



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 10

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b$ , с таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ , а  $c$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{aligned} ab : 2^{15} \cdot 7^{11} &\Rightarrow ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot k \quad (k \in \mathbb{N}) \\ bc : 2^{17} \cdot 7^{18} &\Rightarrow bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot l \quad (l \in \mathbb{N}) \\ ac : 2^{23} \cdot 7^{39} &\Rightarrow ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot m \quad (m \in \mathbb{N}) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \Rightarrow a^2 b^2 c^2 = 2^{15+17+23} \cdot 7^{11+18+39} \cdot k \cdot l \cdot m \\ = 2^{55} \cdot 7^{68} \cdot k \cdot l \cdot m \end{array} \right\}$$

Обозначим степени в скобках  $2^{4x} \cdot 7^y \cdot abc$  за  $x$  и  $y$  соответ.

$$abc = 2^x \cdot 7^y \cdot n \quad (n \in \mathbb{N}, x, y \in \mathbb{Z}, x \geq 0, y \geq 0), \quad n \neq 1, n \neq 7$$

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{2x} \cdot 7^{2y} \cdot n^2 \\ 2^{2x} \cdot 7^{2y} \cdot n^2 = 2^{55} \cdot 7^{68} \cdot k \cdot l \cdot m, \quad n \neq 1, n \neq 7 \Rightarrow 2^{2x} : 2^{55}, 7^{2y} : 7^{68} \Rightarrow 2x \geq 55,$$

$$2y \geq 68 \Rightarrow x \geq \frac{55}{2} = 27\frac{1}{2}, \quad y \geq 34, \quad x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \geq 28.$$

$$abc : 2^x \cdot 7^y \Rightarrow abc : 2^{28} \cdot 7^{34} \Rightarrow abc \geq 2^{28} \cdot 7^{34}$$

Пример на  $abc = 2^{28} \cdot 3^{34}$ ,

$$a = 2^{10} \cdot 7^6, \quad b = 2^5 \cdot 7^5, \quad c = 2^{13} \cdot 7^{23}$$

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}, \quad bc : 2^{17} \cdot 7^{18}, \quad ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

Ответ:  $2^{28} \cdot 7^{34}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Задача } (a+b \neq 0, ab = 7ab + b^2 \neq 0, \text{ т.к. } a, b \in \mathbb{N})$$

Если  $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$  сократима на  $m$ , это равносильно тому, что дробь  $\frac{a^2-7ab+b^2}{a+b}$  сократима на  $m$ .  $\frac{a}{b}$  - кесокр. дробь  $\Rightarrow \text{HOD}(a; b) = 1$

$$a^2-7ab+b^2 = (a^2+ab)-ab-7ab+b^2 = a + \frac{b(b-8a)}{a+b}$$

$$\text{т.к. } \text{HOD}(a; b) = 1 \Rightarrow \text{HOD}(a+b; b) = 1 \Rightarrow \text{HOD}(b(b-8a), a+b) = \text{HOD}(b-8a, a+b) = \text{HOD}(b-8a-(a+b), a+b) = \text{HOD}(-9a, a+b) =$$

$$= \text{HOD}(9, a+b), \text{ т.к. } \text{HOD}(a+b, a) = \text{HOD}(a, b) = 1$$

Сократить дробь можно не больше чем на  $\text{HOD}$  числителя и знаменателя  $\Rightarrow m \in \text{HOD}(9, a+b) \leq 9$ .

Пример на  $m = 9$

$$a = 1, b = 8, \frac{1+8}{1^2-7 \cdot 8 + 8^2} = \frac{9}{1-56+64} = \frac{9}{9} = 1$$

Задача 9.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(3x^2 + 3x + 1) + (1 - 9x)} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = (1 - 9x)$$

Обозначим  $a = 3x^2 + 3x + 1$ ,  $b = 1 - 9x$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b \Leftrightarrow \sqrt{a+b} = b + \sqrt{a} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = b^2 + ab + a \\ a+b \geq 0 \\ b \geq 0 \\ b+\sqrt{a} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ -b+1=2\sqrt{a} \\ a+b \geq 0 \\ a > 0 \\ b+\sqrt{a} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ -b+1 \geq 0 \\ a+b \geq 0 \\ a > 0 \\ b+\sqrt{a} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ b \geq 0 \\ a+b \geq 0 \\ a > 0 \\ b+\sqrt{a} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ a+b \geq 0 \\ a > 0 \\ b+\sqrt{a} \geq 0 \end{cases}$$

$$1) b=0, 1-9x=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{9}, a>0 \text{ при любых } x, m.k. D = 3^2 - 3 \cdot 4 < 0, \text{ т.к. } a>0, b>0 \Rightarrow a+b>0, b+a \geq 0 \Rightarrow x=\frac{1}{9} \text{ подходит.}$$

$$2) b^2 - 2b + 1 = 4a, ((1-9x)-1)^2 = 4(3x^2 + 3x + 1) \Leftrightarrow 81x^2 = 12x^2 + 12x + 4 \Leftrightarrow 69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$D_1 = 6^2 + 4 \cdot 69 = 36 + 6 \cdot 2 \cdot 23 = 6(6+46) = 6 \cdot 52 = 312 = 4 \cdot 28 \cdot 13 \cdot 6 = 4 \cdot 78, x_{1,2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{78}}{69}$$

1)  $x \geq b$ ,  $1 \vee \frac{2\sqrt{78}-6}{69}; 69 \vee 2\sqrt{78}-6; 75 \vee 2\sqrt{78}; 75^2 \vee 2 \cdot 78 \Rightarrow x > \frac{2\sqrt{78}-6}{69}$ ,  
 $x > \frac{-2\sqrt{78}-6}{69}$

$$a = 3 \left( \frac{2\sqrt{78}-6}{69} \right)^2 + 3 \left( \frac{2\sqrt{78}-6}{69} \right) + 1 = 3.$$

Ответ:  $\frac{1}{9}, \frac{-6 \pm 2\sqrt{78}}{69}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



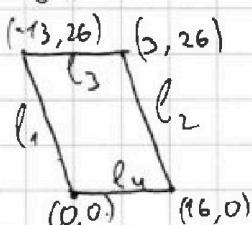
- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н.5.

Через любую т.  $(x_i, y_i)$  можно провести прямую  $y = -2x + b$ ,  
подобрав целый коэф. в  $b = y_i + 2x_i$ , тогда для любой коорд.  $x$   
значение  $2x_i + y_i$  будет равно  $b$ , и у точек, лежащих на общей  
прямой ~~всегда~~  $y = -2x + b$ , будет одинак. знак. Всегд. равное  
 $b$ .



нашим образом ограничиваются прямами  $l_1: y = -2x$ ,  
 $l_2: y = -2x + 32$ ,  $l_3: y = 26$ ,  $l_4: y = 0$ , тогда внутри  
параллелеп. содержатся прямые вида  $y = -2x + c$ ,  
где  $c \in \mathbb{Z}$ ,  $0 \leq c \leq 32$ , на какую прямую с  $c \in \mathbb{Z}$ ,  
лежит  $\frac{1}{2}(13+1) = 14$  целых точек, на какую прямую с  
 $c \in \mathbb{Z}$  лежит  $14 - 1 = 13$  цел. т., всего ~~17~~  $17$  прямых с  $c \in \mathbb{Z}$ , и  
16 прямых с  $c \in \mathbb{Z}$ . Всуммите прямую  $y = -2x + c$ , ~~и при~~ и прям.  
 $y = -2x + c - 14$  тогда если взять любую т. первой прямой за  $B(x_1, y_1)$   
любую т. второй прямой за  $A(x_2, y_2)$ , то будет выполнено  
равенство  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ , и только в этом случае равенство  
будет выполняться. С таким на 14, ~~плюс~~  $\frac{1}{2}$  прямых:  
~~здесь, если~~  $15 \cdot 14 = 210 = 10$  прямых с  $c \in \mathbb{Z}$ , ~~которые~~  
если  $C_1 = 0$  и  $C_1 = 14$ , ...  $C_1 = 18$  и  $C_2 = 32 - 10$  целых пар. прям на них  
суммарно  $10 \cdot 14^2$ -точек, и если  $C_1 = 1$  и  $C_1 = 15$  ...  $C_1 = 17$ ,  $C_2 = 31 -$   
-  $9$  целых пар. прямых на них суммарно  $9 \cdot 13^2$  точек.  
Всего  $10 \cdot 14^2 + 9 \cdot 13^2 = 1960 + 9 \cdot 169 = 3481$  пары т. удовлетвор.

$$\begin{array}{r} \times 169 \\ \hline 3 \\ + 1960 \\ \hline 1521 \\ \hline 3481 \end{array}$$

Ответ: 3481

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



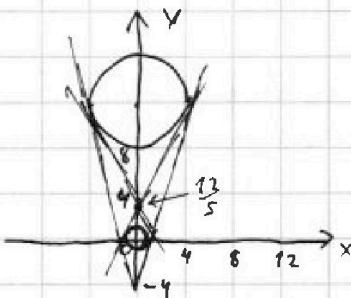
- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$



$x^2 + y^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$  - окружность с ц.  $(0,0)$  и радиусом 1.

$x^2 + (y-12)^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y-12)^2 = 16$  - окружность с ц.  $(0, 12)$  и радиусом 4.

$ax + y - 8b = 0$  - прямая,  $y = 8b - ax$  с радиусом 1.

Если точка находится внутри окр., то  $x^2 + y^2 - 1 \leq 0$ ,  
 $x^2 + (y-12)^2 - 16 > 0 \Rightarrow$  такая точка подходит.

Если точка находится вкн. окр. с радиусом 4, то  $x^2 - y^2 - 1 \geq 0$ ,  
 $x^2 + (y-12)^2 - 16 \leq 0 \Rightarrow$  такая точка подходит.

Если точка находится вне окр., то  $(x^2 - y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) > 0$

что невозможно.

$ax + y - 8b = 0$  - прямая, у системы имеют 2 реш.  $\Rightarrow$  прямая должна касаться двух окружностей

1) если 12-расстояние между ц. окр., если две окр. находятся в одн. полупл. от оси,  $(0, y_1)$  - т.к. пересек кас. и о.  $\frac{|y_1|}{|y_1+12|} = \frac{1}{4}$  (т.к. одна окр. перебегает в другую замкнутую в т. пересеч. кас. и линия центров)  $\Rightarrow \frac{4|y_1|}{|y_1+12|} = |y_1+12| \Leftrightarrow$

$|y_1|^2 = 4(y_1+12)^2 \Rightarrow y_1 = -4$ . т.к.  $y = 8b - ax$ ,  $-4 = 8b - a \cdot 0 \Rightarrow 8b = -4 \Rightarrow y = -ax - 4$ .

~~$x^2 + y^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + (8b - ax)^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + a^2x^2 + 64b^2 - 16abx + a^2x^2 + 16 = 1 \Leftrightarrow 2a^2x^2 - 16abx + 64b^2 + 15 = 0$~~

$D_1 = 16a^2 - 15(a^2 + 1) = 0$ , т.к. уравн. имеет один корень, т.к. прямая касается окружности  $16a^2 - 15a^2 - 15 = 0 \Leftrightarrow a^2 = 15 \Leftrightarrow a = \pm \sqrt{15}$

2) если окр. лежат в разных полупл. от оси, касательной, т.к.  $(0, y_2)$  - т.к. пересеч. обеих кас. и о., т.к. пересеч. обеих кас. и линии центров  $\frac{12-y_2}{y_2} = \frac{4}{1} \Rightarrow 12-y_2 = 4y_2 \Rightarrow y_2 = \frac{12}{5}$ ,  $y = 8b - ax \Rightarrow 8b = \pm \frac{12}{5}$ , отсюда окр. кас. прямой  $\Rightarrow$  уравнение  $x^2 - 1 = y^2 = (-ax \mp \frac{12}{5})^2$  имеет ровно 1 корень.

$x^2 + 1 = a^2x^2 \mp \frac{24}{5}ax + \frac{144}{25} \Leftrightarrow (a^2 + 1)x^2 \mp \frac{24}{5}ax + \frac{25 + 144}{25} = 0 \Leftrightarrow (a^2 + 1)x^2 \mp \frac{24}{5}ax + 179 = 0$

$a^2 + 1 = 0$

~~$D_2 = 179 - (\frac{24}{5}a)^2 + 5a^2 + 179 = 0$~~

$D_2 = (\frac{12}{5}a)^2 + (a^2 + 1) \cdot 179 - (\frac{24}{5}a)^2 + 179 = 0 \Rightarrow 179a^2 - 179^2 - 179 = 0$

$\Rightarrow 25a^2 = 119 \Leftrightarrow a = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$

Ответ:  $\pm \sqrt{15}, \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

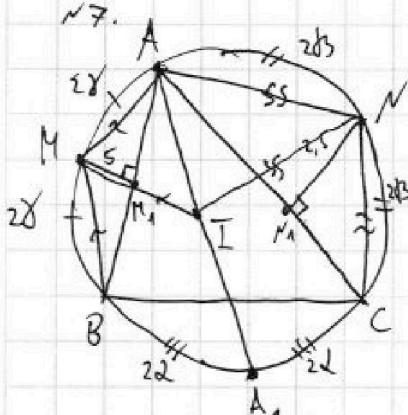
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



6)  $\angle NAC = \phi$ ,  $\angle MAB = \gamma$ , как впис. в окр.  $\triangle ABC$ .

$$7) \triangle AMM_1, \angle MM_1 A = 90^\circ \Rightarrow MA = \frac{MM_1}{\sin \angle MAB} = \frac{5}{\sin \gamma}$$

(по синусу  $\triangle AMM_1$ )

$$\triangle ANN_1, \angle NN_1 A = 90^\circ \Rightarrow NA = \frac{NN_1}{\sin \angle NAC} = \frac{2.5}{\sin \phi}$$

(по м. син.  $\triangle ANN_1$ )

$$8) \angle IAN = 2 + \phi \quad (\text{как впис. } \angle) \Rightarrow \angle ANI = 180^\circ - 2(2 + \phi) \quad (\text{из } \angle \triangle ANI) \Rightarrow$$

$$(\text{по м. син. } \triangle AIN) \frac{AI}{\sin \angle ANI} = \frac{AN}{\sin \angle IAN} = \frac{AN}{\sin(180^\circ - 2d - 2\phi)} \Rightarrow AI = AN \cdot \frac{\sin(180^\circ - 2d - 2\phi)}{\sin(2 + \phi)}$$

$$= \frac{2.5}{\sin \phi} \cdot \frac{\sin(2d + \phi)}{\sin(2 + \phi)} = \frac{2.5}{\sin \phi} \cdot \frac{2 \sin(d + \phi) \cos(d + \phi)}{\sin d + \cos d} = \frac{5}{\sin \phi} \cdot \cos(90^\circ - \phi) = \frac{5 \sin \phi}{\sin \phi}$$

$$9) \text{аналогично по м. син. } \triangle AMI, AI = MA \cdot \frac{\sin(180^\circ - 2d - 2\phi)}{\sin(2 + \phi)} = \frac{5}{\sin \phi} \cdot \frac{2 \sin(d + \phi) \cos(d + \phi)}{\sin(2 + \phi)}$$

$$= \frac{5}{\sin \phi} \cdot 2 \cos(90^\circ - \phi) = \frac{10 \sin \phi}{\sin \phi}$$

$$10) AI^2 = AI \cdot AI = \frac{5 \sin \phi}{\sin \phi} \cdot \frac{10 \sin \phi}{\sin \phi} = 50 \Rightarrow AI = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

Ответ:  $5\sqrt{2}$ .

На одной странице можно оформлять **только** одну задачу.

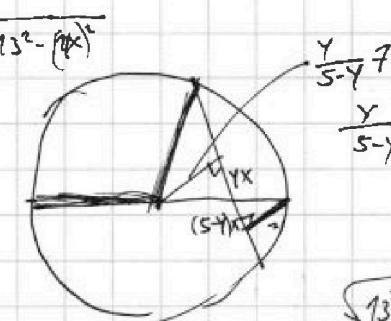
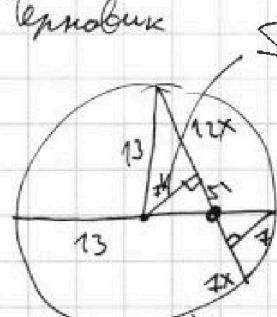
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

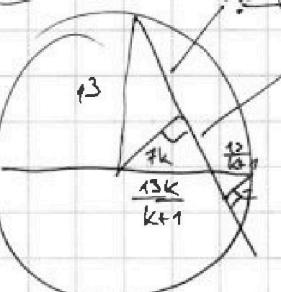
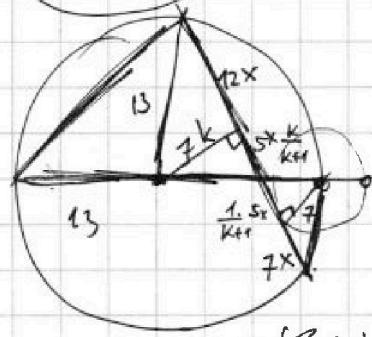
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$13^2 - 12x^2 = -5x \cdot \frac{a}{\alpha} + \left( \frac{13\alpha}{\alpha+7} \right)^2$$

$$BC^2 + 14 \cdot BC + 49x^2 = BC^2 + 2 \cdot BC \cdot x - 7^2$$
$$49x^2 + 49 = 10 \cdot BC^2$$
$$BC = \frac{49(x+1)}{10x}$$



(-13, 26)

(13, 26)

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

(0, 0)

(16, 0)

$$(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 7$$

(13, 13)

(3, 13)

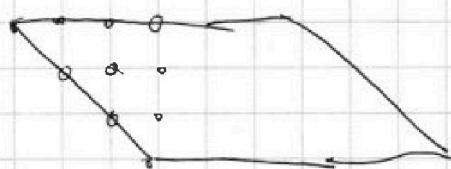
(0, 0)

(16, 0)

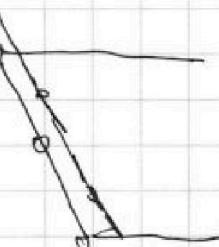
$$x_1 + x_2 = 7$$

$$2x_2 + y_2 = 7 + x_1 + y_1$$

$$y_1 = -2x_1 + 6 \Rightarrow y_1 =$$



$$y = -2x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

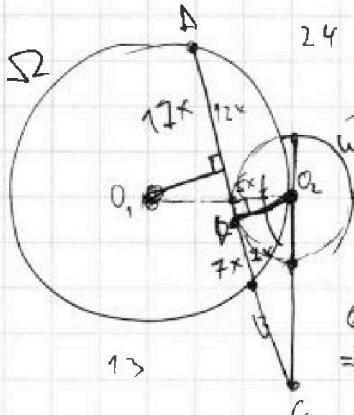
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\begin{aligned} \frac{15+17+23}{2} &= \frac{55}{2} = 27 \frac{1}{2} < 28 \\ \frac{9+16+39}{2} &= 25 \cdot 3 = 34, \quad 7^{34} \left| \begin{array}{l} b = 2^5 \cdot 7^5 \\ a = 2^{10} \cdot 7^6 \\ c = 2^{13} \cdot 7^{23} \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a+b} = a + \frac{-2ab + b^2 - ab}{a+b} = a + \frac{b(b-3a)}{a+b}$$

$$SOD(a, b) = 1$$



24

$$CO^2 = CB \cdot CI$$

$$CD = CO^2 \cdot 7^2$$

$$CD = (CB + CI)^2 \cdot 7^2$$

$$CD = B(C(7x + 2x))$$

$$= 7B(C(8x))$$

$$= 7B((BC + 2x))$$

$$= 7B((2x + 2x))$$

$$= 7B(4x)$$

$$= 7B(4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ