



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &: 2^4 \cdot 7^{10} \\ bc &: 2^{12} \cdot 7^{12} \\ ac &: 2^{20} \cdot 7^{37} \end{aligned} \rightarrow a^2 b^2 c^2 : 2^{51} \cdot 7^{64}, \text{ т.к. } a^2 b^2 c^2 -$$

в. кат. угла, то все <sup>крайне</sup> множители входят <sup>полностью</sup>

в него в четн. степени, но ~~а~~ т.к.  $a^2 b^2 c^2 : 2^{51}$ , то

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{52}$$

~~Тогда  $a^2 b^2 c^2 : 2^{52} \cdot 7^{64}$ , очев., что  $a^2 b^2 c^2 > 2^{52} \cdot 7^{64}$~~

$$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$$

~~Пример:  $a = 2^9 \cdot 7^3$~~

~~$b = 2^6 \cdot 7^{10}$~~

~~$c = 2^{11} \cdot 7$~~

Тогда  $a^2 b^2 c^2 : 2^{52}$ ,  $abc : 2^{26}$

Т.к.  $ac : 7^{37}$ , очев., что  $abc : 7^{37}$

$\rightarrow abc : 7^{37} \cdot 2^{26}$ ,  $abc \geq 7^{37} \cdot 2^{26}$

Пример:  $a = 2^9 \cdot 7^{10}$

$b = 2^6$

$c = 2^{11} \cdot 7^{27}$

Ответ:  $7^{37} \cdot 2^{26}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

**МОТИ**

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!

~ 2

Зададим равносильно т.е., чтобы найти НОД  
( $a+b$ ;  $a^2-6ab+b^2$ )  
Пусть их НОД равен  $k$ , тогда

$$\begin{cases} a+b \equiv 0 \\ \quad \quad \quad km \\ a^2-6ab+b^2 \equiv 0 \\ \quad \quad \quad km \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a \equiv -b \\ \quad \quad \quad km \\ a^2+b^2 \equiv 6ab \\ \quad \quad \quad km \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (-b)^2+b^2 \equiv -6b^2 \\ \quad \quad \quad km \end{cases}$$

$$2b^2 \equiv -6b^2 \\ \quad \quad \quad km$$

$$8b^2 \equiv 0 \rightarrow 8b^2 : km, \text{ аналогично получаем,}$$

что  $8a^2 : km$  по ул. НОД( $a; b$ ) = 1  
отсюда  $8 : km$ ,  $k \leq 8$

Пример:  $a=1, b=7$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{8}{1-42+49} = \frac{8}{8} = 1$$

Ответ:  $m=8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

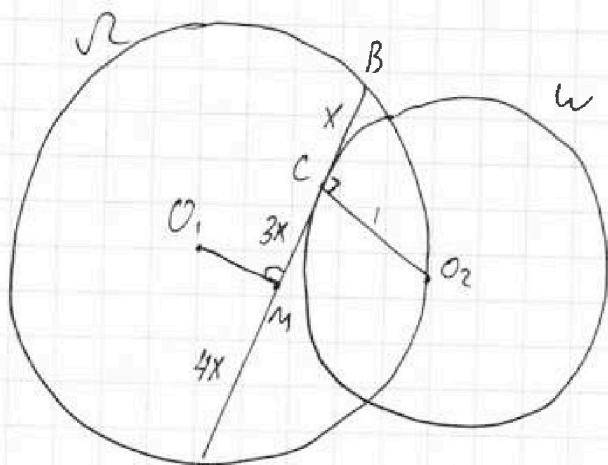
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~ 3

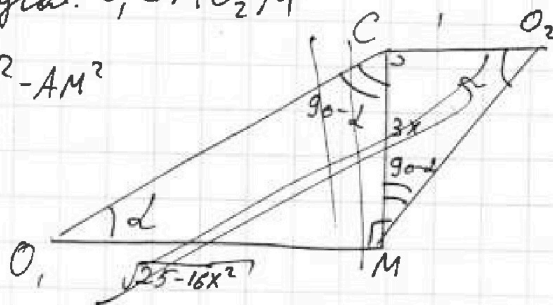


- 1)  $O_1$  и  $O_2$  - центры окр.  $\Omega$  и  $\Upsilon$  соосн.,  $M$  - сер.  $AB$ , пусть  $AC = 9x$ , тогда  $BC = x$
- 2)  $\triangle AOB$  р-б. ( $AO_1 = OB = 5$ )  $\rightarrow$  мед.  $O_1M \perp AB$ ,  $AM = 4x$ ,  $CM = 3x$   
 $CO_2 \perp AB$  т.к.  $CO_2 \perp AB$  - кас.

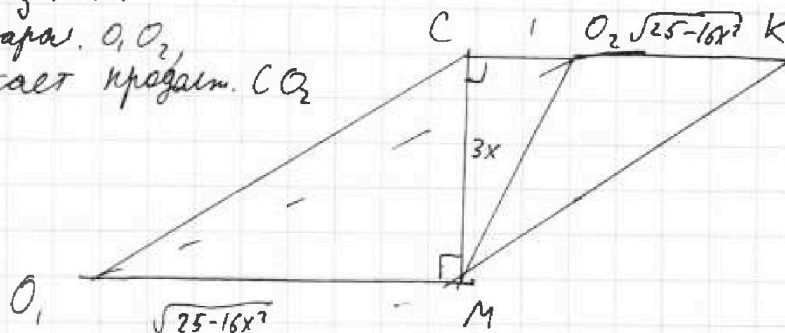
Сделаем вычисл. с помощью четырехугол.  $O_1CMO_2M$

3) Из прямоуг.  $\triangle O_1MA$   $O_1M^2 = O_1A^2 - AM^2$   
 $= 25 - 16x^2$

$O_1M \perp CM$ ,  $CO_2 \perp CM \rightarrow O_1M \parallel CO_2$   
 $CO_2 = 1$  (т.к. рад.)



Пусть  $\angle CO_1M = \alpha$ , тогда  $\angle CO_2M = \alpha$   
 $O_1O_2 = 85$  т.к. радиус  $\Omega$   
 в трап.  $O_1CO_2M$  из т.  $M$   
 проведем высоту, парал.  $O_1O_2$ ,  
 пусть она пересекает продолж.  $CO_2$   
 $O_1O_2$  в т.  $K$   
 $CO_2$







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недоступна!

$O_1 O_2 \parallel MK$ ,  $O_1 M \parallel O_2 K \rightarrow O_1 O_2 KM$  - парал.

$O_1 O_2 = MK = 5$ , Рассмотрим треугольн.  $\triangle CMK$

$O_2 K = O_1 M = \sqrt{25 - 16x^2}$

Рассмотрим треугольн.  $\triangle CMK$ ;  $CM^2 + CK^2 = MK^2$

$$9x^2 + (1 + \sqrt{25 - 16x^2})^2 = 25$$

$$9x^2 + 1 + 2\sqrt{25 - 16x^2} + 25 - 16x^2 = 25$$

$$9x^2 + 1 + 2\sqrt{25 - 16x^2} = 16x^2$$

$$4(25 - 16x^2) = (7x^2 - 1)^2$$

$$100 - 64x^2 = 49x^4 - 14x^2 + 1$$

$$43x^4 - 49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$x^2 = \frac{-50 \pm \sqrt{2500 + 4 \cdot 49 \cdot 99}}{98}, \text{ т.к. } x^2 > 0, \text{ и } x > 0$$

$$x^2 = \frac{-50 + \sqrt{2500 + 4 \cdot 49 \cdot 99}}{98} = \frac{-50 + \sqrt{21904}}{98}, \text{ т.к. } x^2 > 0, \text{ то}$$

$$x^2 = \frac{-50 + \sqrt{21904}}{98}, \text{ тогда } x = \sqrt{\frac{\sqrt{21904} - 50}{98}}$$

$$AB = 8x = 8 \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{21904} - 50}{98}}$$

$$\text{Ответ: } 2\sqrt{\frac{\sqrt{21904} - 50}{98}} \cdot 8 \sqrt{\frac{\sqrt{21904} - 50}{98}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+5x+1} = 2-7x \quad N 4$$

Заметим, что  $(2x^2-5x+3) - (2x^2+5x+1) = 2-7x$ , а т.к.

~~у нас оба корня, под корнями, то оба~~  
Пусть  $\sqrt{2x^2-5x+3} = X$ ,  $\sqrt{2x^2+5x+1} = Y$

$$\sqrt{X} - \sqrt{Y} = X^2 - Y^2 \quad \text{Пусть } 2x^2-5x+3 = X, \\ X+Y - 2\sqrt{XY} = \quad \quad \quad 2x^2+5x+1 = Y$$

$$\sqrt{X} - \sqrt{Y} = X - Y \\ X+Y - 2\sqrt{XY} = X^2 - 2XY + Y^2, \quad \text{пусть } X+Y = u, \sqrt{XY} = v \geq 0$$

$$u - 2v^2 = u^2 - 4v^2$$

$$u^2 - u - 4v^2 + 2v = 0$$

$$u_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+16v^2-8v}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{(4v-1)^2}}{2} = \frac{2v}{1-2v}$$

1)  $u = 2v$

$$X+Y = 2\sqrt{XY}$$

$$X^2+2XY+Y^2 = 4XY$$

$$(X-Y)^2 = 0$$

$$X = Y$$

$$2x^2-5x+3 = 2x^2+2x+1$$

$$2 = 7x$$

$$x = \frac{2}{7}$$

2)  $X+Y = 1 - 2\sqrt{XY}$

$$X^2+Y^2+2XY = 1 - 4\sqrt{XY} + 4XY$$

$$(X-Y)^2 = 1 - 4\sqrt{XY}$$

$$u = 1 - 2v, \quad \text{обе функции}$$

монотонны, есть не более  
одного решения

$$X+Y = 1 - 2\sqrt{XY}$$

$$1 - X - Y = 2\sqrt{XY}$$

$$1 + X^2 + Y^2 - 2X - 2Y + 2XY = 4XY$$

$$1 + X^2 + Y^2 - 2X - 2Y - 2XY = 0$$

$$X+Y = 1 - 2\sqrt{XY}$$

$$1 - X - Y = 2\sqrt{XY}$$

Заметим, что пара  $(1; 0)$  и  $(0; 1)$

явл. реш. данно ур., то есть а

также то, что какое ур. не может

иметь более 2 пар реш. т.к.

при возвед. в кв. мы получили ур.

$$1 + X^2 + Y^2 - 2X - 2Y - 2XY = 0, \quad \text{а и если}$$

решать его отн. X, оно квадрат. и имеет



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Кл. баллы 2 реш., кот. я перечислил выше  
делаю обратн. зам. найдем

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 1 & \text{или} & \begin{cases} 2x^2 - 5x + x + 3 = 0 & \textcircled{3} \\ 2x^2 + 2x + 1 = 0 & \textcircled{1} \end{cases} \\ 2x^2 + 2x + 1 = 0 & \textcircled{1} & \begin{cases} 2x^2 + 5x + 1 = 1 & \textcircled{2} \end{cases} \end{cases}$$

$$2x^2 \textcircled{2} \quad (x+1)^2 + x^2 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 & \text{— реш. кет} \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad 2x^2 + 2x = 0$$

$$2x(x+1) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x = -1$$

из этих двух реш.  
упр.  $\textcircled{3}$  удов. только  
 $x = -1$

Сделаем проверку корней:

$$x = \frac{2}{7} : \sqrt{\frac{8}{49} - \frac{10}{7} + 3} - \sqrt{\frac{8}{49} + \frac{4}{7} + 1} = 0$$

$$x = -1 : \sqrt{2+5+3} - \sqrt{\frac{-62}{49} + 3} = \sqrt{\frac{36}{49} + 1}$$

$$2 - \frac{62}{49} = \frac{36}{49} \quad \text{— верно}$$

$$x = -1 : \sqrt{2+5+3} - \sqrt{2-2+1} = 9$$

$$\sqrt{10} = 10 \quad \text{— очев., кет}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{2}{7}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

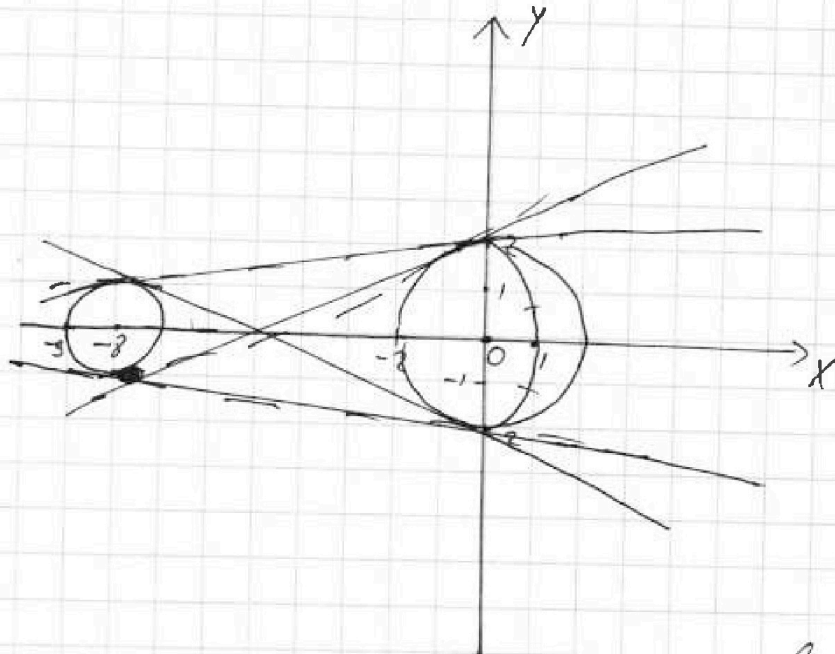
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \quad 2 \end{cases} \sim 6$$

$$2) \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$$

$(x+8)^2 + y^2 = 1$  - окр. с центром  $(-8; 0)$  и рад. = 1

$x^2 + y^2 = 4$  - окр. с центром  $(0; 0)$  и рад. = 2



Из 2-й следует, что как бы упр. обл., внутри окружностей.  
 $ax - 10b = y$ , чтобы  $ax - 10b$  - прямая  
 чтобы ур. имело равно 2 реш., нужно, чтобы  
 прямая касалась каждой из окружностей, если  
 она прямая пересекает хотя бы одну окр., то реш.  
 будет беск. много.  
 Так же заметим, что ось  $x$  ось симметрии,  
 поэтому, если нам подходит  $a_0$ , то и  $-a_0$  тоже

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

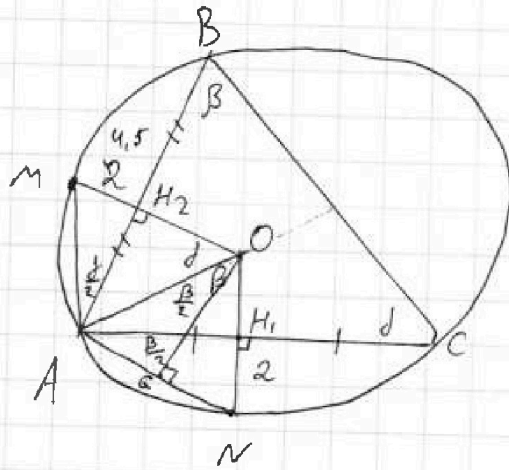
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Т.к.  $M$  и  $N$  — ср. т. дуг, то они — ср. перпенд. к  $AB$  и  $AC$ ,  $O$  — центр окружности,  $O$  — центр перпенд. к  $AB$ ,  $O$  — центр перпенд. к  $AC$ , тогда  $OM \perp AB$ ,  $OM \perp AB = H_2$ ,  $MH_2 = 4,5$  из зав., аналог.  $ON \perp AC$ ,  $NH_1 = 2$

2) Пусть  $R$  — радиус окр. с центром  $O$ ,  $\angle ABC = \beta$ , тогда

$\angle AON = \beta$  т.к.  $N$  — ср. дуги  $AC$  и  $\angle AON$  центр, аналог.

Пусть  $\angle C = \gamma$ ,  $\angle AOM = \gamma$

Из  $\triangle AOH_1$ :  $AO \cdot \cos \beta = OH_1$   
 $R \cdot \cos \beta = R - 2$

Из  $\triangle AOH_2$ :  $AO \cdot \cos \gamma = R - 4,5$

$R \cdot \cos \gamma = R - 4,5$

Из т. Синусов для  $\triangle ABC$   $AB = 2R \sin \gamma$ ,  $AC = 2R \sin \beta$

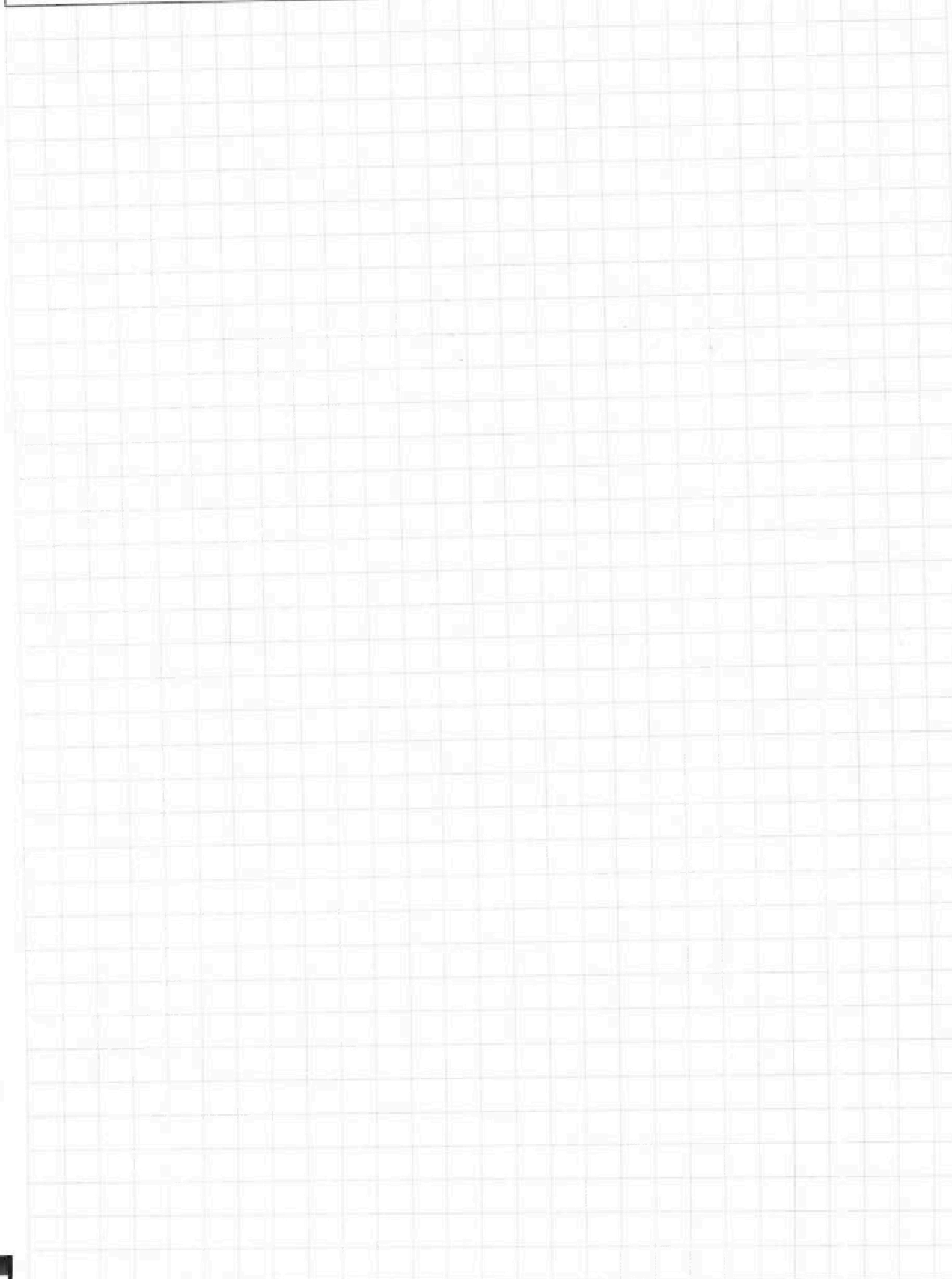


На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

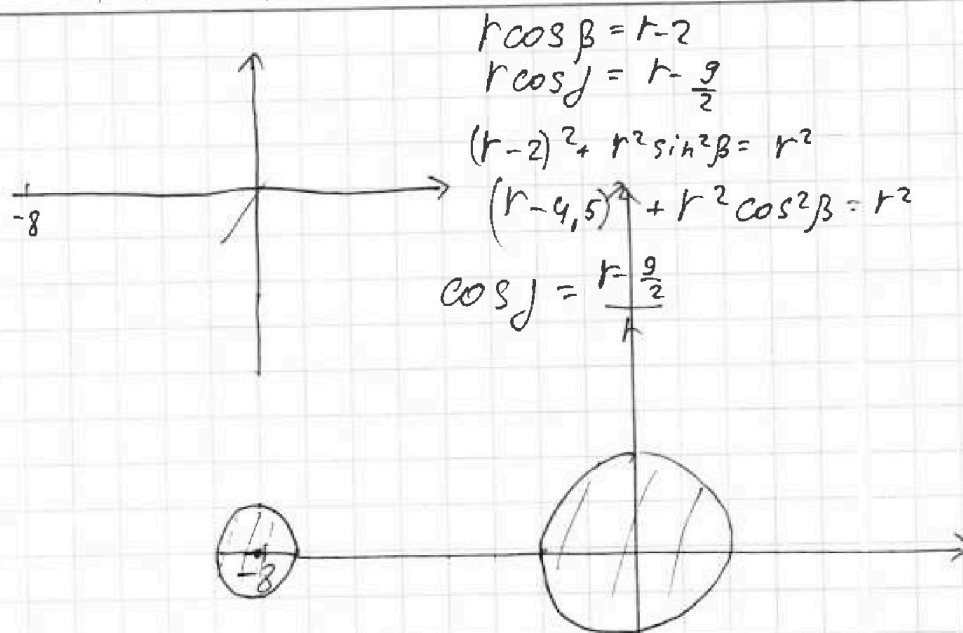
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ax - 10b = y$$

$$(a+b ; a^2 - 6ab + b^2)$$

$$a = \frac{y}{x} - b$$

$$49 - 42 + 1$$

$$5 \quad 2$$

$$\sqrt{25 + 4}$$

$$169 - 6 \cdot 13 \cdot 3 + 9$$

$$(r-2)^2 + \frac{AC^2}{4} = r^2 \quad 2r \cdot \sin \beta$$

$$r \cos \beta = r - 2$$

$$r \cos \beta = r - 4,5$$

$$\frac{AC^2}{4} = \frac{(r^2 - (r-2)^2) \cdot 4}{\sqrt{2 \cdot (2+r) \cdot 4}} = AC$$

$$(r-2)^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2^{10} \quad a = 2^{10}$$

$$b = 2^4$$

$$c = 2^{10}$$

$$a = 2^8$$

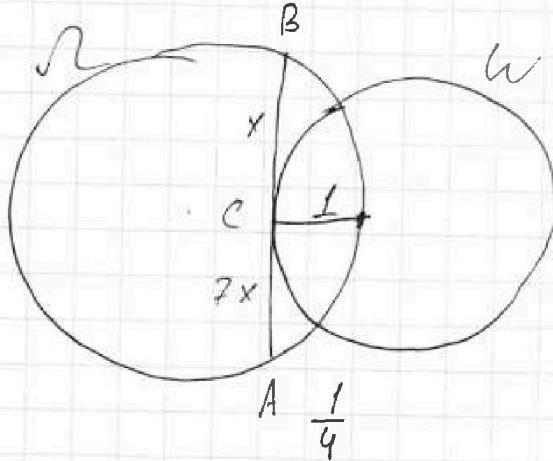
$$b = 2^6$$

$$c = 2^{11}$$

$$37 \quad a = 2^9$$

$$+ 14 \quad b = 2^8$$

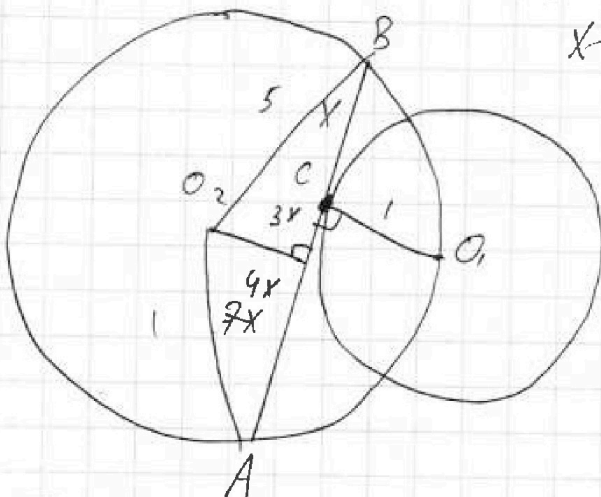
$$\hline 51 \quad c = 2^{11}$$



dit.

$$\frac{5 \pm 1}{24} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$25 - 21$$



$$x^2 + 2 + (x-1)^2$$

$$2(x-1)^2 + 1 - x$$

$$a = 7^{25}$$

$$b = 7^8$$

$$c = 7^{30}$$

$$L + B + J = 32$$

$$L + B = 10$$

$$B + J = 17$$

$$L + J = 37$$

$$L = 20$$

$$3y(4-y)$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{(x - \frac{3}{2})(x-1)} - \sqrt{(x+1)^2 + x^2} = 2 - 7x$$

$$(x - \frac{3}{2})(x-1) = (2 - 7x + \sqrt{(x+1)^2 + x^2})^2$$

$$x^2 + x(-2-y) - 2y + 1 + y^2 = 0$$

$$\frac{2+y \pm \sqrt{4+4y+y^2+8y-4-4y^2}}{2} = \frac{2+y \pm \sqrt{12y-3y^2}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

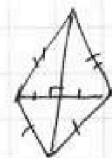
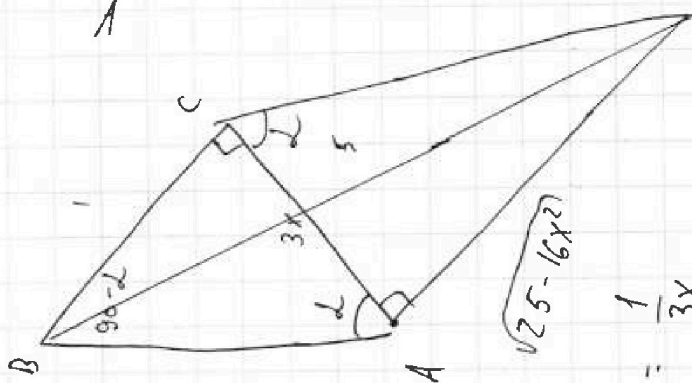
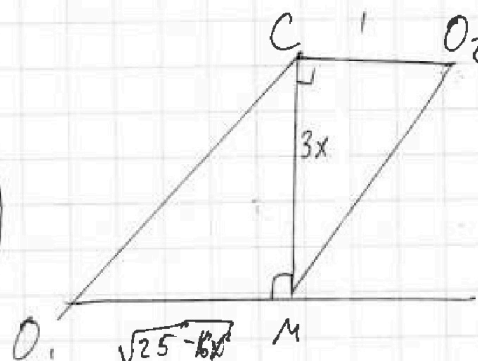
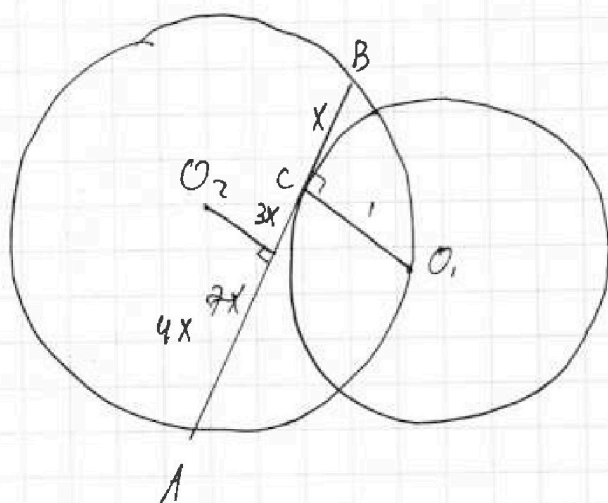
$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \stackrel{N4}{=} 2 - 7x \quad | \quad OQ3: 2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{(x+1)^2 + x^2} = 2 - 7x$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2 - 7x + \sqrt{(x+1)^2 + x^2}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$\text{НОД}(a+b; a^2 - 6ab + b^2) = ?$$



2x  
r  
p  
o

$$\sqrt{1+9x^2}$$

$$\pm g d = \frac{\sqrt{25-16x^2}}{3x} = \frac{1}{3x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

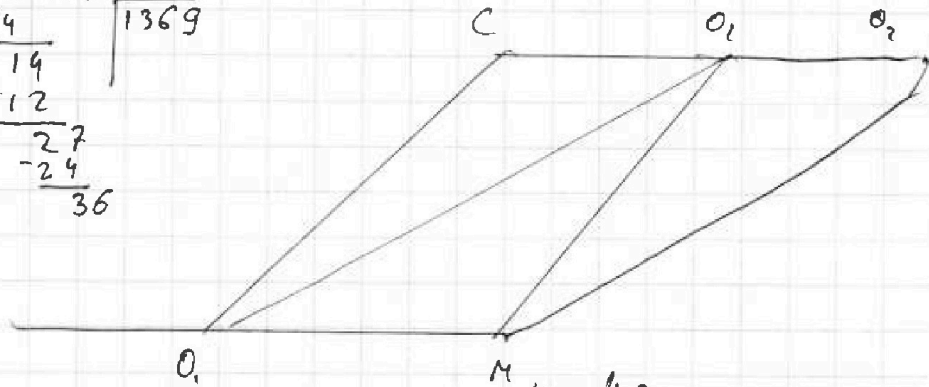


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 19404 \\ + 2500 \\ \hline 21904 \end{array}$$

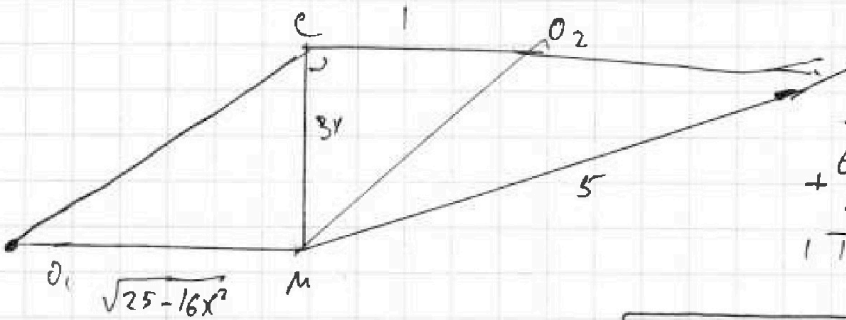
$$\begin{array}{r} 5476 \quad | \quad 4 \\ \underline{4} \\ 14 \\ \underline{-12} \\ 27 \\ \underline{-24} \\ 36 \end{array}$$

1369



$$\begin{array}{r} 21904 \quad | \quad 4 \\ \underline{-20} \\ 19 \\ \underline{76} \\ 30 \\ \underline{-28} \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \quad 43 \\ \times 43 \\ \hline 129 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 69 \\ + 49 \\ \hline 113 \end{array}$$

$$\times 49$$

$$\begin{array}{r} -50 \pm \sqrt{\quad} \\ 35^2 \\ 396 \\ + 149 \\ \hline 3564 \\ 1584 \\ \hline 19404 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19404 \quad | \quad 4 \\ \underline{76} \\ 34 \\ \underline{-32} \\ 204 \\ \underline{-204} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4851 \quad | \quad 9 \\ \underline{45} \\ 35 \\ \underline{-27} \\ 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19404 \\ + 2500 \end{array}$$

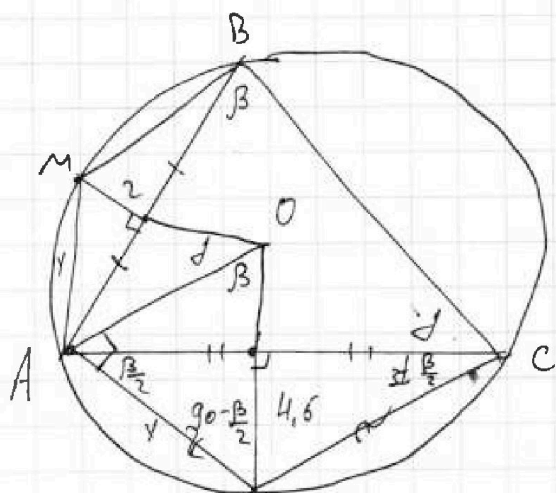
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



147.

$$2x^2 - 4x = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$2\sqrt{4x^2 - 3x + 4} - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 4 - 28x + 49x^2$$

$$25x - 45x^2 = 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$$

$$4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3 = 4x^4 - 6x^3 - 2x^2 - 11x + 3$$

$$625x^2 - 50 \cdot 45x^3 + 45^2x^2$$

$$x + y = 4$$

$$\sqrt{xy} = v$$

$$u - 2v = u^2 - 4v^2$$

$$u^2 - 4 - 4v^2 + 2v = 0$$

$$u = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 16v^2 - 8v}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{(4v - 1)^2}}{2} = \frac{1 \pm |4v - 1|}{2} = 1 - 2v$$

$$x + y = 2\sqrt{xy}$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = 4xy$$

$$x = y$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = x - y$$

$$x + y - 2\sqrt{xy} = x^2 + y^2 - 2xy$$

$$u - u^2 = v - v^2$$

$$u(u - 1) = v(v - 1)$$

$$u(1 - u) = v(1 - v)$$