, y$

лежит либо внутри окружности с центром  $(0; 0)$  и радиусом 2, либо внутри окружности с центром  $(-b; 0)$  и радиусом 1 (включая границу). Первое из уравнений задает прямую  $y = ax + 10b$ . Заметим, что если эта прямая пересекает хотя бы одну окружность, то прямая  $y = ax + 10b$  не пересекает окружность. 2 прямая возможна только в том случае, если прямая касается обеих окружностей. Это значит, что надо найти угловое расстояние  $\alpha$  - угла наклона и обеих касательных к окружностям. Заметим объемно взаимно касательную к окружностям:



пусть  $l_1$  и  $l_2$  - прямые, тогда

если прямые параллельны

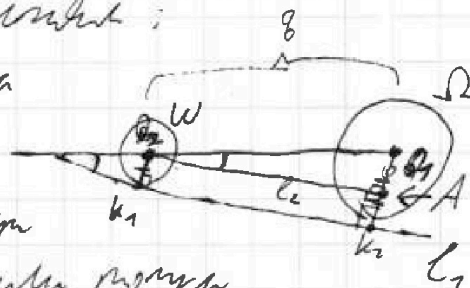
$l_2 \parallel l_1$ , то пусть  $l_2$  касается

радиуса  $\Omega$  в точке  $A$ , тогда пусть точка

касания  $y$  и  $\Omega$  это  $k_1 k_2$ , но  $O_1 k_1 k_2 A$  - прямоуголь-

ник  $\Rightarrow k_1 O_1 = A k_2 = 1 \Rightarrow A O_1 = 1 \Rightarrow \angle O_1 O_2 A = \arcsin\left(\frac{A O_1}{O_1 O_2}\right) =$

$= \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow \text{tg} \angle O_1 O_2 A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .







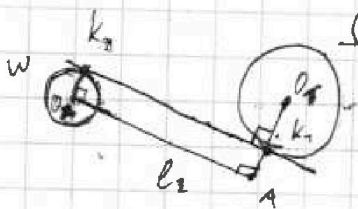
На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Уточню, если  $a = \frac{1}{\sqrt{63}}$ , то отрезок касательной принадлежит к  $\Omega$  и  $W$  касательна на "вершине" (т.к.  $a$  - это касательная к кривой), а т.к.  $O_1$  и  $O_2$  лежат на оси  $Ox$ , то при  $a = -\frac{1}{\sqrt{63}}$  прямая  $y = ax + 106$  касательна на "низи" при соприкосновении в. Диаметр  $mn$  перпендикулярен касательной:



Углов касательной касательна  $\Omega$  и  $W$  в  $k_1$  и  $k_2$  соответственно, проведем отрез  $O_2$  перпендикулярно  $l_2$  перпендикулярно касательной касательной, тогда если  $l_2$  перпендикулярно  $O_2k_2$  в точке  $A$ , то т.к.  $O_2k_2k_1A$  - прямоугольник, то  $\angle k_2k_1O_2 = 90^\circ = \angle O_2AO_1$  и  $O_2k_2 = 1 = Ak_1 \Rightarrow O_1A = 3$  и  $O_1O_2 = 8 \Rightarrow$

$\angle O_1O_2A = \arcsin\left(\frac{O_1A}{O_1O_2}\right) = \arcsin\left(\frac{3}{8}\right) = \arctg\left(\frac{3}{\sqrt{55}}\right) \Rightarrow$

при  $a = \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$  при соприкосновении в (т.к.  $O_1$  и  $O_2$  лежат на  $Ox$ ) прямая  $ax + 106 = y$  является

отрезок выпуклости касательной к  $W$  и  $\Omega$ . Уточню

мы рассуждали и параллельно  $a$ , при которой  $y = ax + 106$

касательна кривой касательной  $\Rightarrow$  т.к.  $+106$  - это значение

прямой вверх-вниз, то тут конуса из  $a$  можно

позволяем соприкосновению в  $\Rightarrow$  всего 4 направления

$\pm \frac{3}{\sqrt{55}}$  и  $\pm \frac{1}{\sqrt{63}}$ . Ответ:  $\pm \frac{3}{\sqrt{55}}$  и  $\pm \frac{1}{\sqrt{63}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab: 2^{10} \cdot 7^{10}$     $bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$     $ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$  , тогда

$14 + 17 + 20 = 51$   
 $10 + 17 + 37 = 64$

$a^2 b^2 c^2: 2^{51} \cdot 7^{64}$

$\min ab = 2^4 \cdot 7^{10}$

$a^2 b^2 c^2 \geq 2^{51} \cdot 7^{64}$

$ab \geq 2^4 \cdot 7^{10}$

$\min bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$

$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$

$bc \geq 2^{17} \cdot 7^{17}$

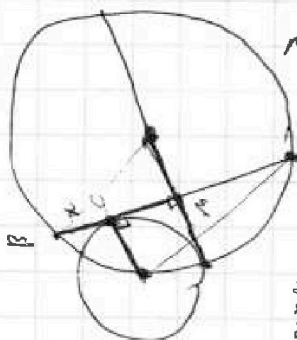
$\min ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$

$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$

$ac \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$

$a^2 b^2 c^2 \geq 2^{51} \cdot 7^{64}$

$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$



$\frac{c}{a} = \frac{2^3}{7^2}, \frac{a}{b} =$

$(AM) = \frac{1}{2} BC$   
 $87c = 411$   
 $11c = 1053$

тогда  $2^{20} \cdot 7^{37}$

$bc = 2^{20} \cdot 7^{32}$

$ab: 2^{15} \cdot 7^{17}$

$bc: 2^{17} \cdot 7^{20}$

$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$

$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} \geq \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$

$abc =$

$a = 2^9 \cdot 7^{17}$   
 $b = 2^6 \cdot 7^{20}$   
 $c = 2^{11} \cdot 7^{20}$

$((a+b)^2, 8ab) - ?$     $7, 1$

$64 - 9 = 55$

$\frac{7+1}{7^2 - 6 \cdot 7 + 1} = \frac{8}{8} = 8$

$\frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = 3$     $4 \geq 0$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$

$2x^2 - 5x$     $2x^2 + 2x$

$\sqrt{y - 7x + 1} - \sqrt{y} = 2 - 7x$

$x=0$ , но  $2 - 7x = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$

$\sqrt{y+a} - \sqrt{y} = a$

$\sqrt{y+a} = \sqrt{y} + a$

$\sqrt{y+a} \leq \sqrt{a} + \sqrt{y}$

$a = a(\sqrt{y+a} + \sqrt{y})$

$\sqrt{y+a} + \sqrt{y} = 1$

$\sqrt{y+a} + \sqrt{y} = 1$

$\sqrt{y+a} - \sqrt{y} = a$

$2\sqrt{y+a} = a+1$

$\begin{array}{r} 2566 \\ + 744 \\ \hline 3310 \\ + 444 \\ \hline 169 \end{array}$

$\begin{array}{r} 1690 \\ + 1440 \\ \hline 3130 \\ + 144 \\ \hline 2986 \end{array}$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$

$2 - 7x = 2 - 7x(\sqrt{2x^2 + 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$

$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 3 - 7x$

$8x^2 - 20x + 12 = 49x^2 - 42x + 9$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$121 \cdot 4 = 484$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$976 = 4 \cdot (9 \cdot 25 + 19) = 4 \cdot (244) = 4 \cdot 4 \cdot 61$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1 \quad \sin \frac{1}{8} \approx \frac{1}{\sqrt{63}} \quad \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82} < 4 \cdot \sqrt{61} < 4 \cdot 8$$

$$6x^2 + 6x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$164 \cdot 3 = 492$$

$$\frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} < 1$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 4 \cdot 41 \cdot 3}}{82} = \frac{22 \pm \sqrt{484 + 492}}{82} = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82}$$

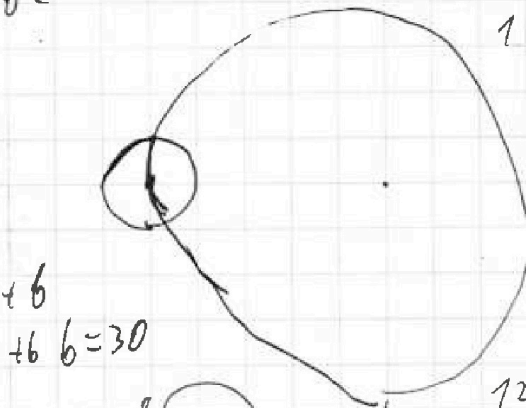
$$\frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} < 1$$

$$y \geq -2x$$

$$y + 2x \geq 0$$

$$y = -2x + 6$$

$$y = -30 + 6 \quad 6 = 30$$

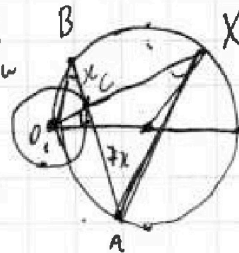


$$1246$$

$$976$$

$$670 + 366$$

$$67 - 16$$



$$\frac{22 \pm \sqrt{61}}{41}$$

$$12 + 2x = 30$$

$$21 \cdot 9$$

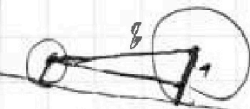
$$AC : CB = 1 : 7$$

$$30 - 18$$

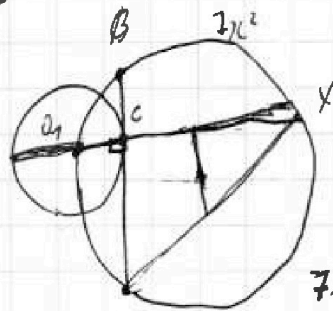
$$29 - 17$$

$$12 - 0$$

$$19$$



$$\sin \frac{1}{8}$$



$$\frac{3}{8} \left( \frac{1}{\sqrt{63}} \right) \frac{7x^2 + 1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$y = ax + b$$

$$\frac{CX}{AC} = \frac{CB}{BC}$$

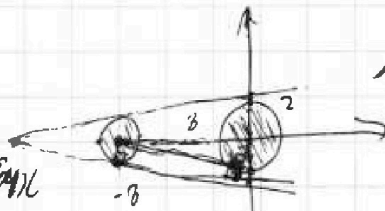
$$x^2 - 4 = 4$$

$$(x - 8)^2 = 1$$

$$x^2 - 4 = 4x^2 + 256 - 4 - 64x$$

$$3x^2 + 256 - 64x$$

$$x = \frac{64 \pm \sqrt{\dots}}{6}$$



$$10$$

$$x(x + 8) = x^2 - 1$$

$$x^2 + 8x = x^2 - 1$$

$$x = \dots$$

$$|x - 8| = |x - 8|$$

$$\frac{y}{7x} = \frac{x}{1} = \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{\sqrt{4x^2 + 1}}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{7x}{1} = \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{\sqrt{4x^2 + 1}}$$

$$\frac{7x \sqrt{4x^2 + 1}}{\sqrt{4x^2 + 1}}$$

$$y = ax + b$$



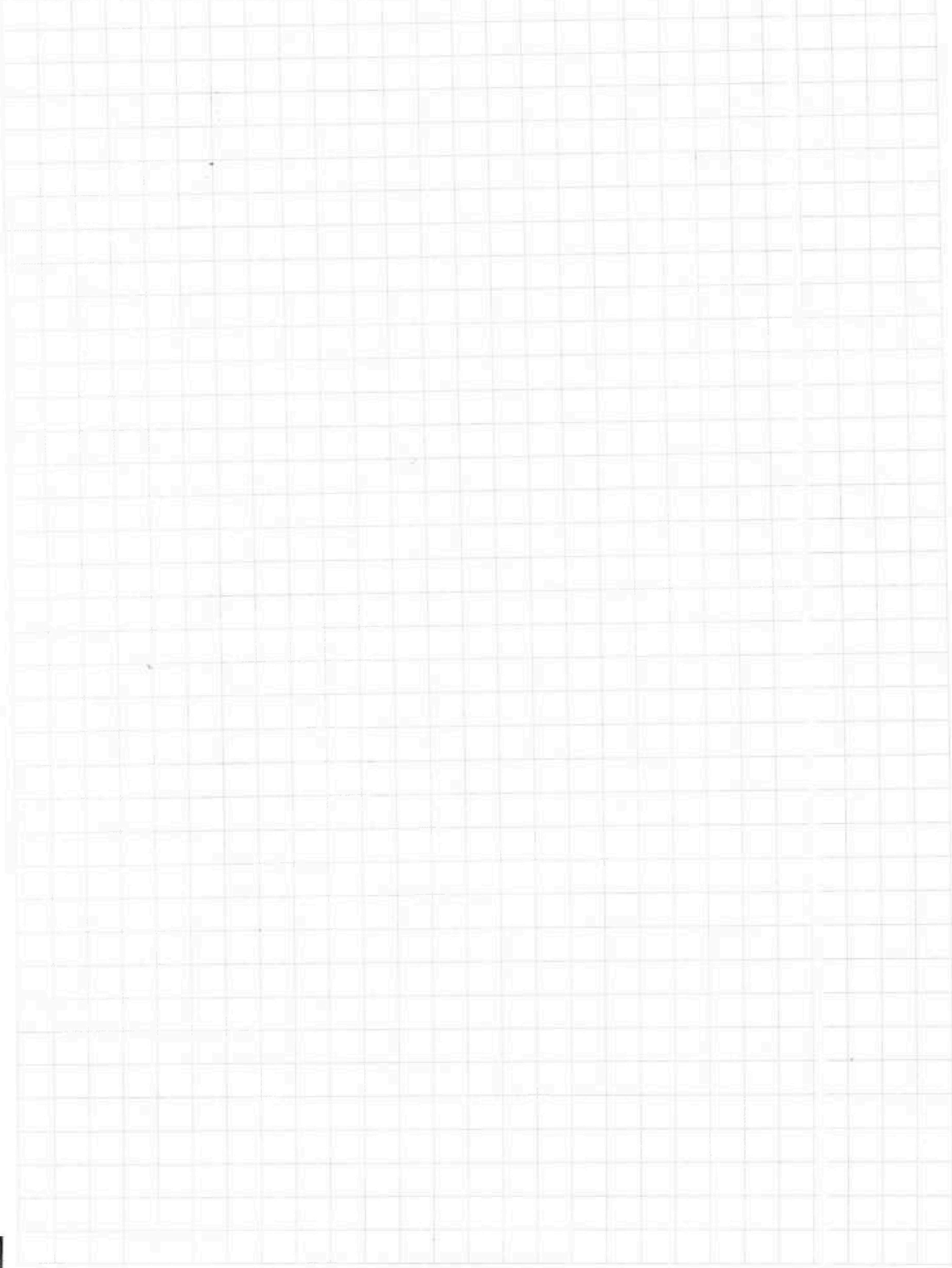
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



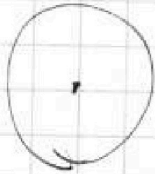
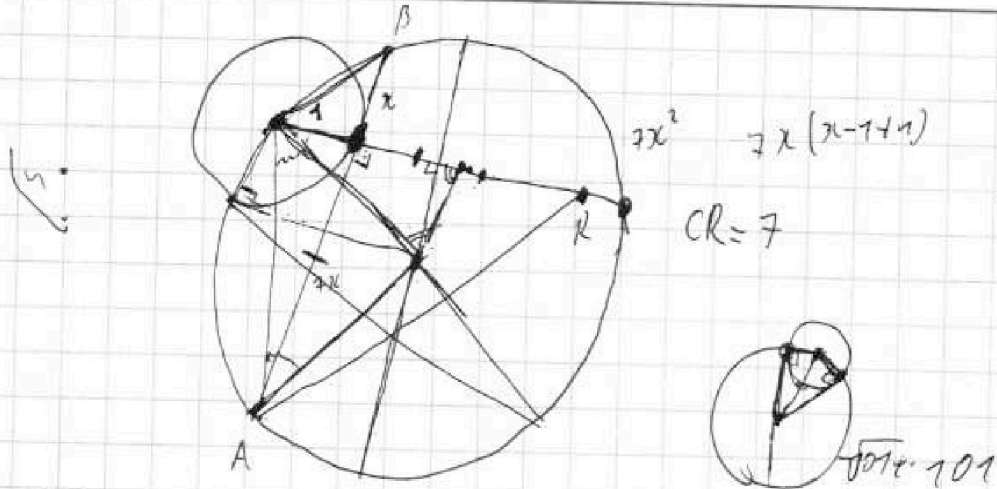


На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
 Отметьте крестиком номер задачи,  
 решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

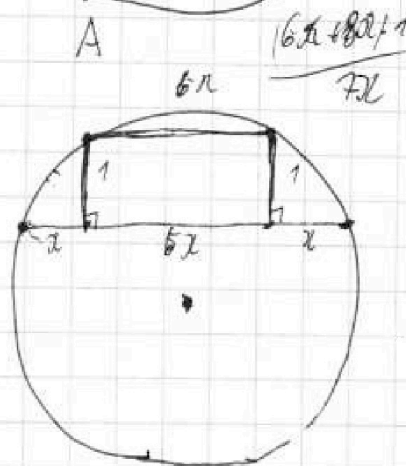
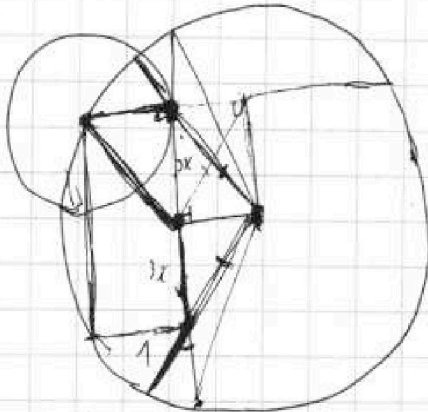
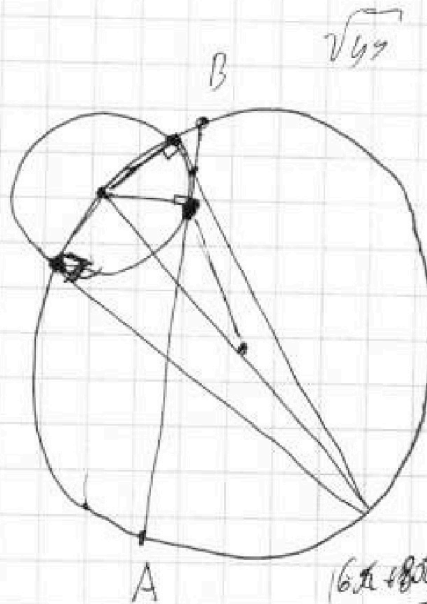
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
 страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a}{\sin A} = 2R$$

$$\frac{abc}{4R}$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

