



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

Рассмотрим наименьшие степени возведения  
в разложении на множители числа  $a \cdot b \cdot c$   
у чисел 2 и 7.

Пусть обозначим как  $a_1, b_1, c_1$  степени  
возведения числа 2 в числа  $a, b, c$  и  $a_2, b_2, c_2$   
степени возведения числа 7 в те же числа, все они  
натуральные. Так как при перемножении  
степеней возведения числа складываются,  
то можно составить систему:

$$\begin{cases} a_1 + b_1 \geq 15 \\ b_1 + c_1 \geq 17 \\ a_1 + c_1 \geq 23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(a_1 + b_1 + c_1) \geq 55 \\ a_1 + b_1 + c_1 \geq 28 \end{cases}$$

Сложно подобрать решение:  $a_1 = 10$   
 $b_1 = 5$   
 $c_1 = 13$

$$\begin{cases} a_2 + b_2 \geq 11 \\ b_2 + c_2 \geq 18 \\ c_2 + a_2 \geq 39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 68 \\ a_2 + b_2 + c_2 \geq 34 \end{cases}$$

Так как  $a_2, b_2, c_2 \in \mathbb{N}$ , и  $c_2 + a_2 \geq 39$ , то  
 $a_2 + b_2 + c_2 \geq 40$

Сложно подобрать решение:

$$a_2 = 11, b_2 = 1, c_2 = 28;$$

Тогда мы знаем, что  
 $a \cdot b \cdot c : 2^{28} \cdot 7^{40}$ , а такое минимальное число  
равно  $2^{28} \cdot 7^{40}$

Ответ:  $2^{28} \cdot 7^{40}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Горча QR-кода недопустима!

Задача №2

$a$  и  $b$  - взаимнопросты

$$\begin{cases} a+b : m \\ a^2 - 9ab + b^2 : m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b : m \\ (a+b)^2 - 9ab : m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b : m \\ 9ab : m \end{cases}$$

$$m = \text{НОД}(a+b; 9ab)$$

Поскольку  $a$  и  $b$  взаимнопросты, то

$$\text{НОД}(a+b; a) = \text{НОД}(a+b; b) = 1, \text{ тогда}$$

$$\text{НОД}(a+b; 9ab) = \text{НОД}(a+b; 9), \quad m \leq 9,$$

пример для  $m=9$ :  $a=4, b=5$

~~Пример~~  
Пример подойдет, так как знаменатель равен

$$16 - 140 + 25 = -99 \neq 0, \text{ неопределенности нет.}$$

Ответ: наибольшее значение  $m=9$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

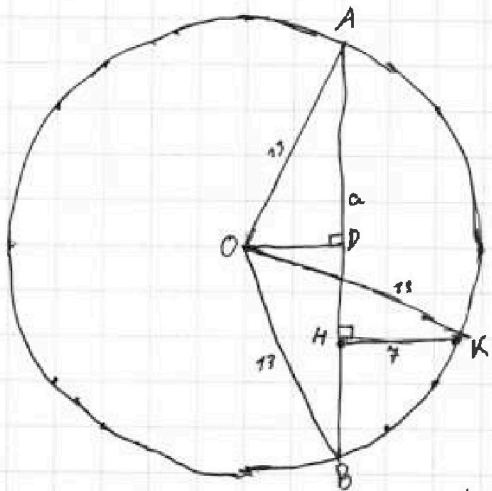
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3



$O, K$  - центры окружностей  $\Omega, \omega$ ;  $AB = a$  (исканное)  
 $KH \perp AB$ ,  $\omega$  проходит через  $H$  по условию, т.к.  $\omega$  касается  $AB$ .  
 $KH = 7$ ;  $OD \perp AB$ ;  $AH = \frac{27a}{24}$ ;  $HB = \frac{7a}{24}$

Решение:

$AD = BD$ , т.к.  $OD \perp AB$  на хорду  $AB$ ;  $AD = \frac{a}{2}$ ;

$$OD^2 = OA^2 - AD^2 = 13^2 - \frac{a^2}{4}; \quad DH = a - \frac{a}{2} - \frac{7a}{24} = \frac{5a}{24};$$

~~Проведем касательную  $\omega'$  к окружности  $\Omega$  в точке  $O'$  на вектор  $DH$ , получив  $O'$ , тогда  $\triangle OO'K$  - прямоугольный,~~

$O'H = OD$ ; ~~тогда~~  $DH = O'O$ ;  $O'O^2 + O'K^2 = OK^2$ .

$$\left(\frac{5a}{24}\right)^2 + \left(7 + \sqrt{13^2 - \frac{a^2}{4}}\right)^2 = 13^2; \quad ODB: a \leq 26;$$

~~$$a \frac{25a^2}{24^2} + 49 + 2\sqrt{13^2 - \frac{a^2}{4}} + 13^2 - 49 = 13^2; \quad \theta = \frac{a}{4};$$~~

~~$$\frac{25a^2}{36} + 49 - 14\sqrt{13^2 - \frac{a^2}{4}} + 13^2 - 49 = 13^2$$~~

~~$$\frac{25a^2}{36} + 49 - 49 = 14\sqrt{13^2 - \frac{a^2}{4}};$$~~

~~$$-\frac{25a^2}{36} + 49 = 14\sqrt{13^2 - \frac{a^2}{4}}; \quad -\frac{25a^2}{36} + 49 = \sqrt{13^2 - \frac{a^2}{4}}; \quad a^2 \leq \frac{36 \cdot 7}{24}$$~~

Треугольник  $ODB$  прямоугольный;  $OD^2 + BD^2 = OB^2$ ;

18



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Перенесём  $O$  на вектор  $DK$  получив  $O'$ , тогда  
 $\triangle OO'K$  — равнобедренный прямоугольный,  $O'H = OD$ ;  
 $DH = OO'$ ,  $(OO')^2 + (O'K)^2 = OK^2$ ;

$$\left(\frac{5a}{24}\right)^2 + \left(7 + \sqrt{13 - \frac{a^2}{4}}\right)^2 = 13^2; \quad a \leq 26; \quad b = \frac{a}{4};$$

$$\frac{25a^2}{36} + 49 + 14\sqrt{13 - \frac{a^2}{4}} + 7^2 - 4b^2 = 169$$

$$\frac{25a^2}{36} + 49 + 14\sqrt{13 - 4b^2} + 7^2 - 4b^2 = 169$$

$$\frac{25a^2}{36} - 4b^2 + 49 = -14\sqrt{13 - 4b^2};$$

$$-\frac{77a^2}{36} + 49 = -14\sqrt{13 - 4b^2};$$

$$\frac{17a^2}{36} - 7 = 2\sqrt{13 - 4b^2}; \quad C = \frac{b}{6}; \quad C = \frac{a}{24};$$

$$17a^2 - 7 = 2\sqrt{13 - 24C^2}; \quad C \geq \sqrt{\frac{7}{17}}; \quad \boxed{C^2 \geq \frac{7}{17}} \quad \leftarrow \text{об } 32$$

$$289a^4 - 238a^2 + 49 = 26 - 48C^2;$$

$$289a^4 - 190a^2 + 23 = 0; \quad D = 190^2 - 4 \cdot 289 \cdot 23 = 36100 - 26588 =$$

$$C^2 = \frac{190 \pm \sqrt{9572}}{289}; \quad C^2 = \frac{190 + \sqrt{9572}}{289}, \quad \text{н.к.} = 9572/4$$

первый случай не удовлетворяет об 32.

$$\text{Поэтому } a = \frac{\sqrt{190 + \sqrt{9572}}}{17} \cdot 24$$

$$\text{Ответ: } a = \frac{\sqrt{190 + \sqrt{9572}} \cdot 24}{17}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!



Задача №4

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$D = 36 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 12; \quad D = 9 - 3 \cdot 4 \cdot 1 = -3 < 0 \text{ (значение всегда положительно)}$$

$$x \notin \left( \frac{6 - 2\sqrt{3}}{2 \cdot 3}, \frac{6 + 2\sqrt{3}}{2 \cdot 3} \right) \Rightarrow x \notin \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$

Для тех значений второго корня всегда  $> 0$ , то мы можем домножить обе части на сопряжённые, то есть на  $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$ ;

$$(3x^2 - 6x + 2) - (3x^2 + 3x + 1) = (1 - 9x)(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1})$$

$$1 - 9x = (1 - 9x)(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1})$$

$$1 - 9x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{9}$$

~~Handwritten scribbles and calculations, including  $x_2 = \frac{-6}{2a} = \frac{-3}{1} = -3$  and  $y_2 = 3 \cdot \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + 1 = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + \frac{2}{2} = \frac{3 - 6 + 4}{4} = \frac{1}{4}$~~

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$3x^2 - 6x + 2 \leq 0; \quad 3x^2 + 3x \leq 0;$$

$$x \in \left( 1 - \frac{\sqrt{6}}{3}, 1 + \frac{\sqrt{6}}{3} \right); \quad x^2 + x \leq 0; x \in (-1, 0)$$

$1 - \frac{\sqrt{6}}{3} > 0 \Rightarrow x \in \emptyset$ ; Остается единственный корень  $x = \frac{1}{9}$ ;  $\frac{1}{9} < 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$ , так как  $-\frac{8}{9} < -\frac{\sqrt{3}}{3}$ , так как  $(8)^2 = 64 > 27 = (\sqrt{3} \cdot 3)^2$

Ответ:  $x = \frac{1}{9}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Возьмем заданную А. Тогда возможные ТМТ точки В имеют вид прямой с наклоном -2.

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 19$$

Точка А, у которой есть хотя бы одна пара В лежит не выше прямой

$$y = -2x + 19 \quad (\text{подобрали по крайней точке } A \star A(9; 0));$$

Все прямые с наклоном -2 пересекают единичное множество точек В параллелограмме,

т.к. верхняя и нижняя

сторона параллелограмма параллельны оси Ох, а боковые — прямой  $y = -2x$ , прямые с таким наклоном всегда пересекают

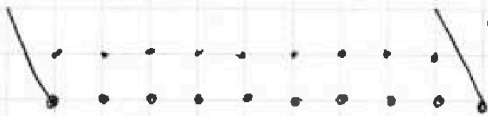
$$\frac{h}{2} + 1 \text{ точек (} h - \text{высота)} = \frac{26}{2} + 1 = 14;$$

Всего параллельных А ~~13~~

А можно считать на прямой  $y = z$

то при  $y_1 \in [2k; 2k+1]$  (когда, всего параллельных точек А =  $10 + (10-1) = 19$ , на  $y_1 = 26 \rightarrow 10$  точек;

$$\downarrow 19 \text{ точек} \quad 13 \cdot 19 + 10 = 247 + 10 = 257$$



Для каждой А равно 13 вариантов В →

$$\text{ответ равен } 13 \cdot 257 = 3341$$

Ответ: 3341



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

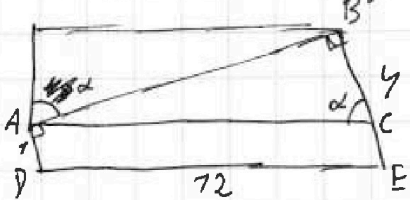


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



и она тоже является ответом системы.

Построим 2 случая (D, E — центры окружностей)

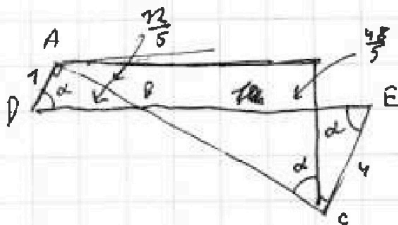


$$\operatorname{tg} \alpha = a$$

$$AB^2 + BC^2 = AC^2; AB^2 + 3^2 = 144 + 12^2$$

$$AB = \sqrt{144 - 9} = 3\sqrt{15}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{3\sqrt{15}}{3}$$

$$a = \pm \sqrt{15}$$



$$DB = 12 \cdot \frac{7}{5}; BE = 12 \cdot \frac{4}{5} = \frac{48}{5}$$

$$AB^2 = DB^2 - DA^2 = \frac{144}{25} - 7 = \frac{119}{25}$$

$$AB = \frac{\sqrt{119}}{5}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{9 \cdot 17}}{5}$$

$$\text{Получаем } a = \left\{ \pm \sqrt{15}; \pm \frac{\sqrt{119}}{5} \right\}$$

$$\text{Ответ: } a = \left\{ \sqrt{15}; -\sqrt{15}; \frac{\sqrt{119}}{5}; -\frac{\sqrt{119}}{5} \right\}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

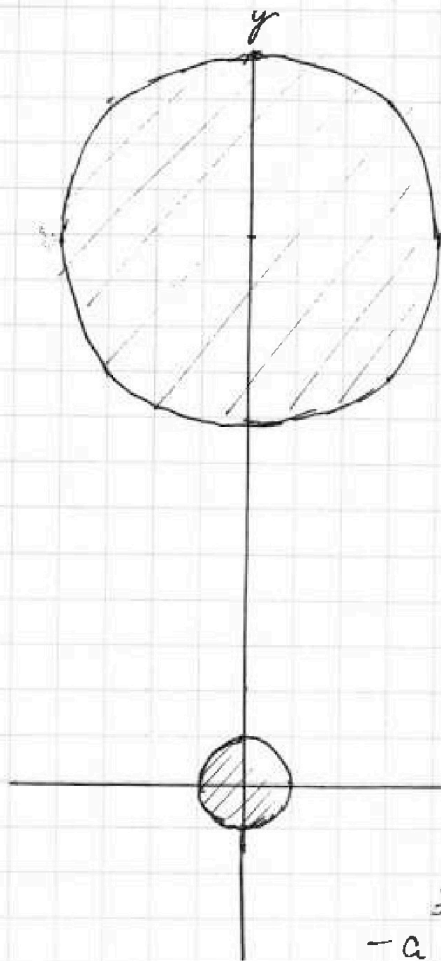
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~№6~~  
Задача №6

Рассмотрим выражение  $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$ ,  
а точнее фигуры в скобках; первая ось скобки -  
формула кругов с координатами  $(0; 0)$  и  $(0; 12)$   
и радиусами  $\sqrt{1} = 1$  и  $\sqrt{16} = 4$  соответственно.



Круги не пересекаются,  
так что мы можем  
изобразить началь-  
ное выражение  
как множество  
точек, лежащих  
в ~~заштрихованной~~ внутри  
окружностей и  
на окружностях.

Тем временем  
 $ax + y - 8b = 0$  -  
формула прямой  
с углом  $y = -ax + 8b$ ,  
с наклоном  $-a$ .  
Пар.  $a$  и  $b$  может прини-  
мать любые  
значения, но

Для заданного  $a$   
это любая прямая с углом наклона  
 $-a$ . Если система имеет 2  
решения, то прямая - общая касательная  
двух окружностей, ~~где~~ как на рисунке  
симметричная, но для ответа  $a$  и  $y$  ~~каждой~~  
касательной с углом наклона  $-a$  есть пара -  
симметричная касательная с наклоном  $a$ ,

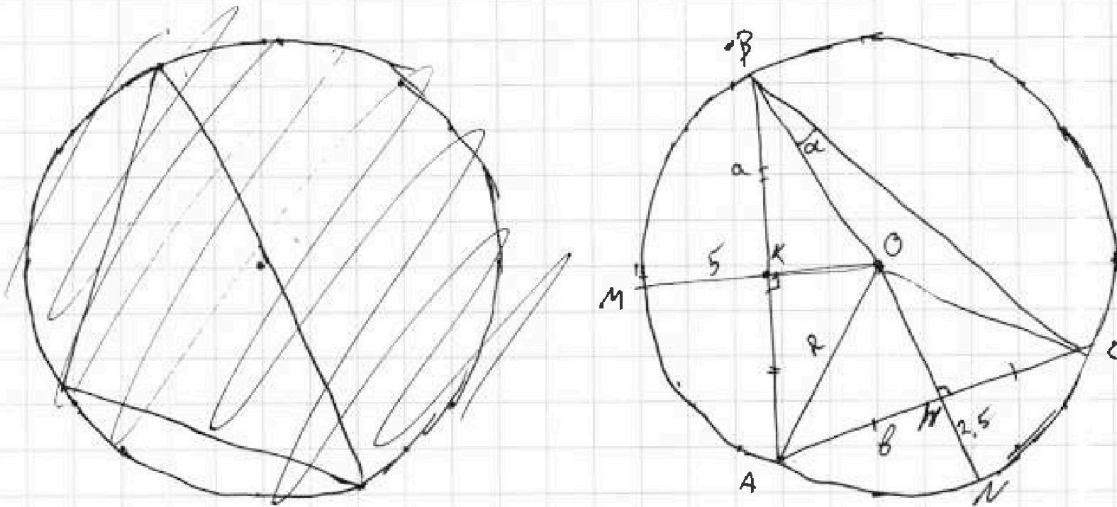
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BK = AK \cdot AM = HC$$

$$MK = 5; NM = 2,5; \angle BOC = \alpha; BK = a; AH = b; \angle OBC = \alpha;$$

Решение:

$$\left\{ \begin{array}{l} AO^2 = OM^2 + AM^2 \Rightarrow R^2 = (R - 5)^2 + a^2 \\ AO^2 = AK^2 + KO^2 \Rightarrow R^2 = (R - 2,5)^2 + b^2 \end{array} \right. \begin{array}{l} * \angle B = \alpha + \arccos\left(\frac{a}{R}\right) \\ * \angle C = \alpha + \arccos\left(\frac{b}{R}\right) \end{array}$$

$$\frac{AC}{2 \sin B} = R; \quad * \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\frac{BA}{2 \sin C} = R$$

Система из 4 неизвестных ( $\alpha, R, a, b$ )  
с 4 уравнениями решается



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



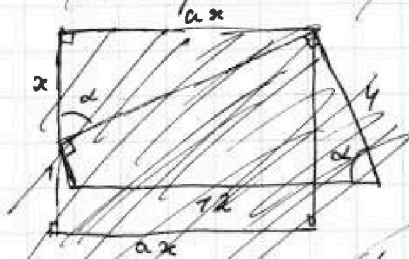
- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

*и она тоже является ответом системы.*

*Построим 2 случая*

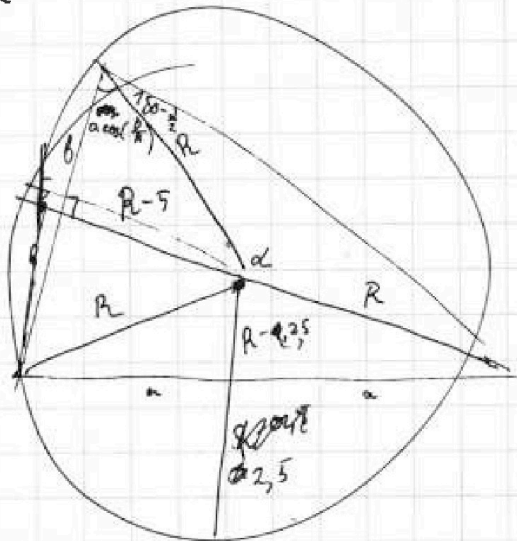


*tg α = x/a; sin α = x/√(x²+a²) = a/√(x²+a²); cos α = a/√(x²+a²)*

*ax = 4 sin α - 7 sin α = 3 sin α = 3a/√(x²+a²);*  
*ax = 72 - 4 cos α + 7 cos α = 72 - 3 cos α = 72 - 3a/√(x²+a²);*

*ax = a*

*3a²/√(x²+a²)*



*152.225*  
*16² = 256*  
*13² = 289*

*99² = 12177.81*  
*2 1214*  
*+ 968*  
*9801*

*98*  
*+ 98*

*(100² - 99²) = 199.7*

*100 2 \* 99 = 496*

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~2570 +~~

$48 + 200 = h$

$48 - h + 200$

$a = 4h + 200$

$y = -2x$

2570 +

+ 257 · 3 =

= 2570 + 771 =

= 3341

13 · 20 - 13 =  $\frac{260}{249}$

$\frac{2h + 200 + 400}{4r} = 2h$

$\left( \frac{2h + 200 + 400}{4r} \right) \cdot 2 = \frac{2}{r} \cdot 200$

$4d = 5$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^{15} 7^{11}$$

$$bc: 2^{17} 7^{18}$$

$$ac: 2^{23} 7^{39}$$

$$a_1 + b_1 \geq 15$$

$$b_1 + c_1 \geq 17$$

$$a_1 + c_1 \geq 23$$

$$a_1 + b_1 + c_1 = ?$$

$$\frac{23 + 17 + 23 + 7}{2} = 28$$

$$a + b + c = 27,5$$

$$a_1 - b_1 = 6; \quad b_1 = 4; \quad a_1 = 10,5$$

$$a_1 + b_1 = 15; \quad c_1 =$$

$$a_2 - b_2 = 21$$

$$a_2 + b_2 \geq 11$$

$$a_2 + b_2 + c_2 \geq 34$$

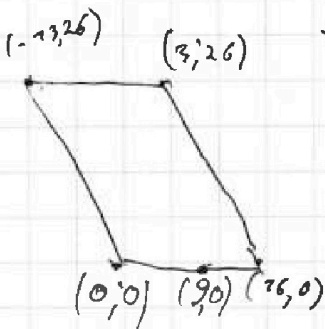
$$a_2 + 2b_2 + c_2 \geq 29$$

$$c_2 + a_2 \geq 39$$

$$3x^2$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2$$

$$2(b_2 - x_1) + y_2 = 184$$



$$\frac{4+5}{16+25=7 \cdot 20} = \frac{7+5}{41-140} = \frac{4+5}{-99}$$

$$4756 = 2378 \cdot 2 =$$

$$\begin{array}{r} 361 \\ + 712 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ 9 \overline{) 874} \\ \underline{81} \phantom{0} \\ 64 \phantom{0} \\ \underline{63} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{9} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{9} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{9} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 92 \\ 7 \overline{) 782} \\ \underline{70} \phantom{0} \\ 82 \phantom{0} \\ \underline{81} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{9} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{9} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \end{array}$$

Handwritten signature or mark.





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1      2      3      4      5      6      7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

