



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1. Ответ:  $2^{26} \cdot 7^{37}$

Делим:  $ac : 2^{20} \cdot 7^{37} \Rightarrow abc : 7^{37}$  (1). Пусть  $\alpha$  - степень входящие 2 в  $a$ ,  $\beta$  - степень входящие 2 в  $b$ ,  
 $\gamma$  - степень входящие 2 в  $c$ . Тогда  $\alpha + \beta > 14$   
 $(ab : 2^{14})$ ,  $\beta + \gamma \geq 17$  ( $bc : 2^{17}$ ),  $\alpha + \gamma \geq 20$  ( $ac : 2^{20}$ ).  
Следовательно,  $2(\alpha + \beta + \gamma) \geq 14 + 17 + 20 = 51 \Rightarrow$   
 $\alpha + \beta + \gamma \geq 26$ . Но если  $abc : 2^{26}$  (2). Из (1) и  
(2) имеем, что  $abc : 2^{26} \cdot 7^{37} \Rightarrow abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}$ .

Пример:  $a = 2^9 \cdot 7^{20}$ ,  $b = 2^6$ ,  $c = 2^{11} \cdot 7^{17}$ .  $ab = 2^{15} \cdot 7^{20} : 2^7$ ,  
 $bc = 2^{17} \cdot 7^{17} : 2^{17} \cdot 7^{17}$ ,  $ac = 2^{20} \cdot 7^{37} : 2^6 \cdot 7^{11}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2. Из условия следует, что  $(a, b) = 1$ . А предстоит найти максимальное возможное значение  $(a+b, a^2 - 6ab + b^2)$ . Имеем  $(a+b, a^2 - 6ab + b^2) = (a+b, a^2 - 6ab + b^2 - (a+b)^2) = (a+b, -8ab) = (a+b, 8ab)$ . Так как  $(a+b, a) = (a, b) = 1$  и  $(a+b, b) = (a, b) = 1$ , то  $(a+b, 8ab) = (a+b, 8)$ .  
Понятно, что  $m \leq (a+b, a^2 - 6ab + b^2) = (a+b, 8) \leq 8$ . Пример:  $a=7, b=1$ . Тогда  $a+b=8$ ,  
 $a^2 - 6ab + b^2 = 7^2 - 6 \cdot 7 + 1 = 7 + 1 = 8$  — ода эта  
делится на 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

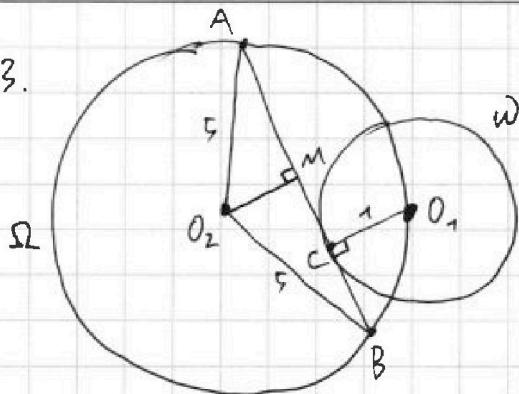
- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 3.



Пусть  $O_1$  - центр  $\omega$ ,  
 $O_2$  - центр  $\Omega$ ,  $M$  - середина  $AB$ .  $O_2A = O_1B$  - равноделенные  $\Rightarrow O_2M = O_1C$  - бисектрисы, несущие и длины

прямоугольник,  $\angle A O_2 M = \angle M O_2 B = \alpha$ . Ясно, что  $O_1$  и  $O_2$  лежат по разные стороны от  $AB \Rightarrow \angle A O_1 B = 180^\circ - \alpha$ . Кроме этого,  $O_1C \perp AB$ , т.к.  $AB$  касается  $\omega$  в точке  $C$ , а  $O_1$  - центр  $\omega$ .

Пусть  $BC = x$ . Тогда  $AC = 7x$ ,  $AB = 8x$ ,  $AM = MB = 4x$ .

$$AO_1 = \sqrt{AC^2 + CO_1^2} = \sqrt{49x^2 + 1}, \quad O_1B = \sqrt{BC^2 + O_1C^2} = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow \cos \angle A O_1 C = \frac{1}{\sqrt{49x^2 + 1}}, \quad \sin \angle A O_1 C = \frac{7x}{\sqrt{49x^2 + 1}}, \quad \cos \angle C O_1 B = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}, \quad \sin \angle C O_1 B = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}. \quad \text{Тогда } \sin \angle A O_1 B = \sin(\angle A O_1 C + \angle C O_1 B) =$$

$$\sin \angle A O_1 C \cdot \cos \angle C O_1 B + \sin \angle C O_1 B \cdot \cos \angle A O_1 C = \frac{7x}{\sqrt{x^2 + 1} \sqrt{49x^2 + 1}} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1} \sqrt{49x^2 + 1}} = \frac{7x + x}{\sqrt{x^2 + 1} \sqrt{49x^2 + 1}} = \Rightarrow \sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha) = \frac{8x}{\sqrt{x^2 + 1} \sqrt{49x^2 + 1}}$$

Кроме этого,  $\sin \alpha = \sin \angle A O_2 M = \frac{AM}{O_2 A} = \frac{4x}{5}$ . Согласованно

$$\text{но, } \frac{4x}{5} = \frac{8x}{\sqrt{x^2 + 1} \sqrt{49x^2 + 1}} \stackrel{x > 0}{\Rightarrow} \sqrt{x^2 + 1} \sqrt{49x^2 + 1} = 10 \Rightarrow (x^2 + 1)$$

$$(49x^2 + 1) = 100 \Rightarrow 49x^4 + 50x^2 - 99 = 0 \Rightarrow (x^2 - 1) \cdot$$

$$\cdot (x^2 + \frac{99}{49}) = 0 \stackrel{x^2 > 0}{\Rightarrow} x^2 = 1 \stackrel{x > 0}{\Rightarrow} x = 1. \quad \text{Тогда } AB = 8x = 8. \quad \text{Ответ: 8}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{№ 4. } ODZ: \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x-\frac{1}{2}) \geq 0 \\ x^2 + (x+1)^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$(x-1)(x-\frac{3}{2}) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty).$$

Демонстрация: доказать, что частные уравнения на

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$ . Найдем:

$$(2x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 2x + 1) = (2 - 7x) \left( \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right)$$

$$2 - 7x = (2 - 7x) \left( \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right)$$

$$2 - 7x = 0$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$2 - 7x = 0 \Rightarrow 2 = 7x \Rightarrow x = \frac{2}{7}. \quad \frac{2}{7} < 1 - \text{подходит под } ODZ$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})^2 = 1$$

$$4x^2 - 3x + 4 + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = -4x^2 + 3x - 3$$

При условии, что  $-4x^2 + 3x - 3 \geq 0$  (1) возможны  
одна из которых 6 квадрат:

$$4(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1) = 16x^4 + 9x^2 + 9 - 24x^3 + 24x^2 - 18x$$

$$4(4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3) = 16x^4 - 24x^3 + 33x^2 - 18x + 9$$

$$4(4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3) = 16x^4 - 24x^3 + 33x^2 - 18x + 9$$

$$16x^4 - 24x^3 - 8x^2 + 4x + 12 = 16x^4 - 24x^3 + 33x^2 - 18x + 9$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$\Delta = 22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 41 = 484 + 492 = 976 = 16 \cdot 61$$

$$x = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82}$$

Условие (1) равносильно,  $x \in \left[ \frac{-3+\sqrt{57}}{-8}, \frac{-3-\sqrt{57}}{-8} \right]$ .

$$\frac{22+4\sqrt{61}}{82} < \frac{22+4\sqrt{64}}{82} = \frac{54}{82} < 1 = \frac{3+5}{8} = \frac{3+\sqrt{25}}{8} < \frac{3+\sqrt{57}}{8}$$

$$\frac{22+4\sqrt{61}}{82} > 0 = \frac{-3+3}{-8} > \frac{-3+\sqrt{57}}{-8}$$

корень  $\frac{22+4\sqrt{61}}{82}$  подходит и под ОДЗ и под условие 1.

$$\frac{22-4\sqrt{61}}{82} < \frac{22+4\sqrt{61}}{82} < 1 < \frac{3+\sqrt{57}}{8}$$

$$\frac{22-4\sqrt{61}}{82} > \frac{22-4\sqrt{64}}{82} = \frac{22-32}{82} = \frac{-10}{82} > \frac{-10}{80} = -\frac{1}{8} > -\frac{4}{8} = \\ = \frac{3-7}{8} > \frac{3-\sqrt{57}}{8}$$

корень  $\frac{22-4\sqrt{61}}{82}$  также подходит под ОДЗ и условие,

Ответ:  $\frac{2}{7}, \frac{22+4\sqrt{61}}{82}, \frac{22-4\sqrt{61}}{82}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

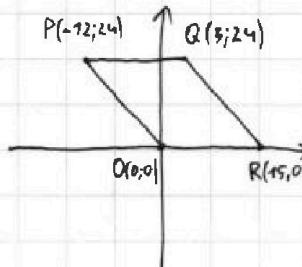
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задание: Заданы токи А с координатами  $(x_1; y_1)$  ( $x_1, y_1$  - целые) внутри параллелограмма



Таким образом, откуда из токов  $B(x_2; y_2)$ ,  
которые образуют с А исходную пару.

Получа  $y_2 = -2x_2 + (12 + 2x_1 + y_1)$ , т.е.

В цепном на прямой, заданной уравнением

$y = -2x + (12 + 2x_1 + y_1)$ . Пусть  $t = 12 + 2x_1 + y_1$  ( $t \in \mathbb{Z}$ )

Заметим, что уравнение прямой  $PO$ :  $y = -2x$ ,  
уравнение прямой  $QR$ :  $y = -2x + 30$ . Поэтому,  
т - целое от 0 до 30. При этом, если  $t$  - четное,  
то пару с А образуют 13 токов (с ординатами  
 $0, 2, \dots, 24$ ), иные 12 токов (с ординатами  $1, 3, \dots, 23$ ).

Решение. Поменяв знаки токов А удовлетворяют  $12 + 2x_1 + y_1 = t$ . Получа эти токи  
лежат на прямой  $y = -2x + t - 12$ . Как ранее  
 $t - 12 \in [0; 30]$ . Поэтому  $t$  на самом деле принима-  
ет целые значения от 12 до  $\frac{30}{2}$ . Из них  
 $\frac{10}{2}$  четных и  $\frac{9}{2}$  нечетных. При каждом  $t - 12$   
удовлетворяют 13 токов (с ординатами 0, 2,



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

..., 24). При этом торга ~~известно~~ <sup>10</sup> t - можно и у них в паре по 13 торек. Всего:  $\frac{10}{2} \cdot 13 \cdot 13$  пар.

При исчезновении t - 12 удовлетворяют 12 торек (с ординатами 1, 3, ..., 23). При этом торга t - можно и у них в паре по 12 торек: Всего пар:  $9 \cdot 12 \cdot 12$ . Торга ~~известное~~ <sup>10</sup> удвоенное число пар: (пара A, B воспринимается как A, B или и как B, A)

$$10 \cdot 13 \cdot 13 + 9 \cdot 12 \cdot 12. А иксное: \frac{10 \cdot 13^2 + 9 \cdot 12^2}{2} = \\ = 5 \cdot 13^2 + 9 \cdot 12 \cdot 6 = 5 \cdot 169 + 108 \cdot 6 = 1493.$$

Ответ: 1493.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Уч № 6. На same же предложите найти  
главные координаты управляемой системы  
к окружности с центром  $(-8, 0)$  и  
радиуса 2 и центром  $(0, 0)$  радиуса 2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Tycons I - wazewamp, To  
zunne o myzydze:

$B M = M A = M I = x$ ,  $N A = N I =$   
 $= N C = y$ . Тогда  $\angle ABC = 2\beta$ ,  
 $\angle BAC = 2\alpha$ ,  $\angle ACB = 2\gamma$ . Тогда  
 $\angle MAB = \gamma \Rightarrow \sin \gamma = \frac{4,5}{x}$ .

Площадь  $\triangle CAN = \frac{1}{2} y^2$ . Т.к.  $m_{AN}$  высота

$$\frac{AM}{\sin \angle ACM} = \frac{AN}{\sin \angle ABN} \Leftrightarrow \frac{x}{\sin \beta} = \frac{y}{\sin \gamma} \Leftrightarrow \frac{x^2}{4,5} = \frac{y^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{4,5}{2} = \frac{45}{20} = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 2x = 3y.$$

М.I.C. решаем на длину отрезка  $\angle C$ , N.I.B. решаем на длину отрезка  $\angle B$ .



**На одной странице можно оформлять только одну задачу.**

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$kx+b = y \quad (x+8)^2 + y^2 - 1 = kx+b - y$$

$$y = kx + b$$

$$k^2x^2 + 2kbx + b^2 = 1 - x^2 - 16x - 64 \Rightarrow$$

$$(k^2 + 1)x^2 + (2kb + 16)x + b^2 + 63 = 0$$

$$(24\lambda^2 + 16)^2 - 4(\lambda^2 + \lambda + 1)(\lambda^2 + 6\lambda + 6) = 0$$

$$\sin \beta = \frac{4\sqrt{5}}{10x} = \frac{2\sqrt{5}}{5x}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{4\sqrt{5}^2}{100x^2}} = \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 5}{100x^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{25x^2}}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{9}{x^2}} = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x}$$

$$\frac{y}{2} = \sin f = x + 5 \cdot \ln y$$

$$\frac{y}{x} \cdot 4,5 = \frac{y}{x} \cdot 2$$

$$\frac{x}{MN} = \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}} = \frac{10x^2}{45}$$

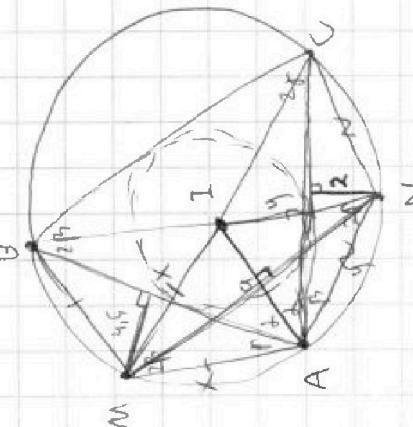
$$= \frac{10x}{45}$$

$$\sqrt{25(4x^2 - 81)}$$

$$MN = \frac{1}{3} \sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{4x^2 - 81}$$

$$\left( x_1 + y \right)^2 + \left( x_2 + y \right)^2 = 1$$

$$y = ax + 10b$$



$$\therefore \frac{8}{t^2 + 1} -$$

87 ±5 - { -

$$\frac{2}{3} \times \frac{8}{\sqrt{57}-3}$$

$$t_5 = 6 + 8 + 10 = 3 \cdot 5 + 6$$

$$\rightarrow \overbrace{+5} + \{-$$

$$87 \pm 5 \sqrt{-2}$$

$$\overline{3} \Rightarrow \overline{t5\sqrt{-3}}$$

$$t_5 = 6 + 8 + 10 = 3 \cdot 4 + 6$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1    2    3    4    5    6    7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1) = (-4x^2 + 3x - 3)^2$$
$$4(4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3) = 16x^4 + 9x^4 + 9 - 24x^3 - 18x^2 + 24x^2$$
$$4(4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3) =$$

$$16x^4 - 24x^3 + 8x^2 + 4x + 12 = 16x^4 - 24x^3 + 33x^2 - 18x + 9$$

$$41x^2 - 22x - \frac{3}{4} = 0$$

$$22^2 - 4 \cdot 41 \cdot 6 = 22^2 - 41 \cdot 24 < 0$$

$$7x = 2 \quad x = \frac{2}{7}$$

$$\begin{array}{r} 488 \cdot 2 \\ \times 22 \\ \hline 976 \\ \hline 976 \\ \hline 112 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 244 \cdot 4 \\ \times 12 \\ \hline 488 \\ \hline 288 \\ \hline 12 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 122 \cdot 8 \\ \times 16 \\ \hline 244 \\ \hline 192 \\ \hline 16 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 61 \cdot 16 \\ \times 22 \\ \hline 122 \\ \hline 122 \\ \hline 0 \end{array}$$
$$\frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{81}$$

$$x_1, y_1$$
$$y_2 = 2x_2 + \text{const}$$

$$30 \geq 12 - 2x + y > 0$$

$$2x \geq y - 18$$

$$2x \leq 12 + y$$

найдены

$$2x_2 + y_2 = 12 + 2x_1 + y_1$$
$$y_2 = -2x_2 + \left(12 + 2x_1 + y_1\right)$$
$$\text{от } 0 \text{ до } 30$$

$$x_1, y_1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{34}$$

$$(a, b) = 1$$

$$\gamma_2(a) = 2$$

$$\gamma_2(b) = 17$$

$$\gamma_2(c) = 10$$

$$2 + 17 \geq 14$$

$$17 + 10 \geq 14$$

$$2 + 10 \geq 14$$

$$2 + 17 + 10 \geq 26$$

$$2 + 17 + 10 \geq 26$$

$$abc = 2^{26} \cdot 7^{87}$$

$$a = 2^9 \cdot 7^{20}$$

$$b = 2^6 \cdot 7^{17}$$

$$c = 2^{11} \cdot 7^{17}$$

$$9 + 3 \cdot 4 \cdot 4 = 9 + 48 = 57$$

$$-3 \pm \sqrt{57}$$

$$\frac{3 - \sqrt{57}}{8} < \frac{3 - 7}{8} = -\frac{4}{8}$$

$$\frac{3 - \sqrt{57}}{8} > \frac{-3 - \sqrt{57}}{8} \approx \frac{19}{8}$$

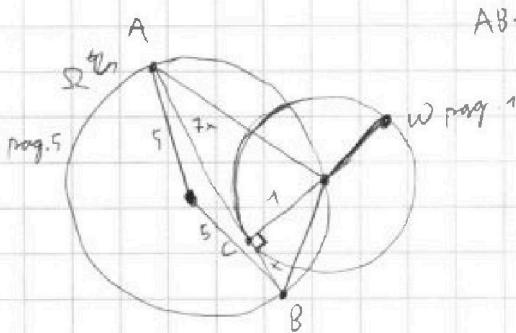
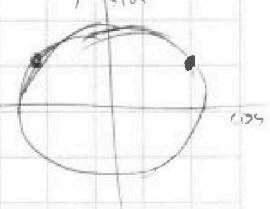
$$\frac{-3 + \sqrt{57}}{8} \approx -\frac{5}{8}$$

$$(a+b, a^2 - 6ab + b^2) = (a+b, a^2 - 6ab + b^2 - (a+b)^2) = (a+b, 8ab) =$$

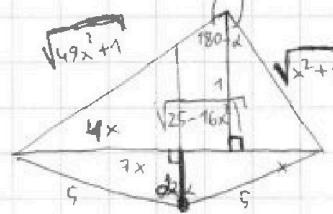
$$(a+b, 8) \leq 8$$

$$\frac{7+1}{49-48+1} = \frac{8}{8}$$

$$a=7 \\ b=1 \\ \beta \approx 90^\circ$$



$$AB = 7$$



$$\cos 7x = \frac{1}{\sqrt{49x^2+1}} \quad \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{49x^2+1}} \quad \sin \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{x^2+1}}$$

$$\frac{7x}{\sqrt{49x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\cos(\beta + \gamma) = \frac{1-7x^2}{\sqrt{49x^2+1}\sqrt{x^2+1}} = \cos(180 - \gamma - \beta) = -\cos(\beta + \gamma)$$

$$\frac{7x^2 - 1}{\sqrt{49x^2+1}\sqrt{x^2+1}} = \frac{\sqrt{25-16x^2}}{5}$$

$$\frac{(49x^4 - 14x^2 + 1)}{49x^4 + 50x^2 + 1} = \frac{25-16x^2}{25}$$

$$49x^4 + 25 - 14x^2 - 16x^2 = 49x^4 + 50x^2 - 16x^2 - 16 \cdot 49x^6 = 16 \cdot 50x^4 - 16x^2$$

$$25 \cdot 6x^2 - 16x^2 - 16 \cdot 49x^6 - 16 \cdot 50x^4 = 0$$

$$25 \cdot 4 - 1 - 49x^4 + 50x^2 = 0$$

$$99x^4 - 49x^2 - 50x^2 = 0$$

$$-49x^4 - 50x^2 + 99 = 0$$

$$(x^2 - 1)(x^2 + \frac{99}{49}) = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

$$AB = 8$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$

$$49 + 25 + 16 = 85$$