МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь
$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$
При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение
$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система
$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ ((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4) \leqslant 0 \end{cases}$$
имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

№1. Ответ: $2^{26}\cdot 7^{37}$

Решение: $ac \vdots 2^{20}\cdot 7^{37} \Rightarrow abc \vdots 7^{37}$ (1). Пусть α – степень вхождения 2 в a, β – степень вхождения 2 в b, γ – степень вхождения 2 в c. Тогда $\alpha+\beta \geq 14$ $(ab \vdots 2^{14})$, $\beta+\gamma \geq 17$ $(bc \vdots 2^{17})$, $\alpha+\gamma \geq 20$ $(ac \vdots 2^{20})$.

Следовательно, $2(\alpha+\beta+\gamma) \geq 14+17+20=51 \Rightarrow$ $\alpha+\beta+\gamma \geq 26$. То есть $abc \vdots 2^{26}$ (2). Из (1) и (2) имеем, что $abc \vdots 2^{26}\cdot 7^{37} \Rightarrow abc \geq 2^{26}\cdot 7^{37}$.

Пример: $a = 2^{9}\cdot 7^{20}$, $b = 2^{6}$, $c = 2^{11}\cdot 7^{17}$. $ab = 2^{15}\cdot 7^{20} \vdots 2^{14} 7^{10}$, $bc = 2^{17}\cdot 7^{17} \vdots 2^{17}\cdot 7^{17}$, $ac \doteq 2^{20}\cdot 7^{37} \vdots 2^{20}\cdot 7^{37}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

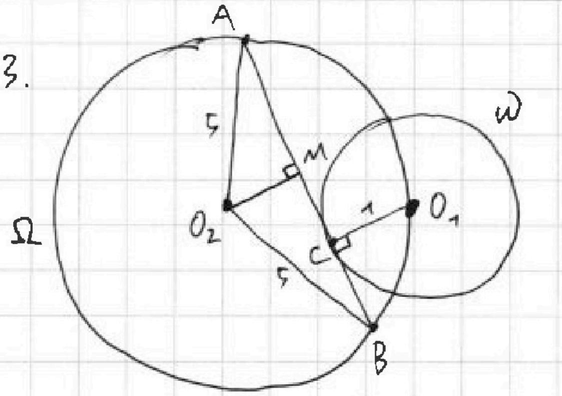
1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№2. Из условия следует, что $(a,b)=1$. А требуется найти максимально возможное значение $(a+b,\ a^2-6ab+b^2)$. Имеем $(a+b,\ a^2-6ab+b^2)=(a+b,\ a^2-6ab+b^2-(a+b)^2)=(a+b,\ -8ab)=(a+b,\ 8ab)$. Так как $(a+b,a)=(a,b)=1$ и $(a+b,b)=(a,b)=1$, то $(a+b,\ 8ab)=(a+b,8)$. Тогда понятно, что $m\le(a+b,\ a^2-6ab+b^2)=(a+b,\ 8)\le 8$. Пример: $a=7,\ b=1$. Тогда $a+b=8$, а $a^2-6ab+b^2=7^2-6\cdot7+1=7+1=8$ — оба числа делятся на 8.

№3.



Пусть O_1 - центр ω, O_2 - центр Ω, M - середина AB. O_2AB - равнобедренный $\Rightarrow$ O_2M - высота, медиана и биссектриса в нем. Пусть $\angle AO_2M = \angle MO_2B = \alpha$. Ясно, что O_1 и O_2 лежат по разные стороны от $AB \Rightarrow \angle AO_1B = 180 - \alpha$. Кроме этого, $O_1C \perp AB$, т.к. AB касается ω в точке C, а O_1 - центр ω.

Пусть $BC = x$. Тогда $AC = 7x$, $AB = 8x$, $AM = MB = 4x$.

$AO_1 = \sqrt{AC^2+CO_1^2} = \sqrt{49x^2+1}$, $O_1B = \sqrt{BC^2+O_1C^2} = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow \cos\angle AO_1C = \frac{1}{\sqrt{49x^2+1}}$, $\sin\angle AO_1C = \frac{7x}{\sqrt{49x^2+1}}$, $\cos\angle CO_1B = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$, $\sin\angle CO_1B = \frac{x}{\sqrt{\cancel{49}x^2+1}}$. Тогда $\sin\angle AO_1B = \sin(\angle AO_1C + \angle CO_1B) =$
$\sin\angle AO_1C \cdot \cos\angle CO_1B + \sin\angle CO_1B \cdot \cos\angle AO_1C = \frac{7x}{\sqrt{x^2+1}\sqrt{49x^2+1}} + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}\sqrt{49x^2+1}} = \frac{7x+x}{\sqrt{x^2+1}\sqrt{49x^2+1}} \Rightarrow \sin\alpha = \sin(180-\alpha) = \frac{\cancel{7}\;8x}{\sqrt{x^2+1}\sqrt{49x^2+1}}$

Кроме этого, $\sin\alpha = \sin\angle AO_2M = \frac{AM}{O_2A} = \frac{4x}{5}$. Следовательно, $\frac{4x}{5} = \frac{8x}{\sqrt{x^2+1}\sqrt{49x^2+1}} \overset{x>0}{\Rightarrow} \sqrt{x^2+1}\sqrt{49x^2+1} = 10 \Rightarrow (x^2+1)(49x^2+1) = 100 \Rightarrow 49x^4+50x^2-99=0 \Rightarrow (x^2-1)\cdot(x^2+\frac{99}{49}) = 0 \overset{x^2+\frac{99}{49}>0}{\Rightarrow} x^2 = 1 \overset{x>0}{\Rightarrow} x = 1$. Тогда $AB = 8x = 8$. Ответ: 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4. ОДЗ: $\begin{cases} 2x^2-5x+3 \geq 0 \\ 2x^2+2x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x-\frac{3}{2}) \geq 0 \\ x^2+(x+1)^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$(x-1)(x-\frac{3}{2}) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$.

Решение: домножим обе части уравнения на $\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1}$. Получим:

$(2x^2-5x+3) - (2x^2+2x+1) = (2-7x)(\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1})$

$2-7x = (2-7x)(\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1})$

$\left[\begin{array}{l} 2-7x=0 \\ \sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1 \end{array} \right.$

$2-7x=0 \Rightarrow 2=7x \Rightarrow x=\frac{2}{7}$. $\frac{2}{7}<1$ – подходит под ОДЗ

$\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1$

$(\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1})^2 = 1$

$4x^2-3x+4+2\sqrt{2x^2-5x+3}\sqrt{2x^2+2x+1} = 1$

$2\sqrt{2x^2-5x+3}\sqrt{2x^2+2x+1} = -4x^2+3x-3$

При условии, что $-4x^2+3x-3 \geq 0$ (1) возводим обе части в квадрат:

$4(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1) = 16x^4+9x^2+9-24x^3+24x^2-18x$

$4(4x^4+4x^3+2x^2-10x^3-10x^2-5x+6x^2+6x+3) = 16x^4-24x^3+33x^2-18x+9$

$4(4x^4-6x^3-2x^2+x+3) = 16x^4-24x^3+33x^2-18x+9$

$16x^4-24x^3-8x^2+4x+12 = 16x^4-24x^3+33x^2-18x+9$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$41x^2 - 22x - 3 = 0$

$D = 22^2 + 4\cdot 3\cdot 41 = 484 + 492 = 976 = 16\cdot 61$

$x = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82}$

Условие (1) равносильно, $x \in \left[\frac{-3+\sqrt{57}}{-8}; \frac{-3-\sqrt{57}}{-8}\right]$.

$\frac{22+4\sqrt{61}}{82} < \frac{22+4\sqrt{64}}{82} = \frac{54}{82} < 1 = \frac{3+5}{8} = \frac{3+\sqrt{25}}{8} < \frac{3+\sqrt{57}}{8}$

$\frac{22+4\sqrt{61}}{82} > 0 = \frac{-3+3}{-8} > \frac{-3+\sqrt{57}}{-8}$

корень $\frac{22+4\sqrt{61}}{82}$ подходит и под ОДЗ и под условие 1.

$\frac{22-4\sqrt{61}}{82} < \frac{22+4\sqrt{61}}{82} < 1 < \frac{3+\sqrt{57}}{8}$

$\frac{22-4\sqrt{61}}{82} > \frac{22-4\sqrt{64}}{82} = \frac{22-32}{82} = \frac{-10}{82} > \frac{-10}{80} = -\frac{1}{8} > -\frac{4}{8} =$

$= \frac{3-7}{8} > \frac{3-\sqrt{57}}{8}$

корень $\frac{22-4\sqrt{61}}{82}$ также подходит под ОДЗ и условие 1

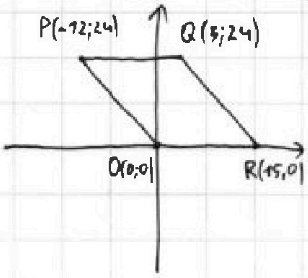
Ответ: $\frac{2}{7}$, $\frac{22+4\sqrt{61}}{82}$, $\frac{22-4\sqrt{61}}{82}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решение: Зафиксируем точку A с координатами $(x_1; y_1)$ (x_1, y_1 – целые) внутри параллелограмма.



Рассмотрим одну из точек $B(x_2; y_2)$, которая образует с A искомую пару. Тогда $y_2 = -2x_2 + (12 + 2x_1 + y_1)$, т.е. B лежит на прямой, заданной уравнением $y = -2x + (12 + 2x_1 + y_1)$. Пусть $t = 12 + 2x_1 + y_1$ ($t \in \mathbb{Z}$). Заметим, что уравнение прямой PO: $y = -2x$, уравнение прямой QR: $y = -2x + 30$. Поэтому, t – целое от 0 до 30. При этом, если t – четно, то пару с A образуют 13 точек (с ординатами 0, 2, ..., 24), иначе 12 точек (с ординатами 1, 3, ..., 23). Посчитаем сколько точек A удовлетворяют $12 + 2x_1 + y_1 = t$. Тогда эти точки лежат на прямой $y = -2x + t - 12$. Как ранее $t - 12 \in [0; 30]$. Поэтому t на самом деле принимает целые значения от 12 до 30. Из них 10 четных и 9 нечетных. При четном $t-12$ удовлетворяют 13 точек (с ординатами 0, 2,

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

..., 24). При этом тогда t - четно и у них в паре по 13 точек. Всего: $10 \cdot 13 \cdot 13$ пар.

При нечетном t - 12 удовлетворяют 12 точек (с ординатами 1, 3, ..., 23). При этом тогда t - - нечетно и у них в паре по 12 точек. Всего пар: $9 \cdot 12 \cdot 12$. Тогда удвоенное число пар: (пара A, B посчитана как A, B так и как B, A) $10 \cdot 13 \cdot 13 + 9 \cdot 12 \cdot 12$. А искомое: $\frac{10 \cdot 13^2 + 9 \cdot 12^2}{2} =$

$= 5 \cdot 13^2 + 9 \cdot 12 \cdot 6 = 5 \cdot 169 + 108 \cdot 6 = 1493$.

Ответ: 1493.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

[illegible] №6. На самом деле требуется найти угловые коэффициенты уравнений касательных к окружности с центром $(-8, 0)$ и радиуса 2 и центром $(0, 0)$ радиуса 2.

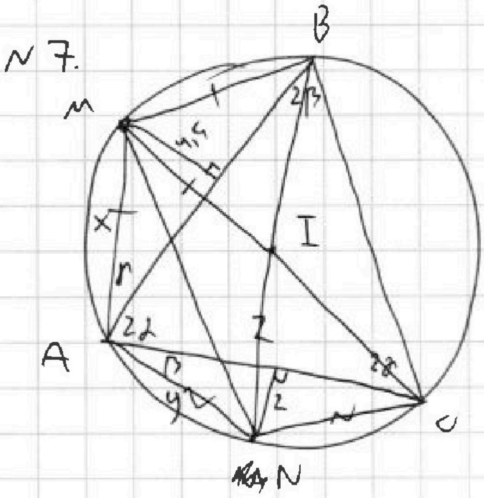
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 7.



Пусть I - инцентр, По лемме о трезубце: $BM = MA = MI = x$, $NA = NI = NC = y$. Пусть $\angle ABC = 2\beta$, $\angle BAC = 2\alpha$, $\angle ACB = 2\gamma$. Тогда $\angle MAB = \gamma \Rightarrow \sin\gamma = \frac{4,5}{x}$.

Также $\angle CAN = \beta \Rightarrow \sin\beta = \frac{2}{y}$. По т. синусов

$$\frac{AM}{\sin\angle ACM} = \frac{AN}{\sin\angle ABN} \Leftrightarrow \frac{x}{\sin\gamma} = \frac{y}{\sin\beta} \Leftrightarrow \frac{x^2}{4,5} = \frac{y^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{4,5}{2} = \frac{45}{20} = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 2x = 3y.$$

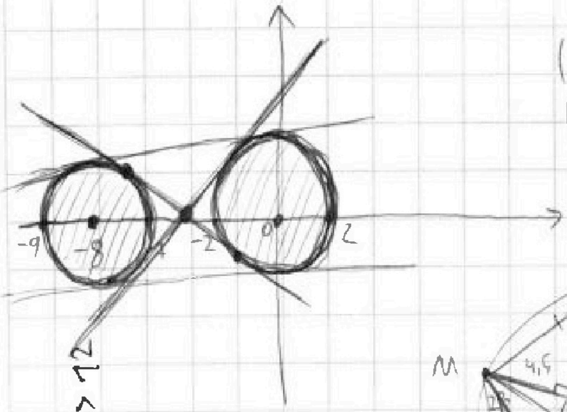
M, I, C лежат на биссектрисе $\angle C$, N, I, B лежат на биссектрисе $\angle B$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$kx+b=y$

$(x+8)^2+y^2=1$

$(x_1+8)^2+(kx_1+b)^2=1$

$y=ax+10b$

$(x+8)^2+y^2-1=kx+b-y$

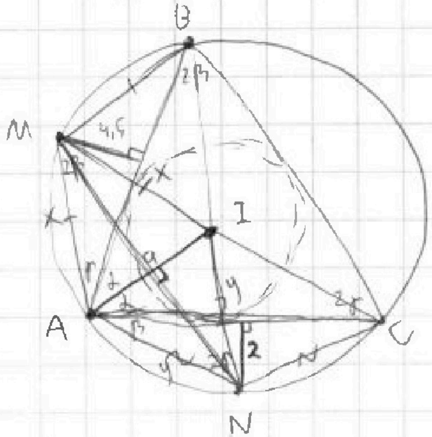
$y=kx+b$

$y=\sqrt{(x+8)^2+1}$

$k^2x^2+2kbx+b^2=1-x^2-16x-64$

$(k^2+1)x^2+(2kb+16)x+b^2+63=0$

$(2kb+16)^2-4(k^2+1)(b^2+63)=0$



$\sin\beta=\frac{4,5}{x}=\frac{45}{10x}$

$\sin\beta=\frac{2}{y}$

$\cos\beta=\sqrt{1-\frac{45^2}{100x^2}}=\frac{\sqrt{100x^2-45^2}}{10x}$

$\cos\beta=\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}=\frac{\sqrt{x^2-9}}{x}$

$\frac{a}{2}=y\cdot\sin\beta=x\cdot\sin\beta$

$\frac{y}{x}\cdot 4,5=\frac{x}{y}\cdot 2$

$\frac{y}{x}\cdot 45=\frac{x}{y}\cdot 20$

$\frac{y^2}{x^2}=\frac{20}{45}=\frac{4}{9}$

$\frac{y}{x}=\frac{2}{3}$

$\boxed{2x=3y}$

$\sin(\alpha+\beta)=\frac{45\sqrt{x^2-9}}{10x^2}+\frac{3\sqrt{100x^2-45^2}}{10x^2}$

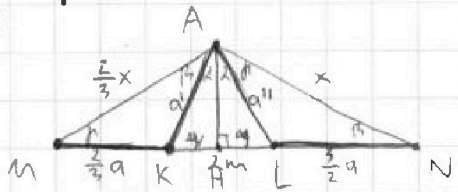
$\frac{MN}{\sin\angle}=\frac{x}{\sin\beta}=\frac{10x^2}{45}$

$\frac{MN\cdot 10x^2}{45\sqrt{x^2-9}+3\sqrt{100x^2-45^2}}=\frac{10x^2}{45}$

$\sqrt{25(4x^2-81)}$

$\frac{MN}{3\sqrt{x^2-9}+\sqrt{4x^2-81}}=\frac{1}{3}$

$MN=\frac{3\sqrt{x^2-9}+\sqrt{4x^2-81}}{3}$



$\frac{2}{3}a\left(2m+\frac{3}{2}a\right)=\frac{4}{9}x^2$

$\frac{3}{2}a\left(2m+\frac{2}{3}a\right)=x^2$

$\frac{a'}{x}=\frac{2x}{3\sqrt{x^2-9}+\sqrt{4x^2-81}}$

$\frac{a''}{x}=\frac{x}{3}$

$-3-\sqrt{57}>12$

$-3-\sqrt{57}<8$

$\frac{-3-\sqrt{57}}{-8}<\frac{3}{2}$

$\frac{-3+\sqrt{57}}{-8}<$

$9+3\cdot 16=30+18+9=57$

$\frac{-3\pm\sqrt{57}}{-8}$

$845+648=1493$

$9\cdot 61=549$

$648\cdot 6=108$

$41\cdot 12=492$

$492+484$

$976:16=61$

$22\cdot 22=484$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$4(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)=(-4x^2+3x-3)^2$

$4(4x^4+4x^3+2x^2-10x^3-10x^2-5x+6x^2+6x+3)=16x^4+9x^2+9-24x^3-18x+24x^2$

$4(4x^4-6x^3-2x^2+x+3)=$

$\cancel{16x^4}-\cancel{24x^3}-8x^2+4x+12=\cancel{16x^4}-\cancel{24x^3}+33x^2-18x+9$

$41x^2-22x\ \cancel{+6}\ -3=0$

$22^2-4\cdot41\cdot6=22^2-41\cdot24<0$

$22^2+12\cdot41$

$22\cdot22=976$, $12\cdot41=492$, $26\cdot26$, $36\cdot36=1296$

$976 : 2 = 488$

$488\cdot2$

$244\cdot4$

$122\cdot8$

$61\cdot16$

$\dfrac{22\pm4\sqrt{61}}{81}$

x_1, y_1

$y_2=2x_2+const$

$y=-2x+\ldots$

x_1, y_1

$2x_2+y_2=12+2x_1+y_1$

$y_2=-2x_2+\underbrace{(12+2x_1+y_1)}_{}$

от 0 до 30

$2-7x=0$

$7x=2 \quad x=\frac{2}{7}$

$2x^2-5x+3\geq0$

$+ \quad 1 \quad - \quad \frac{3}{2} \quad +$

$22+4\sqrt{61}\leq81$

$4\sqrt{61}\leq59$

$61\cdot16\leq59\cdot59$

$4\sqrt{61}<4\cdot\sqrt{64}=4\cdot8=32$

$30\geq12-2x+y\geq0$

$2x\geq y-18$

$2x\leq12+y$

$12+2x+y=b \quad b\in[0;30]$

$y=-2x+(b-12)$

$\frac{8}{49}-\frac{10}{7}+3=\frac{8}{49}-\frac{70}{49}+\frac{147}{49}>0$

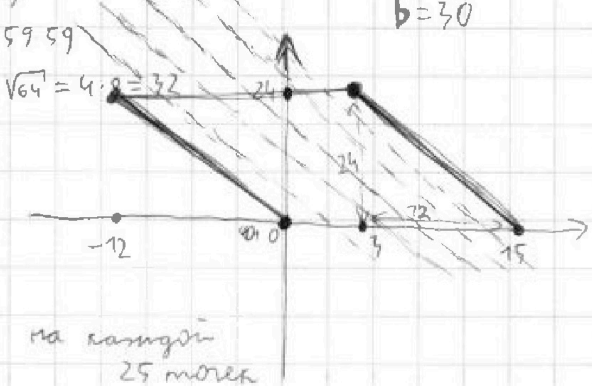
$0\leq b-12\leq30$ 10 тот 9 нет. 19 значений

$12\leq b\leq30$

$-2x+b$

$-30+b=0$

$b=30$



на каждой 25 точек

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab \vdots 2^{14} 7^{10}$

$bc \vdots 2^{17} 7^{17}$

$ac \vdots 2^{20} 7^{37}$

$(a,b)=1$

$\nu_2(a)=\alpha$

$\nu_2(b)=\beta$

$\nu_2(c)=\gamma$

$\alpha+\beta \geq 14$

$\beta+\gamma \geq 17$

$\alpha+\gamma \geq 20$

$2(\alpha+\beta+\gamma) \geq 51$

$\alpha+\beta+\gamma \geq 26$

$\alpha=9$, $\beta=6$, $\gamma=11$

$abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

$\boxed{a = 2^9 \cdot 7^{20} \quad b = 2^6 \quad c = 2^{11} \cdot 7^{17}}$

$9+3\cdot4\cdot4 = 9+48=57$

$\dfrac{-3 \pm \sqrt{57}}{-8}$

$\dfrac{3-\sqrt{57}}{8} < \dfrac{3-7}{8}$

$\dfrac{3-\sqrt{57}}{8} > \dfrac{3-8}{8}$

$\dfrac{-3-\sqrt{57}}{-8} \approx \dfrac{11}{8}$

$\dfrac{-3+\sqrt{57}}{-8} \approx -\dfrac{5}{8}$

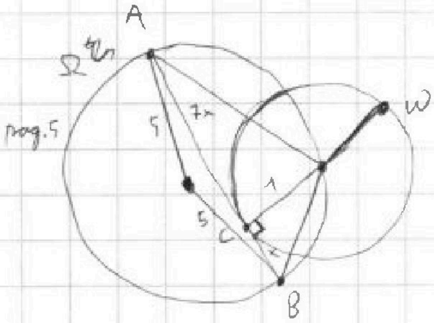
$(a+b,\ a^2-6ab+b^2) = (a+b,\ a^2-6ab+b^2-(a+b)^2) = (a+b,\ 8ab) =$

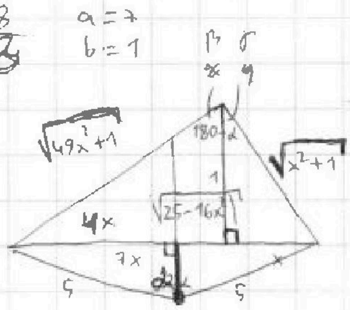
$(a+b,\ 8) \leq 8$

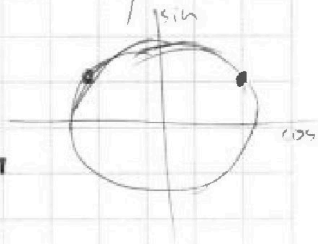
$\dfrac{7+1}{49-\cancel{4}+1} = \dfrac{8}{\cancel{50}}$

$a=7$, $b=1$

AB-7







$\cos\beta = \dfrac{1}{\sqrt{49x^2+1}}$ $\quad \cos\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

$\sin\beta = \sqrt{1-\dfrac{1}{49x^2+1}} = \dfrac{7x}{\sqrt{49x^2+1}}$ $\quad \sin\gamma = \sqrt{1-\dfrac{1}{x^2+1}} = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

$\cos(\beta+\gamma) = \dfrac{1-7x^2}{\sqrt{49x^2+1}\sqrt{x^2+1}}$

$\dfrac{7x^2-1}{\sqrt{49x^2+1}\sqrt{x^2+1}} = \dfrac{\sqrt{25-16x^2}}{5} = \cos(180-\beta-\gamma) = -\cos(\beta+\gamma)$

$\dfrac{49x^4-14x^2+1}{49x^4+50x^2+1} = \dfrac{25-16x^2}{25}$

$25\cdot 14x^2 \ldots = 25 - 16\cdot 49x^6 - 16\cdot 50x^4 - 16x^2$

$25\cdot 64x^2 - 16x^2 - 16\cdot 49x^6 - 16\cdot 50x^4 = 0$

$25\cdot 4 - 1 - 49x^4 - 50x^2 = 0$

$\cancel{99 = 49x^4 - 50x^2}$

$-49x^4 - 50x^2 + 99 = 0$

$(x^2-1)\left(x^2+\dfrac{99}{49}\right)=0$

$x^2=1$

$x=\pm 1$

AB=8

$\sqrt{2x^2-5x+2} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$

$-7x+2 = (2-7x)(\sqrt{2\ldots} + \sqrt{\ldots})$

$2-7x=0$

$\sqrt{\ldots} + \sqrt{\ldots} = 1$

$2\sqrt{\ldots} = -4x^2+7x-2$

$2x^2-5x+3 \neq \ldots (2-7x)$

$49x^2-28x+4$