



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x,$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N1

$$ab = k \cdot 2^{14} \cdot y^{10}$$

$$bc = t \cdot 2^{14} \cdot y^{14}$$

$$ac = l \cdot 2^{20} \cdot y^{34}$$

$$\Rightarrow a^2 b^2 c^2 = k^2 t^2 l^2 \cdot 2^{14+14+30} \cdot y^{10+14+34} = k^2 t^2 l^2 \cdot 2^{58} \cdot y^{78}$$

$$\Rightarrow a^2 b^2 c^2 \geq 2^{52} \cdot y^{64} \Leftrightarrow abc \geq 2^{26} \cdot y^{32}$$

Пусть $a = 2^{a_1} \cdot y^{a_2}$, $b = 2^{b_1} \cdot y^{b_2}$, $c = 2^{c_1} \cdot y^{c_2}$.

При $(a_1=8, b_1=6, c_1=12)$ достигается минимальное x_2 .

$$(abc = 2^{x_1} \cdot y^{x_2})$$

Пусть $[x]_y$ - максимальная степень y , на которую делится x .

$$\text{Получается } [ab]_y + [bc]_y \geq [ac]_y \geq 34$$

$$\Rightarrow [abc]_y = [ab]_y + [bc]_y + [ac]_y \geq 2[ac]_y = 2 \cdot 34$$

$$\Rightarrow [abc]_y \geq 68. \text{ Получается } (a_y = 20, b_y = 0, c_y = 11)$$

$$\begin{cases} a = 2^8 \cdot y^{20} \\ b = 2^6 \\ c = 2^{12} \cdot y^{11} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } 2^{26} \cdot y^{32}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2

~~$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$~~ $\left[\frac{x}{y}\right]$ - максимальное число, на которое
делится x и y $\Rightarrow \max(x, y) > a+b, (a+b)^2, ab$
сокращается годь.

$$\left[\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}\right] = \left[\frac{a^2-6ab+b^2}{a+b}\right] = \left[\frac{(a+b)^2-8ab}{a+b}\right] = \left[\frac{8ab}{a+b}\right]$$

Уб-ие: $\max(8ab, a+b) = 8$ если $(a, b) = 1$.

Доказ-во: Пусть можно больше, тогда $(ab, a+b) > 1$,

~~обратно~~ $\Rightarrow \exists t > 1: \begin{cases} ab : t \\ a+b : t \end{cases} \Rightarrow \exists k | t: \begin{cases} (a, b) : k \\ a+b : k \end{cases}$

$\Rightarrow (a, b) \geq k > 1$ Противоречие

$\Rightarrow \max u = 8$ Пример: $a=4, b=1$

$$\left[\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}\right] = \left[\frac{1+4}{1-4+16}\right] = \left[\frac{5}{12}\right] = 0$$

Ответ: 8

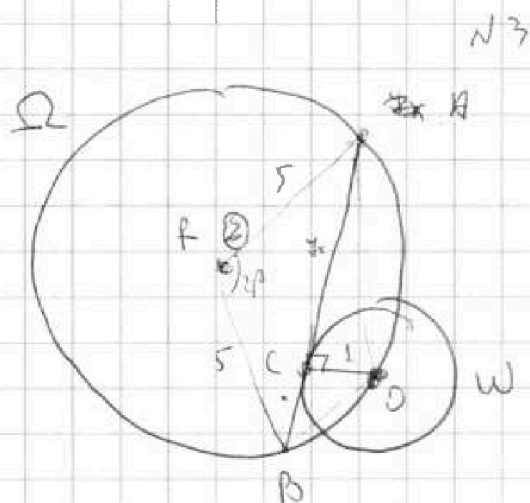
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $BC = x$, $AC = x$.

$AR = BR = 5$. (R — центр Ω)

O — центр W .

$$S_{ABO} = \frac{1}{2} \cdot 8x = 4x$$

$$\angle ABO = 2$$

$$4x = S_{ABO} = \frac{BO \cdot AO \cdot \sin 2}{2} = \frac{\sqrt{(1+x^2)(49+x^2)} \cdot \sin 2}{2}$$

$$AB^2 = R^2 + AR^2 + BR^2 - 2AR \cdot BR \cos \angle BRA$$

$$\angle BRA = 2(180^\circ - 2) \quad \cos \angle BRA = \cos(360^\circ - 4) = \cos 4$$

$$64x^2 = 50(1 - \cos 4)$$

$$64x^2 = (2S_{ABO})^2 = (1+x^2)(49+x^2) \cdot \sin^2 2$$

$$1 - \cos 4 = 1 - \cos^2 2 + \sin^2 2 = 2\sin^2 2$$

$$(1+x^2)(49+x^2) \cdot \sin^2 2 = 100 \sin^2 2$$

$$\Rightarrow (1+x^2)(49+x^2) = 100 \quad x = 1 \quad (x > 0)$$

$$\Rightarrow AB = 8x = 8$$

Ответ: ~~8~~ 8

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

$$a = 2x^2 - 5x + 3, \quad b = 2x^2 + 2x + 1$$

$$f_a - f_b = 2 - 4x, \quad \text{но } a - b = 2 - 4x$$

$$a - b = (f_a - f_b)(f_a + f_b) = f_a - f_b \Leftrightarrow \begin{cases} f_a - f_b = 0 \\ f_a + f_b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 - 4x = 0 & \text{I: } x = \frac{2}{4} \\ (f_a - f_b) + 2f_b = 0 & \text{II: } 2 - 4x + 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 0 \end{cases}$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 4x - 2 \quad x > \frac{2}{4}$$

$$8x^2 + 8x + 4 = 16x^2 - 16x + 4$$

$$41x^2 - 22x = 0 \quad x = 0, \frac{22}{41} \quad 0 < \frac{22}{41}$$

$$\frac{22}{41} \vee \frac{2}{4}$$

$$11 \cdot 2 \vee 41$$

> Погрешности

$$\text{Ответ: } x = \frac{2}{4}, \frac{22}{41}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12 \Leftrightarrow 2dx + dy = 12.$$

Примем и плоскости разреза в 2 разга по ох.

↔ Тогда $dx + dy = 12$. Параметрами возьмем:

$(-14, 24)$ $(6, 24)$

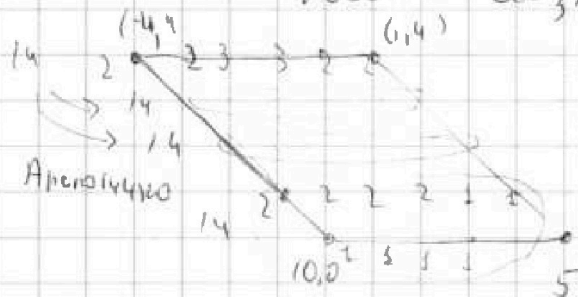
Теперь ~~кривыми~~ ~~схем~~
по ~~объем~~ ~~объем~~

$(9, 0)$

$(30, 0)$

Заметим единичный отрезок на 6 раз больше

Тогда в новых обозначениях $dx + dy = 2$.



Теперь можем посчитать
руками. Поднимем в каждой
точке ко-во направлений
не больше, не менее нее.

$$\text{Итого: } 4 \cdot 14 = 56$$

Ответ: 56.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

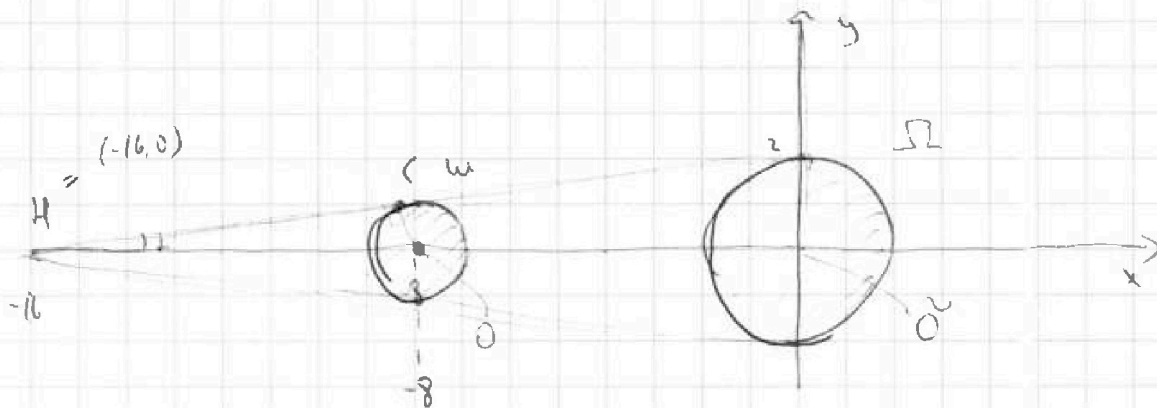
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ax - y + 10b = 0$$

$$f(x, y) = ((x+8)^2 + y^2 - 1) (x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$



Закрашенные области соответствуют $f(x, y) \leq 0$, а граница: $f=0$. Два решения \Leftrightarrow прямая

$ax - y + 10b$ касается двух окружностей. Таких прямых

4 : две внутри, две внеш, но они попарно

симметричны (исходят a и $-a$). Найдем

внеш. Рассмотрим попарно с центром в H и $k=2$

O перейдет в O' и $2HO = 2HO' \Rightarrow O' = O''$, а

т.к. $R_\omega = \frac{1}{2} R_\Omega$, то перейдет в $\Omega \Rightarrow$ внеш

касательная проходит через $H = (-16, 0)$.

Пусть она касается ω в C . Тогда $HC = \sqrt{1+64} = \sqrt{65}$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx} = a \quad \alpha = 2 \angle HO''$$

$$HC = \sqrt{1+64} = \sqrt{65}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{OC}{HC} = \frac{1}{\sqrt{65}}$$

$$\alpha \text{ может быть} = \pm \frac{1}{\sqrt{65}} = \pm \frac{1}{\sqrt{65}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

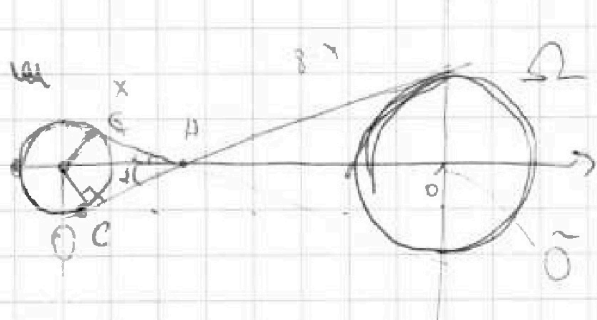
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Пору QR-кода недопустима!



↓ продолжим



$$\text{Пусть } H \in [O, \tilde{O}] \\ HO = \frac{8}{3}, \quad H\tilde{O} = -\frac{16}{3}$$

Тогда аналогично

помогает в у.Н с $k=-2$ переводит u в Ω

Пусть касание e и v с. $\perp = \angle OHC$

$$\text{т.д. } \perp = a = \frac{4}{HC} = \frac{1}{\sqrt{(\frac{8}{3})^2 - 1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{64-9}{9}}} = \frac{3}{\sqrt{55}}$$

Выводиме Показно что в силу непрерывности
если H уходит в \tilde{O} на u этих черт.рех.

$$\text{Ответ: } a = \pm \frac{1}{\sqrt{63}} \text{ и } \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$$

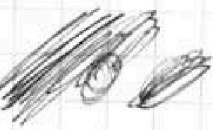
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{ABO} = 4x = \sqrt{1+x^2}$$

$$\sqrt{4+x^2}$$

$$\frac{\sqrt{1+x^2} \sqrt{49+x^2} \sin \angle}{2}$$

$$8x = \frac{\sqrt{(1+x^2)(49+x^2)} \sin \angle}{2}$$

$$\frac{8x}{\sqrt{(1+x^2)(49+x^2)}} = \sin \angle$$

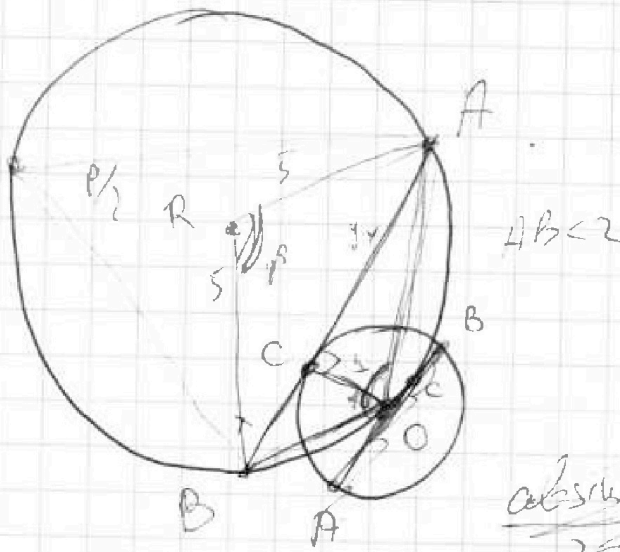
$$2 \cdot 5^2 - 2 \cdot 5^2 \cos \beta = (8x)^2$$

$$50(1 - \cos 2\alpha) = 64x^2$$

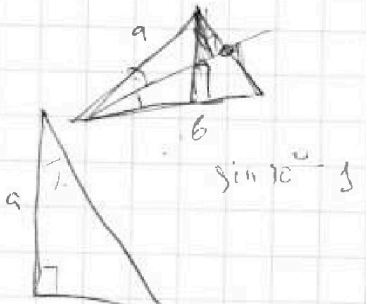
$$\frac{64x^2}{(1+x^2)(49+x^2)} = \sin^2 \angle$$

$$50(1 - \cos 2\alpha) = \sin^2 \angle (1+x^2)(49+x^2)$$

$$1 - \cos^2 \angle + \sin^2 \angle = 2 \sin^2 \angle \quad 100 \sin^2 \angle = \sin^4 \angle$$



$\cos 2\alpha = \frac{1-x^2}{1+x^2}$



$$\beta = 2(180 - \alpha)$$

$$\cos(360 - 2\alpha) = \cos(-2\alpha)$$

$$\cos 2\alpha$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} a_2 + b_2 = 14 \\ b_2 + c_2 = 18 \\ a_2 + c_2 = 20 \end{cases}$$

$$2a_2 = 14 + 20 - 18$$

$$a_2 = 8 + 10 - 9 = 8$$

$$(ab, a \cdot b)$$

$$a_2 = 8, b_1 = 6, c_2 = 12$$

$$ab \stackrel{5+1}{=} k \Rightarrow a \cdot b : k$$

$$\begin{cases} a_2 + b_2 = 20 \\ b_2 + c_2 = 17 \\ a_2 + c_2 = 34 \end{cases}$$

$$2b_2 = 10 \quad \text{F}$$

$$\frac{a \cdot b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a \cdot b}{(a-b)^2 - 4ab}$$

$$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a+b}$$

$$\frac{1+b}{b^2 - 6b + 1}$$

$$\frac{(ab)^2 - 8ab}{a+b} \Rightarrow (8ab, aab) > 1, (a, b) = 1$$

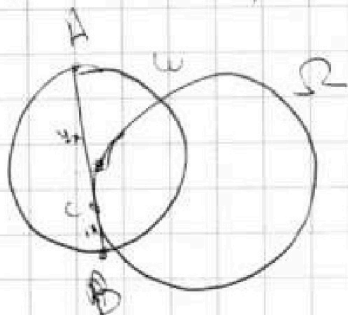
$$(8a+1)(b+1)$$

$$ab \cdot a \cdot b$$

$$(a+1)(b+1) = ab + 2a + 2b + 1$$

$$(a+1)(b+1) = 1, a \cdot b$$

$$\frac{1+y}{1-6 \cdot \frac{y}{4} + y^2} = \frac{8}{1-42+4y} = \frac{8}{y-3}$$



$$2x^2 - 3x + 2$$

$$(2x-1)(x-2)$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-16}}{2}$$

A 2 2 3 3 5 5 6 6 4 4

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



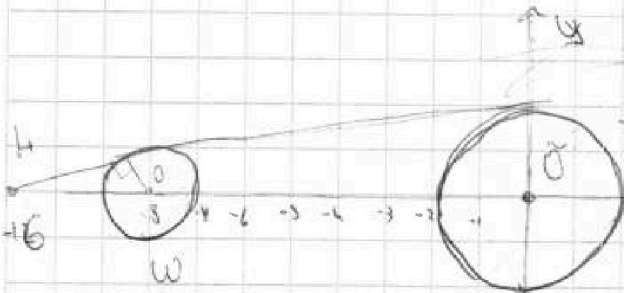
$$ax - y + 10b = 0.$$

$$dx \neq a dy = 0$$

$$f(x, y) = ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0.$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dx}{dy} = x$$

$$x \frac{dy}{dx} = 1$$



$$2x = 8 - x$$

$$4 dx = dy$$

$$\frac{dy}{dx}$$

Закрытые области - те, в которых $f < 0$.

На контуре $f = 0$.

Ровно два решения \exists только если \exists касательная к обеим окружностям. Таких 4, но поскольку обе окружности имеют центр в 0 по y можно искать только 2 (a и -a по x).

Гомология с центром в $O'(-8, 0)$ и $k=1$

переводит одну окружность $W \rightarrow \Omega$ т.к.

$$HO = 8, \Rightarrow HO' = 16 \Rightarrow O' = \overset{W}{O}, \text{ а } 2R_W = R_\Omega.$$

\Rightarrow касательная к обеим внешняя касательная проходит

через M.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper. It includes a diagram of a circle with points A, B, C, M, N and a horizontal line segment MN. The equation $y - fx = 4 - fy$ is written below the circle. To the right, there is a calculation for the minimum of a function: $\min b = \frac{2x^2 + 2x + 1}{2.2}$ and $x = \frac{-2}{2.2} = -\frac{1}{1.1}$. Below this, there is a calculation: $\frac{2}{4} - 1 + 1 = \frac{1}{2}$. In the center, there are several equations: $(fx - fy)(fx + fy) = \sqrt{x^2 - fy} = 1600$, $\sqrt{x^2 + fy} = 180$, $1600 + 400 + 25 = 2025$, $25 \cdot 9 = 180 + 4f$, and $2250(2x-3)(x-1)$. To the right of these is a diagram of a triangle with sides $\sqrt{2x^2 + 1 - 2fx \cos \alpha}$ and $\sqrt{2x^2 + 1 + 2fx}$, and an angle of 135° . Below the triangle, there are more equations: $2\sqrt{6} \cos \alpha = \sqrt{x}$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{6}}$, $a - fa = b - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{x}}$, $x - \frac{1}{2\sqrt{x}} = \dots$, $1 = \frac{\sqrt{a}}{b} - \frac{\sqrt{6} \sqrt{a}}{\sqrt{6} \sqrt{b}}$, $2x^2 - 5x + 3 - (2x^2 + 2x + 1)$, $2 - 2x$, $a - b = \sqrt{a} - \sqrt{b}$, $(a-b)^2 = a + b - 2\sqrt{ab}$, and $a^2 + b^2 - 2ab = a + b - 2\sqrt{ab}$. At the bottom left, there is a large equation: $f = \frac{a}{b} - \frac{\sqrt{a}}{b} - \frac{1}{b}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ax - y + 10b = 0 \quad (x+1)(2x) \quad (x-1)$$

$$((x+8)^2 + y^2 - 1) (x^2 + y^2 - 4) \leq 0.$$

$$(2x-3)(x+1)$$

$$\frac{9}{2} + 3 + 1(10 \cos \alpha)$$

$$x^2 + y^2 \leq R^2$$



$$-2 \quad 3$$

$$8 + 10 + 3$$

$$x_A \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2(8 - \sin \alpha) \\ 1 \end{pmatrix}$$

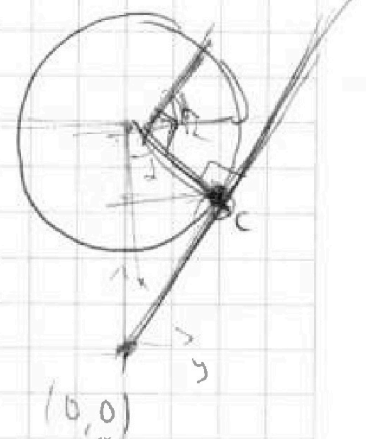
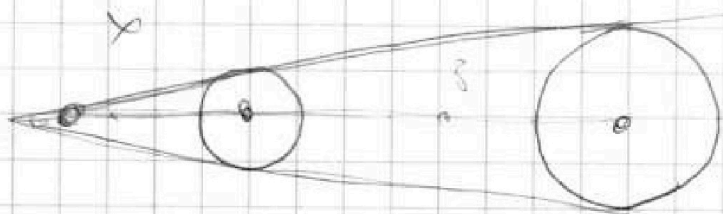
$$\begin{pmatrix} 5 \\ 13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 \sin \alpha \\ 2 \cos \alpha \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$9x^2 - 5x \leq 0$$

$$x + 8 = 2x$$



$$y \pm = \frac{8 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$c = (e - R \cos \alpha, R \sin \alpha)$$

$$a = \frac{ds}{dx} = \frac{R \sin \alpha}{e - R \cos \alpha} = ctg \alpha$$

$$x \hat{=} -1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

$\sqrt{4+9x}$
 $\neq 28$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{(2x-3)(x-1)(2x^2+2x+1)} =$$

$$= 4 + 49x^2 - 28x$$

$$45x^2 - 25x = -2\sqrt{(2x-3)(x-1)(2x^2+2x+1)}$$

$$25x^2(9x-5)^2 = 4(2x-3)(x-1)(2x^2+2x+1)(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)$$

$$45x^2 - 25x \leq 0 \Rightarrow x \in [0, \frac{5}{9}]$$

$$9x^2 - 5x \leq 0 \Rightarrow x \in [0, \frac{5}{9}]$$

$$25x^2(81x^2 - 90x + 25) = 4(4x^4 - 10x^3 + 6x^2 + 4x^3 - 10x^2 + 6x + 2x^2 - 5x + 3)$$

$$-20 + 4x^3 - 10x^2 \quad 105 - 18 \Rightarrow 87 \quad 144 - 84$$

$$120 + 21$$

$$25x^2(81x^2 - 90x + 25) = 4(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)$$

$$= 4(4x^4 - 10x^3 + 6x^2 + 4x^3 - 10x^2 + 6x + 2x^2 - 5x + 3)$$

$$= 4(4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3) = 25x^2(81x^2 - 90x + 25)$$

$$\Leftrightarrow (2025 - 16)x^4 + (-2250 + 24x^3) + (625 + 8)x^2$$

$$150 - 3 - 40 - 35 + 18$$

$$105 - 105 + 18 = -90$$

$$60 - 18 + 42 + 49 \sqrt{108}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4(2x^2 - 5x + 3) = 3 - 4x \quad 100$$

$$8x^2 - 20x + 12 = 3 - 4x$$

$$8x^2 - 13x + 9 = 0$$

$8x$

$$100 - 32 \cdot 9$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N4

$$\text{Пусть } 2x^2 - 5x + 3 = a, 2x^2 + 2x + 1 = b.$$

$$\text{Тогда } a - b = 2 - 4x = \sqrt{a} - \sqrt{b}.$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$a = b$$

$$2 - 4x = 1$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$4x = 3$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{3}{4}$$

Проверяем, что оба корня

$$2x^2 + 2x + 1 > 0 \quad \forall x$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (2x - 3)(x - 1) \geq 0 \text{ при } x \in \left[3, \frac{3}{2}\right]$$

$$\sqrt{2 \cdot \frac{9}{16} - \frac{15}{4} + 3} - \sqrt{2 \cdot \frac{9}{16} + \frac{6}{4} + 1} = -1$$

$$\sqrt{\frac{18 - 15 \cdot 4 + 3 \cdot 16}{16}} = \sqrt{\frac{18 + 6 \cdot 4 + 16}{16}} = -1$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

II) \Rightarrow

$$1 = 2 - 4x + 2\sqrt{b}$$

$$4x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \Rightarrow 16x^2 - 8x + 1 = 8x^2 + 8x + 4$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



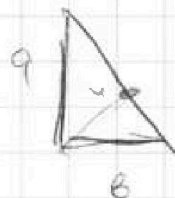
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



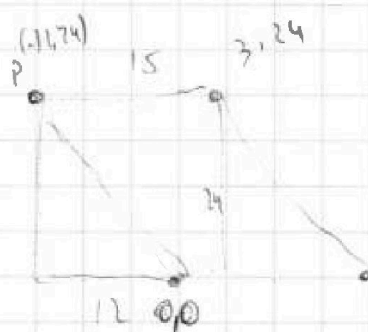
$$2x^2 - 5x + 3 = (2x - 3)(x - 1).$$

$$2x^2 + 7x + 1 = (2x + 1)(x + 1)$$

$$x = -2 \pm \sqrt{4 - 8}$$



~~Вопрос~~



~~Вопрос~~

$$(2x_B - 2x_A) + (y_B - y_A) = 12$$

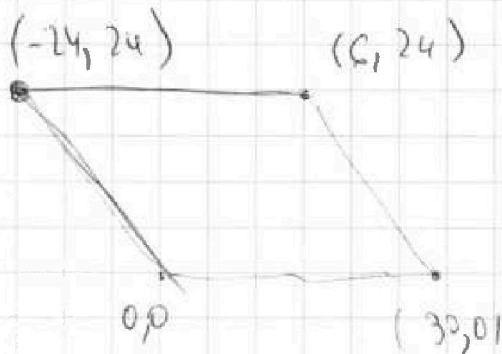
$$2dx + dy = 12$$

↔

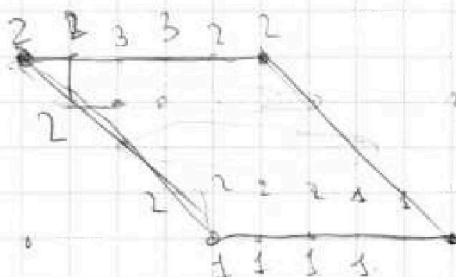
$$dx + dy = 12$$

±

$$dx + dy = 2$$



$$2 + 1 + 3 + 3 + 2 + 2 = 14$$



3.14

4.14

14