



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 10

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1 $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases}$$

1) Если δ (например в числе ab) есть мн-тво не равное 2 или 7,

то для поиска минимального abc , мы возьмём a ровное

числу α деленному на этот "минимум"
мн-тво; произведение abc уменьшится α
кратность котор парного произведения не
на 2 и 7 не уменьшится.
Потом будем $a; b$ и c :

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\beta_1}; b = 2^{\alpha_2} \cdot 7^{\beta_2}; c = 2^{\alpha_3} \cdot 7^{\beta_3}$$

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \in \mathbb{Z}; \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \geq 0$$

Тогда

$$\begin{cases} ab = (2^{\alpha_1+\alpha_2} \cdot 7^{\beta_1+\beta_2}) : 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc = (2^{\alpha_2+\alpha_3} \cdot 7^{\beta_2+\beta_3}) : 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac = (2^{\alpha_1+\alpha_3} \cdot 7^{\beta_1+\beta_3}) : 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases}$$

! ГИ-ко

$$2) \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 15 \\ \alpha_2 + \alpha_3 \geq 17 \\ \alpha_1 + \alpha_3 \geq 23 \end{cases} \quad 2(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \geq 55, \text{ т.к. } \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{Z}, \text{ то}$$

$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 28$. Для минимальности $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 28$. Пример: $\alpha_1 = 11; \alpha_2 = 4; \alpha_3 = 13$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 15 \geq 15; \alpha_2 + \alpha_3 = 17 \geq 17; \alpha_1 + \alpha_3 = 24 \geq 23$$

$$3) \begin{cases} \beta_1 + \beta_2 \geq 11 \\ \beta_2 + \beta_3 \geq 18 \\ \beta_1 + \beta_3 \geq 39 \end{cases} \quad ; \quad 2(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \geq 68; \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 34. - \alpha$$

Две условия уже выполнены при $\beta_1 + \beta_3 = 39$. Пример:

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = \beta_1 + \beta_3 = 39; \beta_1 = 15; \beta_2 = 0; \beta_3 = 24$$

$$abc = 2^{\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3} \cdot 7^{\beta_1+\beta_2+\beta_3} = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$\text{Отвем: } 2^{28} \cdot 7^{39}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 1) $\frac{a}{b}$ -несократима. Найдём ~~на~~ макс. m на
которую можно сократить $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$. $m > 1$
Если這裡 можно сократить на $m \in N$, ~~то~~, то
 $(a+b):m$ и $(a^2-7ab+b^2):m$. Тогда по усл.
 $a \nmid b$ из выражения $(a+b):m \Rightarrow a \nmid m; b \nmid m$
Если у a есть общий ~~постоинный~~ множитель p с числом m , то
 $(a+b):m$, то и $b:p$, что невозможно, т.к. $\frac{a}{b}$ -не-
сократима. Следовательно $HOD(a; m) = 1$; $HOD(b; m) = 1$
(аналогично с b).

2) $(a+b):m$. Рассмотрим $a^2-7ab+b^2 =$
 $= \underbrace{(a+b)^2}_{:m} - \underbrace{9ab}_{:m}$, откуда должно быть

кратно m . а. т.к. $HOD(a; m) = HOD(b; m) = 1$, то
 $9:m$. Следовательно максимальное $m = 9$

Пример $\frac{4}{5}$ -несокр.; $\frac{4+5}{16+25-7 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{9}{41-140} =$
 $= -\underbrace{\frac{9}{99}}_{:9} = -\frac{1}{11}$

Ответ: 9



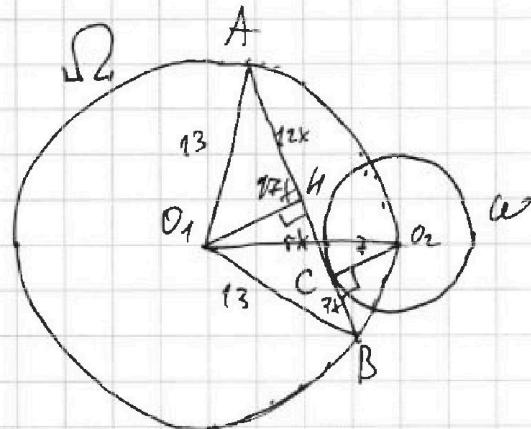
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано: Ω ; ω - окр - смы

$\Omega(O_1; 13)$; $\omega(O_2; 7)$

$O_2 \in \Omega$

AB - горизонталь и каса-
щая к ω в т. C .
 $AC = 12x$; $BC = 7x$

Найти:

AB

Решение:

1) Докажем $O_1H \perp AB$. И $H \in AB$. По сб. бы высоты, приведён-
ной к радиусу $AH = HB = 12x$. И $C = 12x - 7x = 5x$
Докажем $O_1O_2 = 13$
 $169 = 144x^2 + 49x^2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

Замена: $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = a$; $\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = b$; $a, b \geq 0$

Заметим, что $a^2 - b^2 = 3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x = a - b$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) = a - b. \Rightarrow \begin{cases} a - b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases}$$

1) При $a - b = 0$: ~~$a = b$~~

$$a - b = 1 - 9x = 0; x = \frac{1}{9}. \text{ Проверка:}$$

$$\sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2} - \sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} + 3 \cdot \frac{1}{9} + 1} = \sqrt{\frac{1}{27} - \frac{2}{3} + 2} - \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{1}{3} + 1} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{4}{3}} - \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{4}{3}} = 0, \text{ т.к. } x = \frac{1}{9} \text{ - корень}$$

2) $a + b = 1$ другая замена

~~$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 \geq 0$~~

~~$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)} = 1$~~

$$6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)} = 1$$

Рассмотрим

~~$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$~~

наиболее линейный ~~покорнестого~~

~~вторжения~~ $3x^2 + 3x + 1$ ~~покорнестого~~

~~вторжения~~: минимум в вершине

$$x_B = -\frac{3}{2}$$

~~$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$~~

ОДЗ:

~~$3x^2 - 6x + 2 \geq 0$~~

$$\Delta = 36 - 8 \cdot 3 = 12$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \quad 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \quad x$$

~~2. $3x^2 + 3x + 1 \geq 0$~~

~~$\Delta = 9 - 12 = -3 < 0$~~

$$\text{т.к. } 3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

также

Ответ: $\frac{1}{9}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

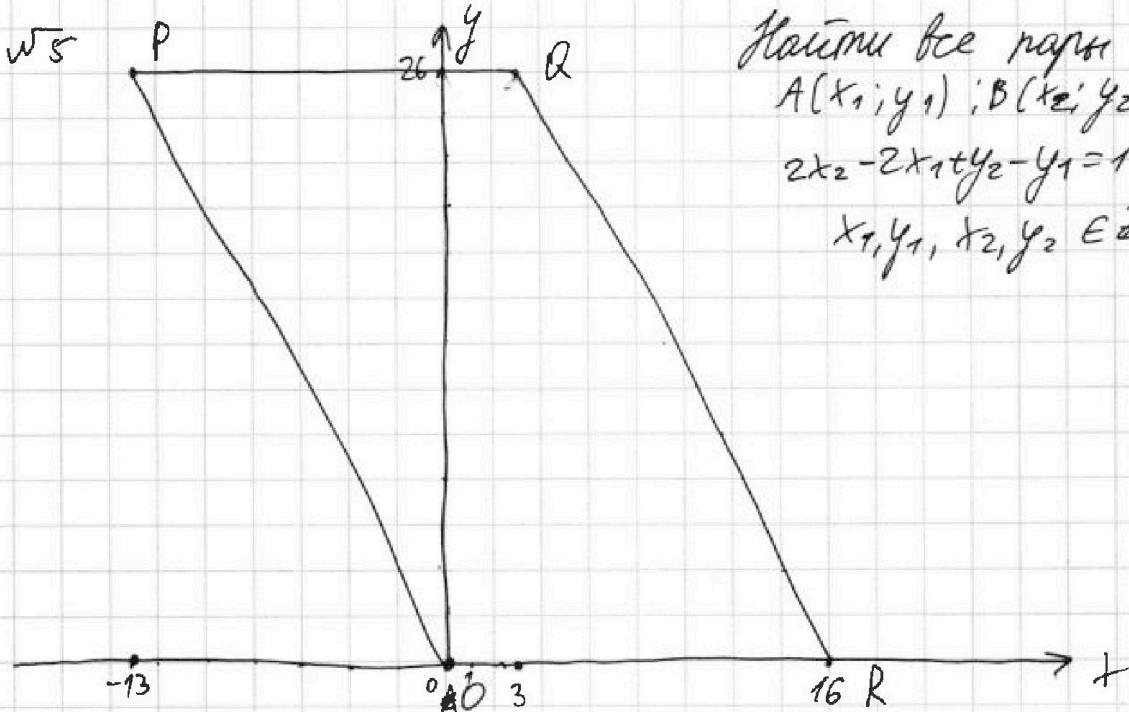
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Найти все пары
 $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{Z}$$

$$2x_2 + y_2 = 2x_1 + y_1 + 14 = b, \quad b \text{- параметр. } b \in \mathbb{Z}$$

$$2x_2 + y_2 - b = 0; \quad 2x_1 + y_1 - b + 14 = 0.$$

$y_2 = -2x_2 + b$; $y_1 = -2x_1 + b - 14$. Сл-но для ~~все~~ ¹⁴⁰⁵ пары x_2 и y_2 лежащие на прямой $y = -2x + b$ все ~~все~~ ^{внешние} точки ~~находятся~~ прямой $y = -2x + b - 14$. Пусть у них координаты (x_1, y_1)

$$y_2 - y_1 = -2x_2 + b + 2x_1 - b + 14$$

$$y_2 - y_1 + 2(x_2 - x_1) = 14 \text{ - выполняется условие.}$$

$b \in \{0; 32\}$, т.к. точки внутри пар-ии

при $b \in \{0; 13\}$, для $y_2 = -2x_2 + b$, не находятся внутри пар-ии прямой $y_1 = -2x_1 + b - 14$. Для каждого $b \in \{14; 32\}$ находятся прямой $y_1 = -2x_1 + b - 14$. Значит, что находят

13 пар. Сл-но всего пар $= 13^2 = 169$.

Одна из прямых $y = -2x + b$; $y = -2x + b - 14$ равна.

На парах прямой внутри или на сплошке пар-ии всего 13 точек. Сл-но всего пар $= 13^2 \cdot (33-14) = 13 \cdot 19 = 247$

$$= 169 \cdot 18 = 3211$$

Ответ: 3211

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|-------------------------------------|---|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input checked="" type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 7 |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|-------------------------------------|---|--------------------------|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{6} \cdot \left\{ \begin{array}{l} ax + y - 8b = 0 \\ (2) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \end{array} \right. (1) \end{cases}$$

(1): $x^2 + y^2 = 1$ - окр-сть ω_1 ($O_1; R_1$) $O_1(0; 0)$; $R_1 = 1$

$x^2 + (y-12)^2 = 16$ - окр-сть ω_2 ($O_2; R_2$); $O_2(0; 12)$; $R_2 = 4$

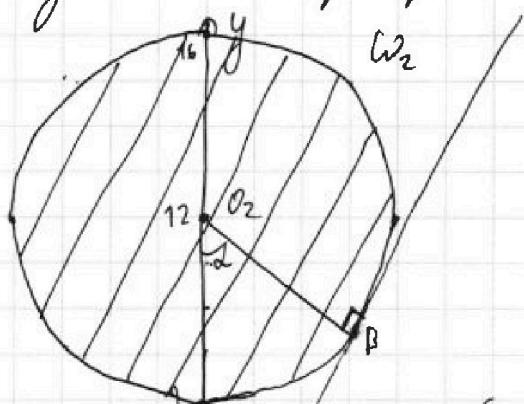
$$(1) \cdot (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \Rightarrow$$

$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 < 1 \\ x^2 + (y-12)^2 > 16 \end{array} \right.$ - вне ω_2

$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 > 1 \\ x^2 + (y-12)^2 < 16 \end{array} \right.$ - вне ω_1 или зону $\omega_1; \omega_2$

$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 > 1 \\ x^2 + (y-12)^2 < 16 \end{array} \right.$ - вне ω_2

1) $ax + y - 8b = 0$
 $y = -ax + 8b$ - прямая.



2) Проверим "зональную" прямую, умовой координатой α_x , которой являемся возможными для 2 решений системы.

У нее будет умовой координатой α_x . При $\alpha \in [0; \alpha_x]$ система имеет ≤ 1 реш.

для α_x находится b_x .

$$\begin{aligned} (12 - b_x)^2 &= R_2^2 + \alpha_x^2 \quad \alpha_x = \tan \angle \\ \tan \angle &= \frac{BP}{R_2} = \frac{AP}{R_1}, \quad \left\{ \begin{array}{l} BP \cdot R_2 = AP \cdot R_1 \\ AP + BP = \end{array} \right. \\ &= (R_1 + R_2) \cos \angle + AP \sin \angle + BP \sin \angle \end{aligned}$$

$$BP = 4AP, \quad 5AP = 5 \cos \angle + 5 \sin \angle$$

$$5AP(1 - \sin \angle) = \cos \angle$$

$$AP = \frac{\cos \angle}{1 - \sin \angle}, \quad \tan \angle = \frac{\sin \angle}{\cos \angle} = \frac{\cos \angle}{1 - \sin \angle}$$

$$\text{из ур. } \sin \angle = \frac{\sin \angle}{\cos \angle} = \frac{\cos \angle}{1 - \sin \angle} \Rightarrow \sin^2 \angle = \cos^2 \angle \Rightarrow \sin \angle = \pm \cos \angle$$

Ответ: при $\alpha \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

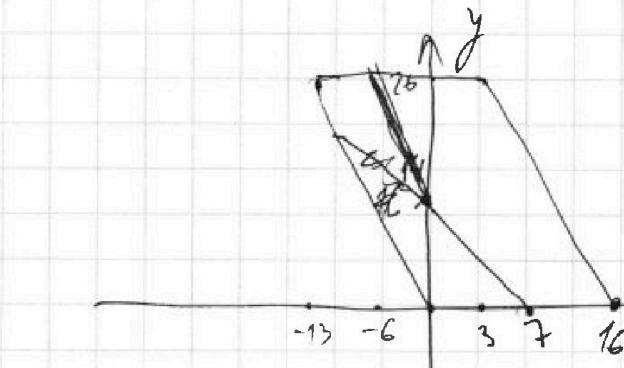
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

$$y = 14 - 2x$$

$$54 + 8 \quad 62 \quad 14 - 2x = 6 \\ x = 7$$

$$\begin{array}{r} 1521 \\ + 169 \\ \hline 3271 \end{array}$$

$$-13k + b = 26 \quad k = -2 \quad 13 - 13$$

$$-2x$$

$$-2x = 14 - 2x$$

$$0 = 14$$

$$2x = -12$$

$$x = -6$$

$$y = 14 + 12 =$$



$$\frac{14}{\Delta x} - 2 = k \quad 14 - 2\Delta x = k\Delta x$$

$$\star \cdot x_2 - x_1$$

$$14 - 2(x_2 - x_1) = y_2 - y_1$$

$$\overbrace{x_2 - x_1}^{k}, \overbrace{y_2 - y_1}$$

$$y_1 + 2x_1 + 7 = y_2 + 2x_2 - 7$$

$$y_1 = k_1 x_1 + b_1$$

$$y_2 = k_2 x_2 + b_2$$

$$\begin{array}{l} y_1 = k_1 x_1 + b_1 \\ y_2 = k_2 x_2 + b_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad \frac{15}{75} \\ + 15 \\ \hline 2,25 \end{array}$$

$$3 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 \\ \frac{3}{4} + 1,5 =$$

$$= 4,25$$

$$\begin{array}{l} k_1 \quad y_1 \\ 0; 7 \end{array}$$

$$-6; 26$$

$$\begin{array}{l} x_2 \quad y_2 \\ -12 \end{array}$$

$$-12 - 12 + 19 = -17$$

$$14x_1 - 14 - 2x_1 = y_1$$

$$14 - 2x_2 = y_2$$

$$14 + 2x_2 = 3 - 6 + 2$$

$$3x^2 - 6x + 2$$

$$\frac{6}{6} = \frac{33 - 14}{33}$$

$$\frac{-14}{18}$$

$$y_2 - y_1 = k(x_2 - x_1) + b_2 - b_1 \\ y_2 - y_1 = -2(x_2 - x_1) + (b_2 - b_1)$$

$$3x^2 - 6x + 1 \\ \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2} \\ 3x(x+1)$$

$$\begin{array}{r} 3 - 6 - 2 = 14 \\ 3 - \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 \\ = \frac{3}{4} - 1,5 + 1 \end{array}$$

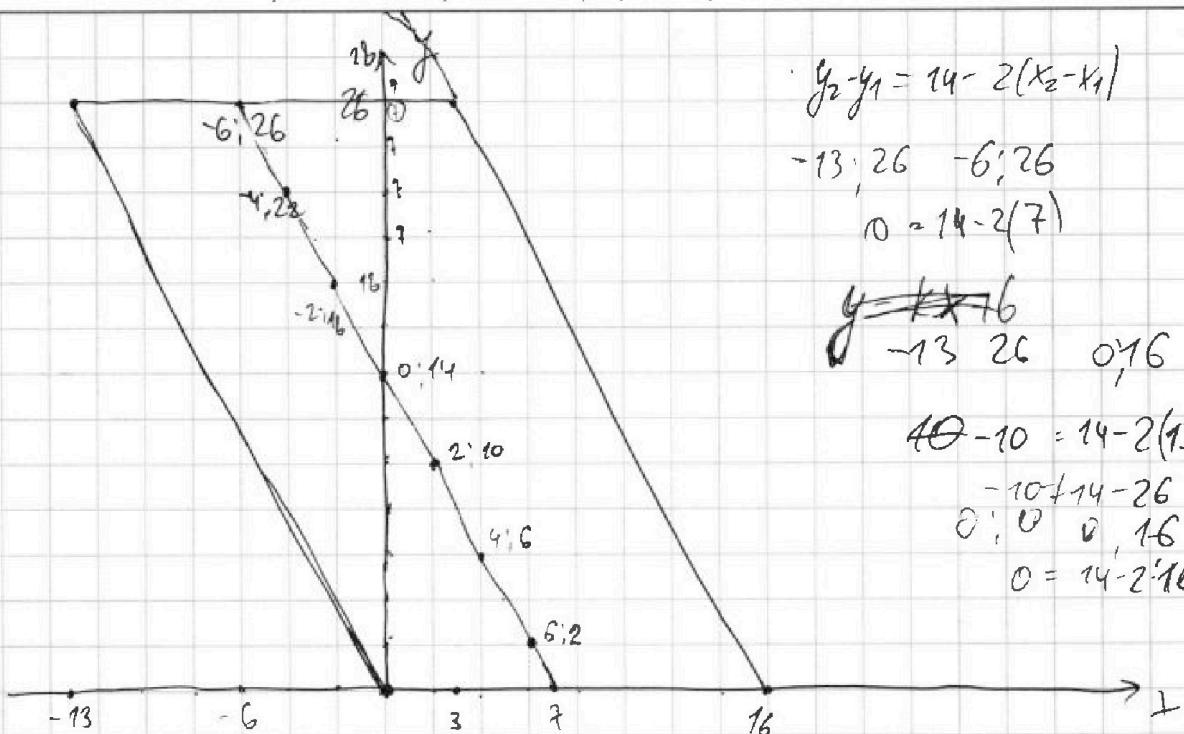
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y_1 = y_2 \quad 2(x_2 - x_1) = 14$$

$$x_2 - x_1 = 7$$

$$2(\Delta x) 2\Delta x = 14 - 4y$$

~~$$y_2 + 2x_2 - 7 = y_1 + 2x_1 + 7$$~~

$$y_2 + k_2 x_2 + b_2 + 2x_2 - 7 = k_1 x_1 + b_1 + 2x_1 + 7$$

$$-13 \quad 26 \quad 3 \quad 26$$

$$0 = 14 - 2(3 + 13)$$

$$y_2 - y_1 = -2x_2 - 6 + 2x_1 - 14 + 6$$

$$14 + y_2 - y_1 =$$

$$y_2 - y_1 + 2(x_2 - x_1) = 14$$

$$\begin{aligned} & y_2 - y_1 = 14 - 2(x_2 - x_1) \\ & -13, 26 \quad -6, 26 \\ & 10 = 14 - 2(7) \\ & y = \cancel{-2x} + 16 \\ & -13 \quad 26 \quad 0, 16 \\ & 40 - 10 = 14 - 2(13) \\ & -10 + 14 = 26 \\ & 0, 16 \quad 0, 16 \\ & 0 = 14 - 2 \cdot 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 26 \\ & 2\Delta x = -12 \quad \Delta x = -6 \\ & \Delta x \in [-25; 25] \quad \begin{cases} y_1 + 2x_1 + 14 = 2k_2 + y_2 = 6 \\ y_1 + 2x_1 + 14 + 6 = 0 \\ y_2 + 2x_2 + 6 = 0 \end{cases} \\ & y_1 = -2x_1 + 14 - 6 \\ & y_2 = -2x_2 - 6 \end{aligned}$$

$$x_1 y_1 \quad y = (-2x_1 - 6) + 14$$

$$x_2 y_2 \quad y = (-2x_2 - 6) + 14$$

$$y_1 + 2x_1 + 14 = -2x_2 + y_2$$

$$y_1 = -2x_1 - 14 - 6$$

$$y_2 = -2x_2 - 6$$

$$y_2 - y_1 + 2(x_2 - x_1) = 14$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} Ax + y - 86 = 0 \\ y = -Ax + 86 \\ \hline \end{array}$$

2

$$\begin{array}{r} 144 & 3 & + 3+2 \\ 4 & \underline{-} & 5 \frac{3}{4} \\ \hline 76 & 23 \\ 3 & \cancel{y} \cancel{-} 86 & \hline 4 \end{array}$$

$$144x^2 + \frac{(17x - 7)^2}{4} = 169$$

$$576x^2 + 289x^2 - 238x + 49 = 676$$

$$\begin{cases} 25x^2 + y^2 + 14y = 120 \\ 144x^2 + y^2 = 168 \end{cases}$$

$$y = \frac{113x^2 - 49}{14}$$

$$\begin{array}{r} 11 - 18 = -7 \\ \hline 118 \mid \overline{7} \\ -\frac{7}{98} \end{array}$$

$$16yx^2 + 2y^2 + 14y + 45$$

$$\sqrt{y^2 + Mh_2^2} + \sqrt{99 + Mh_1^2} = 13$$

$$Mh_2 + Mh_1 = 58$$

$$MN_1 + MN_2 = 8x$$

$$17x^2 - 49$$

14

$$(5x)^2 + (y+7)^2 = 168$$

$$144x^2 + y^2 = 168$$

25824 1124746+

23 x 1 g ... g
111113 12 100

$$44x + y = 165$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

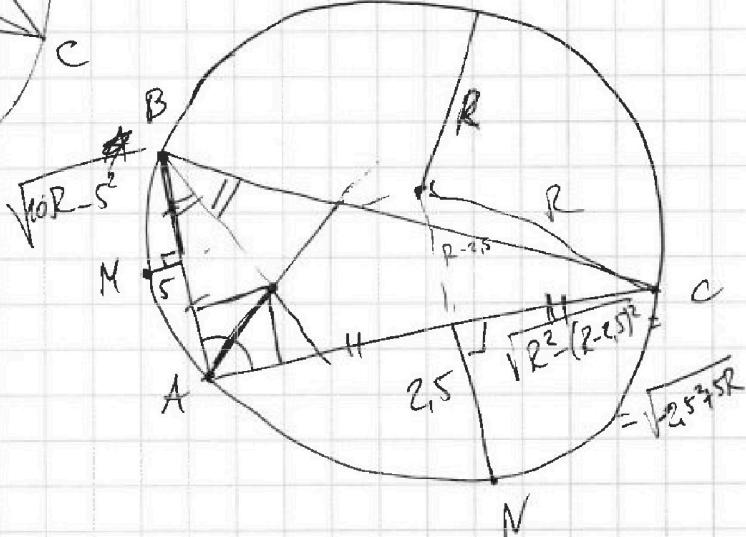
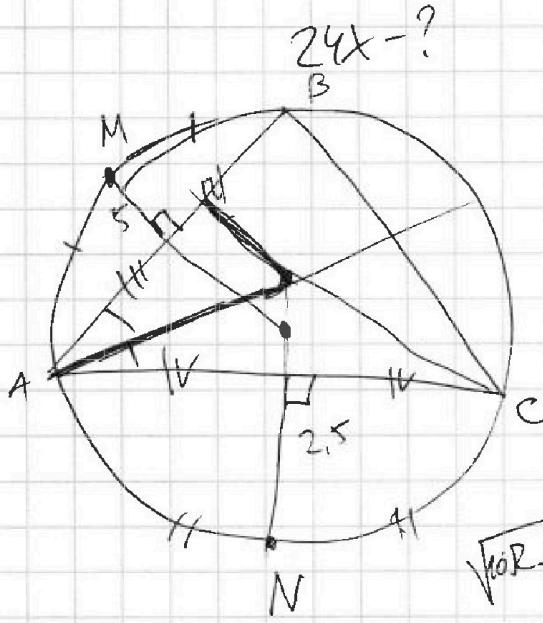
$$576x^2 + 285x^2 - 238x + 48 - 676 = 0$$

$$865x^2 - 238x - 627 = 0$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ 285 \\ \hline 865 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 676 \\ -49 \\ \hline 627 \\ -865 \\ \hline 36 \\ -35 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17-6=11 \\ 1713 \\ -13 \\ \hline 18 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \alpha$$

$$\alpha^2 = 3x^2 - 6x + 2$$

$$\beta^2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = 2 - 9x + 1$$

$$y_1 = kx + b$$

$$y_2 = kx^2 + b$$

$$k(x_2 - x_1) = y_2 - y_1$$

$$y_1 \neq y_2$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = (3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 =$$

$$\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = \alpha - \beta = (\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$3 \cdot \frac{1}{3} - 6 \cdot \frac{1}{3} + 2 = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} + 2 = \frac{5}{3}$$

$$3 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{1}{3} + 1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 1$$

$$6x^2 - 3x + 1 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2(3x^2 + 3x + 1)} = 1$$

$$2\sqrt{6x^2 - 3x} = 3x - 6x^2$$

$$4(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1) = 9x^2 - 36x^3 + 36x^4$$

$$4(9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1) = x(x - \frac{1}{2}) \leq 0$$

$$= 3x^2 - 36x^3 + 36x^4$$

$$36x^4 - 36x^3 - 48x^2 - 12x + 4 = 36x^4 - 36x^3 + 36x^2$$

$$-48x^2 - 12x + 4 = 8x^2$$

$$57x^2 + 12x - 4 = 0$$

$$\Delta = 144 + 16 \cdot 57 = 144 + 896 =$$

$$= 1056 = 8^2 \cdot 16$$

$$\frac{64 \cdot 66 - 144}{57 \cdot 57} \quad \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{-12 \pm 8\sqrt{66}}{57}$$

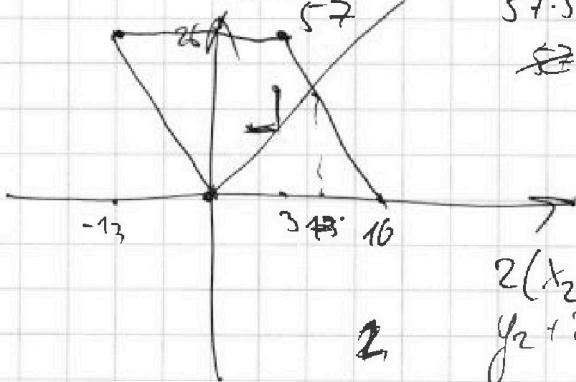
$$2x_1 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 14$$

$$16 \cdot 26$$

$$\begin{array}{r} 46 \cdot 26 \\ + 16 \\ \hline 26 \\ + 216 \\ \hline 26 \\ + 476 \end{array}$$

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$$

$$y_2 + 2x_2 = 14 + y_1 + 2x_1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2 \cdot 6 \cdot c \quad ab : 2^{15} \cdot 7^{11} : bc : 2^{12} \cdot 7^{13} \quad 16+25-7 \cdot 4 \cdot 5 \quad 2 \quad 4$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{38} \quad a+b \quad (km+n)^2 \quad 17+23+45=58 \quad ^{16} \quad 16$$

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{(km+n)^2}{km^2+knm+n^2}$$

$$d_1=11 \quad d_2=13$$

$$ab \geq 2^{15} \cdot 7^{11}, \quad bc \geq 2^{17} \cdot 7^{18}, \quad ac \geq 2^{23} \cdot 7^{38} \quad d_2=4 \quad 7 \quad 49$$

$$a^2 b^2 c^2 \geq 2^{55} \cdot 7^{58} \quad \frac{9}{4} \quad \frac{9}{9} \quad 1 \quad 3 \quad 1$$

$$a+b \equiv 0 \pmod{m} \quad abc \geq 2^{28} \cdot 7^{34} \quad 5 \quad a=2^{d_1} \cdot 7^{\beta_1} \cdot k_1$$

$$(a+b)^2 \equiv 0 \pmod{m} \quad c = 2^{23} \cdot 7^{23} \quad b=2^{d_2} \cdot 7^{\beta_2} \cdot k_2$$

$$9ab \equiv 0 \pmod{m} \quad d=2^{11} \cdot 7^{16} \quad c=2^{d_3} \cdot 7^{\beta_3} \cdot k_3$$

$$9ab : m \quad 32 \quad 6 = 2^5 \cdot 7 \quad d_1+d_2+d_3= \frac{a+b}{9ab} = 2^{d_1+d_2+d_3} \cdot 7^{\beta_1+\beta_2+\beta_3} \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3$$

$$g_{ab} = km \cdot 2 \cdot 7$$

$$g((km+n)^2) \cdot (km+n) \cdot 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$d_1+d_2 \geq 15$$

$$d_2+d_3 \geq 17$$

$$d_3+d_1 \geq 23$$

$$\beta_1+\beta_2 \geq 11$$

$$\beta_2+\beta_3 \geq 18$$

$$2(d_1+d_2+d_3) \geq 55$$

$$\beta_3+\beta_1 \geq 39$$

$$d_1+d_2+d_3 \geq 28$$

$$2(\beta_1+\beta_2+\beta_3) \geq 66$$

$$\beta_1=15$$

$$\beta_3=24$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1+d_2 \geq 15 \\ \beta_1+\beta_2 = 11 \\ d_2+d_3 = 17 \\ d_3+d_1 = 23 \\ d_1+d_2+d_3 = 28 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} a=2^{d_1} \cdot 7^{\beta_1} \\ b=2^{d_2} \cdot 7^{\beta_2} \\ c=2^{d_3} \cdot 7^{\beta_3} \end{array}$$

$$d_1+d_2+d_3 = 2^{23} \cdot 7^{23} \quad \frac{a+b}{9ab} = \frac{1}{36} + \frac{1}{9}$$

$$d_1+d_2+d_3 = 2^{23} \cdot 7^{23}$$

$$a^2 - 7ab + b^2$$

$$D = 48b^2 - 4b^2 = 45b^2$$

$$D = \frac{76 \pm 3\sqrt{15}}{2}$$

$$9ab : (a+b)$$

$$\frac{a^2 - 7ab + b^2}{a+b} \cdot \frac{(a+b)^2 - 9ab}{a+b}$$

$$= a+b - \frac{9ab}{a+b}$$

$$a+b : m : p$$

$$Q \cdot m = pd$$

$$6 \cdot m = pd$$

$$23 \cdot 23 = 529$$

$$22 \cdot 22 = 484$$

$$46 \cdot 46 = 2116$$

$$144 \cdot 144 = 20736$$

$$484 \cdot 484 = 234256$$

$$22^2 + 23^2 = 484 + 529 = 1013$$

$$22^2 + 23^2 = 484 + 529 = 1013$$

$$22^2 + 23^2 = 484 + 529 = 1013$$

$$22^2 + 23^2 = 484 + 529 = 1013$$

$$22^2 + 23^2 = 484 + 529 = 1013$$

$$3x^2 - 6x + 2$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$+ 8x = 1 + 3x^2 + 3x + 1$$