МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A\,(x_1;y_1)$ и $B\,(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax+y-8b=0, \\ (x^2+y^2-1)\,(x^2+(y-12)^2-16) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 5 и 2,5.

© МФТИ, 2023

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача №1

$ab: 2^{15}\cdot 7^{11}$ $bc: 2^{17}\cdot 7^{18}$ $ac: 2^{23}\cdot 7^{39}$ min abc -)

Чтобы найти минимум сначала предположим, что эти произведения равны, а не делятся на эти числа. Исходя из этого и свойств степеней составим систему

a_2 – степень двойки в разложении a, аналогично с a_7, b_2, b_7, c_2, c_7

$a_2, a_7, b_2 \ldots \in \mathbb{Z} \geq 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_2+b_2=15 \\ b_2+c_2=17 \\ a_2+c_2=23 \\ a_7+b_7=11 \\ b_7+c_7=18 \\ a_7+c_7=39 \end{cases}$$

$\rightarrow 2b_2 = 15+17-23 = 9$

понятно, что это невозможно, потому что тогда b – не целое.

$\Rightarrow$ Нужно увеличить произведение минимум на 2.

(2 – мин. число в которое может вырасти произведение)

Пусть $b_2=5$, тогда $2b_2=10>9$ в этом случае все равенства выполняются, а мы умножили на 2 всего 1 раз, не важно что b_2 т.к. нас интересует произведение abc $\Rightarrow$ куда все входят по 1 разу

Этот случай $b_2=5$ является всё ещё минимальным и подходит нам. Убедимся в этом:

$\Rightarrow a_2=10$
$c_2=13$ $\Rightarrow b_2+c_2=18>17$ можно получить и $c_2=12$
$a_2=11$
$a_2+b_2=16>11$

но как в и говорилось, эти случаи эквивалентны

т.к. $a_2+b_2+c_2=28$ $\rightarrow$ что не можно получить если сложить первые 3 ур. и получим $a_2+b_2+c_2=\frac{55}{2}$ и округлить до след.

аналогично произведем 7 (7 и 2 – взаимно простые числа и никак друг на друга не влияют!)

~~$2b_7 = 11+18-39 =$~~

$2c_7 = 39+18-11 \Rightarrow c_7=23$ тогда $a_7=39-23=16$

$\Rightarrow a_7+b_7=11 \Rightarrow$ $16+b_7\geq 11$ тогда $\min b_7=0$
$23+b_7\geq 18$

$b_7=0$
$a_7=16$ +
$c_7=23$ +

$b_7+a_7+c_7=33$

Любое подобное решение системы округления до минимального дает одну и ту же сумму т.к. каждая из переменных входит в систему в виде суммы одинаковое кол-во раз и они [illegible]

$\Rightarrow \min abc = 2^{a_2+b_2+c_2}\cdot 7^{a_7+b_7+c_7} = 2^{28}\cdot 7^{33}$

ответ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача № 2 $\quad \dfrac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$

$$\begin{cases} a+b \vdots m \\ a^2-7ab+b^2 \vdots m \,; \ne 0 \\ a \not\vdots b \text{ (несократ. дробь)} \end{cases} \rightarrow (a+b)^2 - 9ab \vdots m$$

$\Rightarrow 9ab \vdots m$ т.е. $m \vdots 9$

Нужно понять, может ли m ~~длина~~ быть > 9

пусть $m = 9k \quad k \in N \quad k > 1$

$\Rightarrow a+b = 9kn \quad n \in N$ $\quad$ получается, что сумма взаимно простых

$ab = kl$ $\quad$ кратно тому же, чему и их произведение,

$a \not\vdots b \quad \rightarrow a = \dfrac{kl}{b} \Rightarrow$ $\quad$ где их сумма > 9

$a+b \vdots 9k$

$ab \vdots k$

$\Rightarrow$ т.к. если $a\cdot b$ · a - нечёт, b - нечёт, то $a+b$ - чёт, ab - нечёт

а $9k$ и k - одной чётности

$\Rightarrow$ возможен только вариант a - чёт, b - чёт, но тогда

дробь $\dfrac{a}{b}$ сократима на 2

чёт + нечёт = нечёт

чёт * нечёт = чёт ✗

$\Rightarrow$ максимальное значение $m = 9$ → ответ

приведём такой случай: $a = 4 \ ; b = 5 \qquad \dfrac{a}{b} = \dfrac{4}{5}$ ✓

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{4+5}{16+25-7\cdot 20} = \frac{9}{-99} = \frac{\cancel{9}\cdot(1)}{-9\cdot(11)} = -\frac{1}{11} \ ✓$$

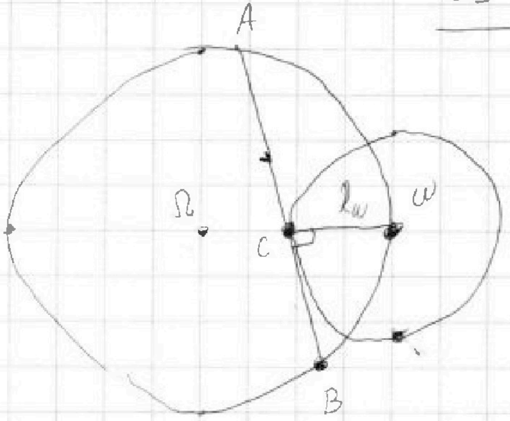
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

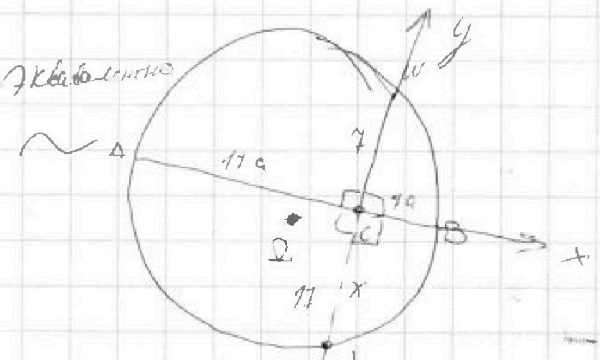
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$\frac{AC}{CB} = \frac{17}{7}$ $R_\omega = 7$ $R_\Omega = 13$ | AB - ?



Эквивалентно ~



продлим прямую ωC до пересеч. с окружностью в т. L

~~т.к. это беск пересеч. хорды $\Rightarrow \frac{17a}{7a} = \frac{x}{7} \Rightarrow x = 17$~~

$\Rightarrow \frac{17a}{x} = \frac{7}{7a} \Rightarrow 17a^2 = x$

введём оси

$\omega(0;7)$ $B(7a;0)$ $A(-17a;0)$ - лежат на окр радиуса 13 с коорд Ω_x; Ω_y

a - ?

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega: (0-\Omega_x)^2 + (7-\Omega_y)^2 = 13^2 \Rightarrow \Omega_x^2 = 13^2 - (7-\Omega_y)^2 \\ B: (7a-\Omega_x)^2 + \Omega_y^2 = 13^2 \\ A: (17a+\Omega_x)^2 + \Omega_y^2 = 13^2 \end{cases}$$

3 неизв. 3 ур.

$\Rightarrow 7a - \Omega_x = 17a + \Omega_x \Rightarrow 2\Omega_x = -10a$

$\Omega_x = -5a$

$\Rightarrow (7a+5a)^2 + (7-\sqrt{25a^2-13^2})^2 = 13^2 \Rightarrow 7 - \Omega_y = \sqrt{25a^2-13^2} \Rightarrow \Omega_y = \sqrt{25a^2-13^2}$

$12^2a^2 + 49 + 25a^2 - 13^2 - 14\sqrt{25a^2-13^2} = 13^2$

$\Rightarrow a^2(12^2+25) + 49 - 2\cdot 13^2 = 14\cdot\sqrt{25a^2-13^2}$ $\uparrow^2$ кв. ур относ $a^2 = t$

$t^2(12^2+25)^2 + (49-2\cdot 13^2)^2 + 2$ подберём $a = 2 \Rightarrow AB = (17+7)a = 24\cdot 2 = 48$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача №4 $\underbrace{\sqrt{3x^2-6x+2}}_{a} - \underbrace{\sqrt{3x^2+3x+1}}_{b} = 1-9x$

$\Rightarrow a^2-b^2 = 3x^2-6x+2-3x^2-3x-1 = 1-9x$

$\Rightarrow a-b = a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$

$\Rightarrow (a-b)(a+b-1) = 0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \quad \mathrm{I} \\ a+b=1 \quad \mathrm{II} \end{array}\right.$

I $a=b \Rightarrow \sqrt{3x^2-6x+2} = \sqrt{3x^2+3x+1} \;|\,^2 \Rightarrow \cancel{3x^2}-6x+2 = \cancel{3x^2}+3x+1 \Rightarrow 1=9x \Rightarrow x=\frac{1}{9}$

проверим: $\sqrt{3\cdot\frac{1}{9^2}-6\cdot\frac{1}{9}+2} - \sqrt{3\cdot\frac{1}{9^2}+3\cdot\frac{1}{9}+1} \vee 1-9\frac{1}{9} = 0$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{3\cdot9}-\frac{2}{3}+2} \vee \sqrt{\frac{1}{3\cdot9}+\frac{1}{3}+1} \Rightarrow \sqrt{\frac{1-18+2\cdot27}{3\cdot9}} \vee \sqrt{\frac{1+9+27}{3\cdot9}} \Rightarrow \sqrt{\frac{37}{3\cdot9}} = \sqrt{\frac{37}{3\cdot9}}$ 0

$x=\frac{1}{9}$

II $\begin{cases} a+b=1 \\ a-b=1-9x \end{cases}$ $\ominus$ (начальное ур.) $\Rightarrow 2b=9x \Rightarrow b=\frac{9}{2}x \Rightarrow \sqrt{3x^2+3x+1} = \frac{9}{2}x \;|\,^2$

$3x^2+3x+1 = \frac{81}{4}x^2 \;|\cdot4 \rightarrow (12-81)x^2+12x+4=0 \Rightarrow$ ~~$69x^2+3x+1=0$~~ ~~$D = 9+4\cdot69$~~

$\Rightarrow -69x^2+12x+4=0 \quad D = 12^2+4\cdot4\cdot69 = 4^2\cdot(3^2+69)$

$\Rightarrow x_1 = \frac{-12-4\sqrt{78}}{-69\cdot2} = \frac{6+2\sqrt{78}}{69}; \quad x_2 = \frac{6-2\sqrt{78}}{69}$

Единственное место, где могли возникнуть лишние корни — возведение в квадрат.
Проверим, чтобы подкоренное выражение было неотрицательно

$3x_1^2+3x_1+1 \vee 0 \Rightarrow \frac{3\cdot(36+4\cdot78+24\sqrt{78})}{69^2} + \frac{3(6+2\sqrt{78})}{69} + 1 > 0$ 0

$3x_2^2+3x_2+1 \vee 0 \quad \frac{3\cdot(36+4\cdot78-24\sqrt{78})}{69^2} + \frac{3(6-2\sqrt{78})}{69} + 1 \vee 0$

$\Rightarrow \frac{1044-72\sqrt{78}+1242-414\sqrt{78}+69}{69} \vee 0 \;|\cdot69 \Rightarrow 2286+69 \vee 486\sqrt{78}$

$2355 \vee 486\sqrt{78}$ $\sqrt{64}=8$

$2355 < 486\cdot8 < 486\cdot\sqrt{78}$

$\Rightarrow <0$

тогда подходит только 1 корень $\Rightarrow$ X

$\Rightarrow$ Ответ: $x=\frac{1}{9};\ \frac{6+2\sqrt{78}}{69}$

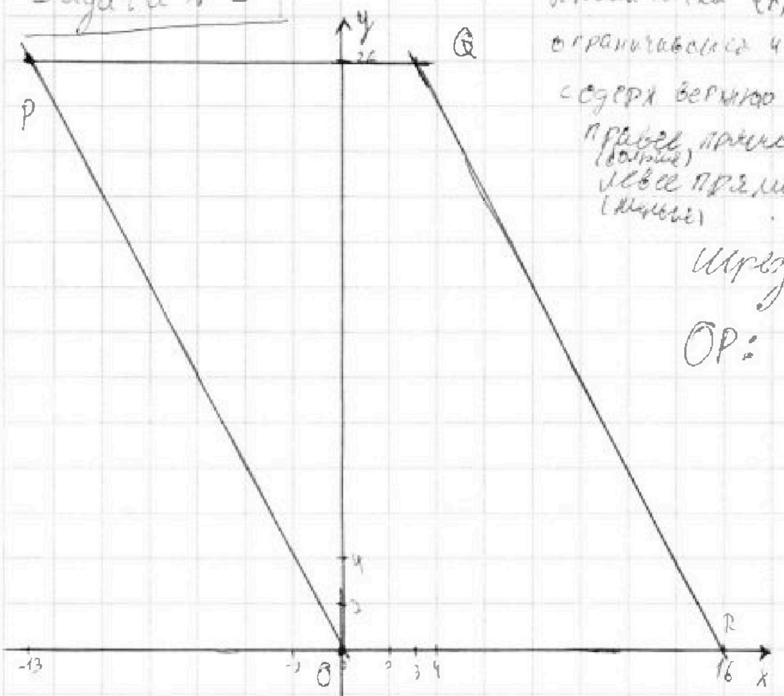
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5



Любая точка (x, y), находящаяся в пар-ме ограничивается 4-мя уравнениями. Ниже прямой, содерж верхнюю сторону, выше пр. содерж. нижн. ст. правее (больше) прямой, содержащ. боковую ст. левее (меньше) прямой, содерж. прав. ст.

Ищем ур. прям.

OP: $0 = 0 \cdot k + b \Rightarrow b = 0$

$26 = -13 \cdot k + 0 \Rightarrow k = \frac{-26}{13} = -2$

$\Rightarrow y = -2x$

QR имеет такой же наклон, к-т. и OP (пар-м, стороны ∥)

$\Rightarrow 26 = -2 \cdot 3 + b \Rightarrow$

$b = 32$

$\Rightarrow y = -2x + 32$

$\Rightarrow$ получим систему

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq 26 \\ y \geq -2x \\ y \leq -2x+32 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} y \in [0, 26] \\ y + 2x \in [0; 32] \end{array}$$

Нам требуется найти A, B удовлетворяющие ??

$$2x_2 + y_2 - (2x_1 - y_1) = 14$$

т.к. x, y — целые $\Rightarrow$ и каждая из пар $2x_2 + y_2$ принимает целые знач от 0 до 32.

Т.е. возможны пары:

$14 - 0 = 14$
$15 - 1 = 14$
$16 - 2 = 14$
⋮
$32 - 18 = 14$

$\to$ от [14 до 32]

19 $\to$ всего 19 пар ← ответ.

дальше нельзя т.к. ≤ 32

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

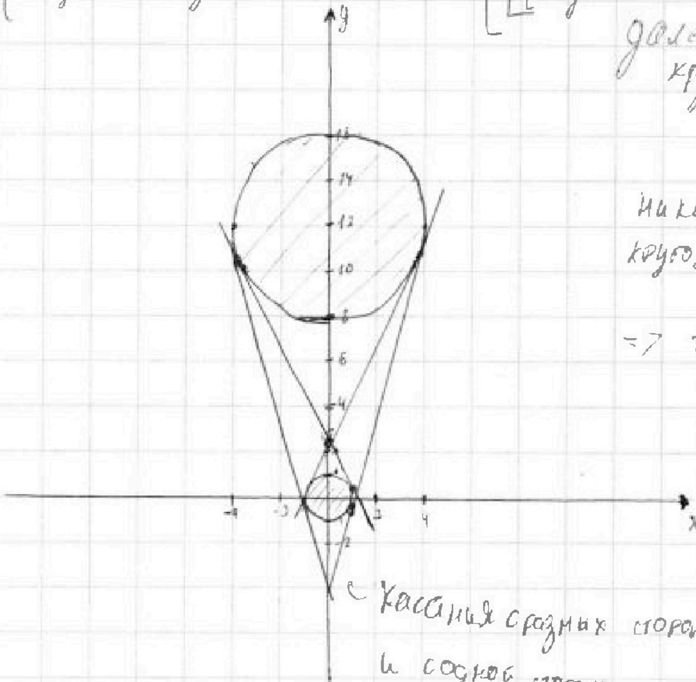
МФТИ

Задача №6

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16)\le 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=8b-ax & \text{— это прямая} \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2+y^2\ge 1^2 & \text{— область вне круга } R=1\ O(0,0) \\ x^2+(y-12)^2\le 4^2 & \text{— область круга } R=4\ O(0,12) \end{cases} \\ \begin{cases} x^2+(y-12)^2\ge 4^2 & \text{— область вне круга } R=4\ O(0;12) \\ x^2+y^2\le 1^2 & \text{— круг } R=1\ O(0;0) \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

далее будет показано, что эти круги нигде не пересекаются т.е. просто области каждого из них



Никакая прямая не может иметь 2 ед. точки с кругом. Либо касание (1 точка) либо хорде – бесконечно много

=> что бы в нашей системе было ровно 2 решения.

нужно рассмотреть 2 разных способа касания, каждый из которых даёт 2 симметричных относ. оси y решения

с касания с разных сторон второе не в (симметрично относ. $x \to -x$) и с одной стороны

Запишем ур. касания, как расстояние от точки центра до прямой = радиусу

прямая $ax+1y-8b=0$ $\quad O_1(0,0)$ $\quad O_2(0;12)$ $\quad R_1=1$ $\quad R_2=4$

O_1: $\dfrac{|a\cdot x_{o_1}+1\cdot y_{o_1}-8b|}{\sqrt{a^2+1^2}}=1 \Rightarrow \dfrac{8|b|}{\sqrt{a^2+1^2}}=1 \Rightarrow 8|b|=\sqrt{a^2+1}$, $\quad \sqrt{a^2+1^2}>0$

O_2: $\dfrac{|a\cdot x_{o_2}+1\cdot y_{o_2}-8b|}{\sqrt{a^2+1^2}}=4 \Rightarrow |12-8b|=4\sqrt{a^2+1}$, $\quad \sqrt{a^2+1^2}>0$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8|b|=\sqrt{a^2+1} \\ 4|3-2b|=4\sqrt{a^2+1} \end{cases} \Rightarrow 8|b|=|3-2b|=2|b-\tfrac{3}{2}|$$

① $b\ge\frac{3}{2} \Rightarrow 8b=-3+2b \Rightarrow 6b=-3$, $b=-\frac{1}{2}$ $\varnothing$ т.к. $b\ge\frac{3}{2}$

② $b\in[0;\frac{3}{2}) \Rightarrow 8b=-2b+3 \Rightarrow 10b=3 \Rightarrow b=\frac{3}{10}$ ✓

③ $b\le 0$ $\quad -8b=3-2b \Rightarrow -6b=3$, $b=-\frac{1}{2}$ ✓

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 8\cdot\left|\frac{3}{10}\right|=\sqrt{a^2+1} \quad \uparrow^2 \\ 8\left|-\frac{1}{2}\right|=\sqrt{a^2+1} \quad \uparrow^2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{12}{5}\right)^2=a^2+1 \\ 16=a^2+1 \end{array}\right.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

~~Получается, что случай касания с одной стороны никогда не выполняется~~

$$\cancel{\left(\frac{12}{5}\right)^2 = a^2+1+\frac{9\cdot 32}{50} \Rightarrow a^2 = \frac{12^2}{25} - 1 - \frac{9\cdot 32}{50} = 288 - 50 -}$$

$$a^2 = \frac{12^2}{5^2} - 1 = \frac{119}{5^2} \Rightarrow a = \pm\frac{\sqrt{119}}{5}$$

$$a^2 = 15 \Rightarrow a = \pm\sqrt{15}$$

Ответ: $a = \frac{\sqrt{119}}{5};\ -\frac{\sqrt{119}}{5};\ \sqrt{15};\ -\sqrt{15}$

Это 4 прямых, которые мы искали,
других случаев нет.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

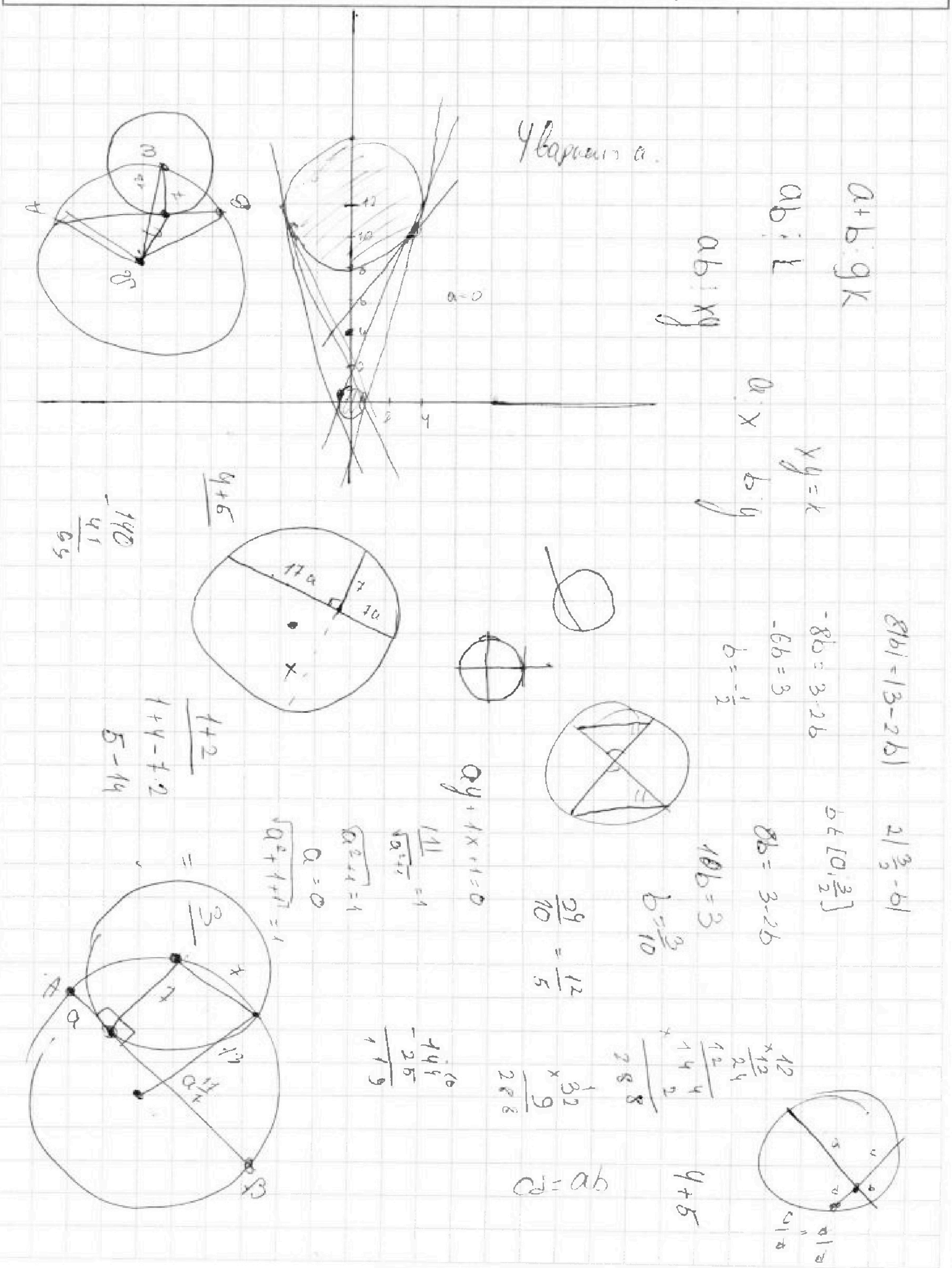
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$

$y_2 \le 26$

$y_1 \le 26$

$y_2 \ge -\frac{26}{13}x = -2x$

$y \le -2x + 32$

$y = -\frac{26}{13}x$

$y = -\frac{26}{13}x + b$

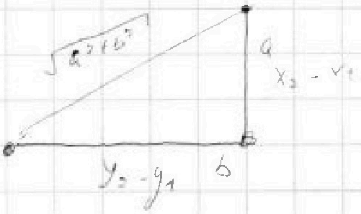
$26 = -\frac{\cancel{14}2}{13} \cdot 3 + b$

$b = 26 \cdot \left(1 + \frac{3}{13}\right)$

$= 3\cancel{2}$

$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$

$\frac{1}{a - 7b + \frac{b^2}{a}}$



$a \vdots b$

$ab \vdots k$

$a+b \vdots 9k$

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$

$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14.$

$9a + b = 14$

$\frac{a+b}{ab} \vdots 9$

$a \le 8$

$b \le$

$a \le 16$

$b \le 26$

$2a \le 32$

$2a + b \le 58$

$a + b \vdots m$

$a^2 - 7ab + b^2 \vdots m$

$\frac{a}{b} -$

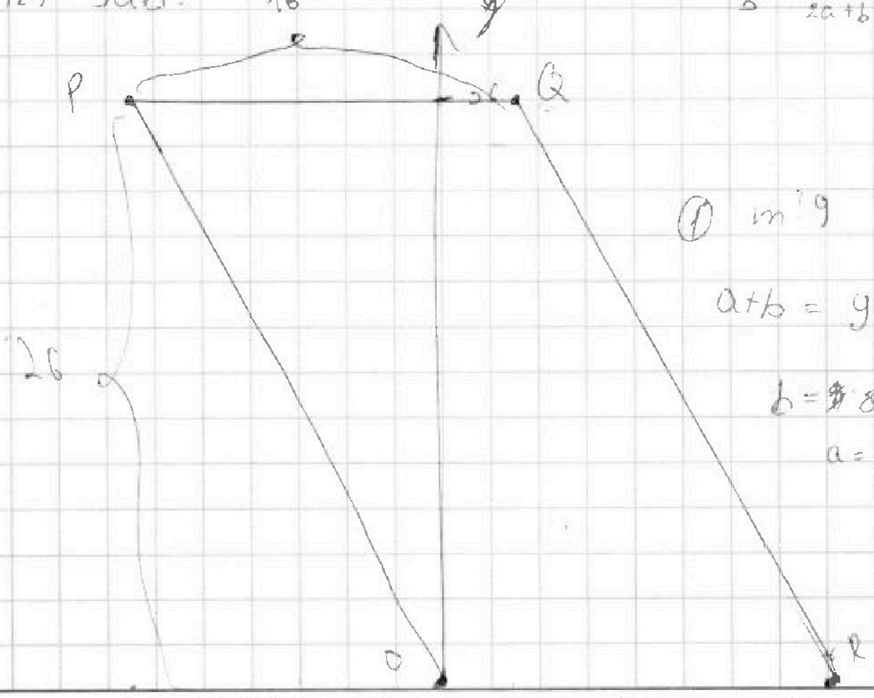
$9ab \vdots m$

$(a+b)^2 - 9ab \vdots m$ 16

$b \vdots 9k - a$

$a \vdots \frac{k}{b}$

$\Rightarrow 9k - a \vdots \frac{k}{b}$



① $m \vdots 9$

$a + b = 900$

$b = 899$

$a = 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab: 2^{15}\cdot 7^{11}$
$bc: 2^{17}\cdot 7^{15}$
$ac: 2^{23}\cdot 7^{33}$

53×53: 159, 265

$55 \to 27{,}5$

$a_2+b_2=15$
$b_2+c_2=17$ $\oplus$ $a_2+c_2+2b_2=32$
$a_2+c_2=23$

$2b_2=32-23=9$

$b_2=5$ $c_2=12$
$a_2=11$

$c_7=\frac{39+7}{2}=23$

$a_7=39-23$

69×69: 621, 414, 4761

$81-12=69$

$4761-192=4569$

16×12: 32, 16, 192

$\underbrace{\sqrt{3x^2-6x+2}}_{a}-\underbrace{\sqrt{3x^2+3x+1}}_{b}=1-9x$

$a^2-b^2=\cancel{3x^2}-6x+2-\cancel{3x^2}-3x-1$
$=1-9x$

$\Rightarrow a-b=a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$\Rightarrow (a-b)(a+b-1)=0$

$a=b$

$\sqrt{3x^2-6x+2}=\sqrt{3x^2+3x+1}$ $)^2$
$3x^2-6x+2=3x^2+3x+1$
$9x=1$
$x=\frac{1}{9}$ проверим:

$\sqrt{3\cdot\frac{1}{9^2}-\frac{1}{9}\cdot 6+2}-\sqrt{3\cdot\frac{1}{9^2}+3\cdot\frac{1}{9}+1}\ \vee\ 0$

$\sqrt{\frac{3}{3\cdot 3\cdot 9}-\frac{2}{3}+1}\ \vee\ \sqrt{\frac{3}{3\cdot 3\cdot 9}+\frac{1}{3}+1}$

$\sqrt{\frac{1-18+2\cdot 27}{3\cdot 3\cdot 9}}\ \vee\ \sqrt{\frac{1+9+27}{3\cdot 3\cdot 9}}$

$\sqrt{\frac{37}{3\cdot 3\cdot 9}}=\sqrt{\frac{37}{3\cdot 3\cdot 9}}$

$a+b=1$

$\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}=1$
$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x$ $\ominus$

$2\sqrt{3x^2+3x+1}=9x$ $)^2$

$3x^2+3x+1=\frac{81}{4}x$ $|\cdot 4$

$3x^2+$

$12x^2+12x+4=81x$

$12x^2-69x+4=0$

$D=69^2-4\cdot 4\cdot 12=4569$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

73×73: 219, 511, 5329

63×63: 189, 378, 3969

67×67: 469, 402, 4589

$69 \times 4 = 276$, $+9$, 285

$285 : 5 = 57$

$$y = -ax + 8b$$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{285}}{-2 \cdot 69}$$

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \le 0 \end{cases}$$

$69 + 9 = 78$

$39 \mid 13$

$3 \cdot 2 \cdot 13$

$$\frac{-12 + 4\sqrt{78}}{2 \cdot 69} = \frac{-6 + 2\sqrt{78}}{69}$$

$$x^2 = \frac{6^2 + 4 \cdot 78 - 4 \cdot 6\sqrt{78}}{69^2}$$

$$\sqrt{\frac{3(6^2+4\cdot 78 - 4\cdot 6\sqrt{78})}{69^2} - \frac{6 \cdot (-6+2\sqrt{78})}{69} \cdot 12}$$

$78 \times 4 = 312$, $+36$, 348, $\times 3 = 1044$, $+1242 = 2286$, $+69 = 2355$

18×69: 162, 108, 1242

$69 \times 6 = 414$, $+72$, 486, $\times 8$, 88