



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 10 КЛАСС. Вариант 10



- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**МФТИ**

№ 1

Посмотрим на степени 7:

Т.к.  $11+18 < 39$ , то 11 и 18 не являются  
однми минимальными, на которое делится.

Тогда сумма степеней хотя бы 39.

Рассмотрим  $\deg_7(a) = 18$ ;  $\deg_7(b) = 0$ ;  $\deg_7(c) = 20$ :

Тогда  $\deg_7(ab) = 18 \geq 11$ ;  $\deg_7(bc) = 20 \geq 18$ ;  
 $\deg_7(ac) = 39 \geq 39$ .

Посмотрим на степени 2:

Рассмотрим  $\deg_2(a) = x$ ;  $\deg_2(b) = y$ ;  $\deg_2(c) = z$ .

Тогда:

$$x+y \geq 15; y+z \geq 17; z+x \geq 23.$$

$$x+y+z \geq 2(15+17+23) = 55$$

$$x+y+z \geq \left\lceil \frac{55}{2} \right\rceil = 28$$

Рассмотрим  $x=10$ ;  $y=5$ ;  $z=13$ :

Тогда:  $\deg_2(ab) = 15 \geq 15$ ;  $\deg_2(bc) = 18 \geq 17$ ,  
 $\deg_2(ac) = 23 \geq 23$ .

Ответ:

Тогда произведение минимум:  $2^{\frac{28}{2}} \cdot 7^{\frac{39}{7}} = 2^{14} \cdot 7^3 = 2^{10} \cdot 7^5$ . *Это выполнимо*

если представить  $a = 2^{\frac{10}{2}} \cdot 7^{\frac{5}{2}}$ ,  $b = 2^{\frac{5}{2}}$ ,  $c = 7^{\frac{3}{2}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

т.к.  $\frac{a}{b}$  несократима, то  $\text{НОД}(a, b) = 1 \Rightarrow$   
прост.

пусть  $p$ -делитель  $a+b$ . Тогда он не делится

ни делителем  $a$ , ни делителем  $b$  (иначе

пусть не平凡ная обобщенность  $a:p, b:p \Rightarrow$

$$\Rightarrow a+b = pd + (pn+pr) = p(d+n) + r \nmid p.$$

Тогда запись  $a+p = pq$ .

Тогда  $a^2 + 2ab + b^2 - 7ab - 2ab = pk$

$$(a+b)^2 - 9ab = pk$$

$$pq^2 - 9ab = pk$$

$$p(pq^2 - k) = 9ab : p. a \nmid p, b \nmid p \Rightarrow s : p.$$

значит  $p = 3$ . Так же возможен вариант

$m = 9$ , т.к.  $a+b \nmid 3$ . 9 подходит. Пример:

$$a = 1; b = 8 : \frac{1+8}{1+7 \cdot 8 \cdot 1 - 8^2} = \frac{9}{1-56+64} = \frac{9}{9} = 1.$$

Ответ:  $m = 9$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**МФТИ**

$$11 + 18 + 39 = 2(a+b+c)$$

4 7

$$a+b+c = 34$$

$$\frac{a+b}{a^2+ab+b^2} = \frac{km}{nm}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \\ 3x^2 + 3x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 2(3x^2 + 3x + 1) - 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 81x^2 - 18x + 1$$

$$6x^2 - 3x + 2 - 2\sqrt{\quad} = 81x^2 - 18x + 1$$

$$-2\sqrt{\quad} = 75x^2 - 15x + 2$$

$$4(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1) = (25x^2 - 15x + 2)^2$$

$$4(9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2) =$$

$$= (75^2x^4 - 2 \cdot 75 \cdot 15x^3 + 2 \cdot 2 \cdot 75x^2 + 15^2x^2 - 2 \cdot 2 \cdot 15x + 4)$$

$$4(9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2) = 75^2x^4 - 30 \cdot 75x^3 + 4 \cdot 75x^2 + 15^2x^2 - 4 \cdot 15x + 4$$

$$0 = x^4(75^2 - 36) - x^3(30 \cdot 75 - 36) + x^2(15^2 + 4 \cdot 75 + 36) - 4 \cdot 15x - 4$$

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8

(-3,26) (3,26)



$$\begin{aligned} & \frac{1+8}{1-78+64} = \frac{9}{-19} = -\frac{56}{19} \\ & \begin{cases} 49x^2 + 45 = 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 \cos \alpha \\ 49x^2 + 49 = 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 \cos \beta \\ 34x^2 = 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 (\cos(\alpha + \beta)) \\ \cos \alpha = 1 - \frac{49(1+x^2)}{2 \cdot 13^2} \\ \cos \beta = 1 - \frac{49-13^2 x^2}{2 \cdot 13^2} \end{cases} \end{aligned}$$

$$34^2 x^2 = 4 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)$$



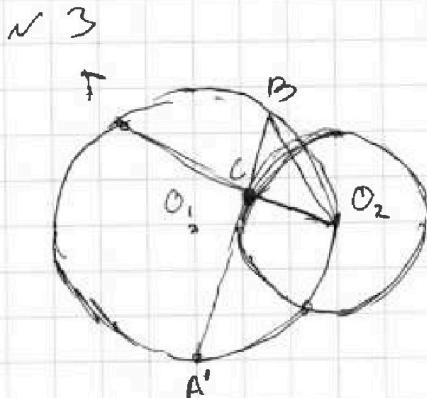
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



Пусть  $O_1$  и  $O_2$  - центры  
окружностей  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно.

Пусть  $T$  - вектор, т. пересеч  
 $O_2C$  с  $\Omega$ . Отметим  $T$ .

$A'$  так, что  $\angle A' O_1 O_2 = 90^\circ$ .

Докажем, что это положение нашей  $T$  A.

т.к. при  $\checkmark$  изменении угла  $A' O_1 O_2$ ,  $\frac{AC}{CB}$  монотонно  
изменяется (при уменьшении ( $A' \rightarrow \emptyset \cap \Omega \cap \omega$ )

$\frac{AC}{CB} \rightarrow 0$ ; при увеличении ( $B \rightarrow \omega \cap \Omega$ )  $\frac{AC}{CB} \rightarrow \infty$ ).

Значит, только 1 расположение линии.

т.к.  $\angle A' O_1 O_2 = 90^\circ$ , то  $A'B^2 = A'C^2 + CO_2^2 =$   
 $= A'C^2 + f^2 = r^2 + f^2$ . Отсюда  $\angle A'BO_2 = \frac{\angle A' O_1 O_2 = 90^\circ}{2}$   
 $\Rightarrow \angle BO_2 = 90^\circ \Rightarrow \angle B = \angle CO_2 = f \Rightarrow \frac{A'B}{BC} = \frac{r}{f} \Rightarrow A' - \text{сто}$

точка A.  $\Rightarrow AB = AC + BC = 24$ .

Ответ: AB = 24.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

Наш параллелограмм имеет сторону, параллельную  $Ox$ , и сторону, параллельную  $y = -2x$ .

Отсюда пусть  $y_1 = y_2 \Rightarrow x_2 - x_1 = 7$ .

$\Rightarrow$  на одной прямой возможно взять 10 или 9 точек (в зависимости от количества расположенных на прямой точек), 14 по 10

(3 из 9). Если  $y_1 = y_2 + 2$ , то  $x_2 - x_1 = 8$ .

Также на 6 вариантов расположить боковь эти точки параллельно переносом боковь 1 прямой: 10 или 9.

т.е. (13 из 10, 12 из 9). Тогда сделаем замечание, что при увеличии  $y_1 - y_2$ , мы передвигаемся вдоль стороны  $y = -2x$ .  $\Rightarrow$  на шаге гораздо.

Видоре т.а кол-во вариантов будет одинаково.

$\Rightarrow$  таких случаев:  $10 \frac{14 \cdot 15}{2} + 9 \frac{13 \cdot 14}{2} = 2385$

Также есть случаи, когда  $y_2 \geq y_1$ .

Тогда мыдвигаемся уже вдоль прямой  $k=2x$  (при изм разн.  $y_1$  и  $y_2$ ).

А значит, каждый раз кол-во вариантов паралл.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

переноса по горизонтали увеличивается  
на ? . (также присутствует "негётное" строка,  
где число целое. т. на 1 меньше, самих  
строк также на 1 меньше).

Тогда число <sup>таких</sup> расстановок будет:

$$13 \cdot 12 + 12 \cdot 11 + 12 \cdot 14 + 11 \cdot 13 + 11 \cdot 16 + 10 \cdot 15$$

$$13 \cdot 12 + 12 \cdot 15 + 11 \cdot 13 + 10 \cdot 15 = 925$$

Тогда всего перестановок  $2389 + 925 =$   
 $= 3314$

Ответ: 3314 пары.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порна QR-кода недопустима!

~6

$$\begin{cases} ax+ay-8b=0 \\ (x^2+y^2+1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

Чтобы выполнялось неравенство возможны 2 случая:

$$\begin{cases} x^2+y^2-1 \leq 0 \\ x^2+(y-12)^2-16 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2-1 \geq 0 \\ x^2+(y-12)^2-16 \leq 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

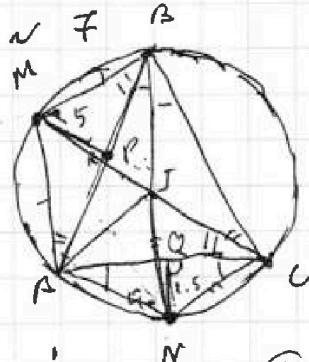
решение которой представлено на странице:



- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**МФТИ**



$\angle BAC = 2\delta$   
Пусть  $\angle ABC = 2\beta$ ,  $\angle ALB = 2\gamma$ . I - центр  
обвнс. окр.  
P - середина AB, Q - середина AC.

Тогда:  $\angle NAC = \angle ABN = \angle NBC = \angle ACN = \beta$ ;

$\angle MAB = \angle ACM = \angle MCB = \angle MBA = \gamma$

Тогда по лемме о треугольнике:

$AN = NC = IN$ ;  $AM = MB = MI$ .  $\angle ANB = 2\delta$  (они  
на горизонтали AB).  $AN = 2.5 / \sin 2\delta$ .  $\angle IAN = \delta + \gamma = 90^\circ - \beta$

$\Rightarrow$  по 7. синусов:  $\frac{AI}{\sin 2\delta} = \frac{IN}{\sin(90^\circ - \beta)} \Rightarrow AI = AN \frac{\sin 2\delta}{\cos \beta}$ .

$AN = \frac{2.5}{\sin \delta} \Rightarrow AI = \frac{2.5 \cdot \sin 2\delta}{\sin \delta \cos \beta} = 5 \frac{\sin 2\delta}{\sin^2 \beta}$ . Аналогично

$AI = 10 \frac{\sin 2\beta}{\sin 2\delta} \Rightarrow 5 \frac{\sin 2\delta}{\sin^2 \beta} = 10 \frac{\sin 2\beta}{\sin 2\delta} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\sin 2\delta}{\sin^2 \beta} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{AC}{\sin 2\beta} = \frac{AB}{\sin 2\delta} = 3 \frac{AB}{AC} = \sqrt{2}$ .

Т.к.  $AN = NI$ ,  $AM = MI$ , то  $AMIN$ - ромб  $\Rightarrow$

$\Rightarrow AI \perp MN$ . Так же  $MN$ -серпин в AI

$\Rightarrow 2AN \cdot \sin \delta = AI = 2AM \cdot \sin \beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{2.5 \sin \delta}{\sin^2 \beta} = \frac{5 \sin \beta}{\sin \delta} \Rightarrow \sin^2 \delta = 2 \sin^2 \beta \Rightarrow \frac{\sin \delta}{\sin \beta} = \sqrt{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow MB = MA = \sqrt{2}$   $AN = \sqrt{2} NC$ .

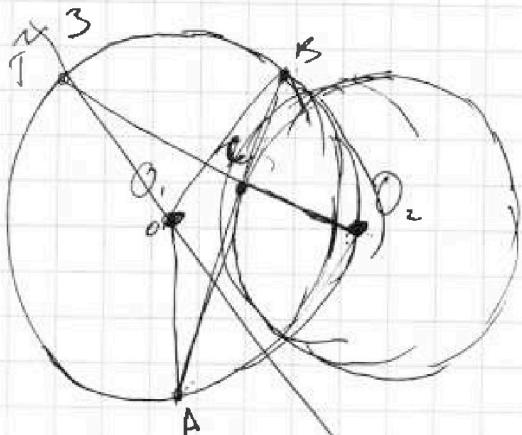
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $O_1$  и  $O_2$  центры  
окружностей  $\Gamma$  и  $\omega$  соотв.

Пусть  $T$ .  $T$  — <sup>второе</sup> пересечение  
прямой  $O_2C$  с  $\Gamma$ .

Тогда заметим, что

ровно одна точка  $C$  на  $\omega$  удовлетворяет  
равенству  $AC/BC = \frac{17}{7}$  <sup>по доказ. непрерывности\*</sup>. Докажем, что нам  
подходит  $T$ . Такая, что  $CT = 17$ .

Тогда степ.  $T$ .  $C$  отк  $\Gamma = -7 \cdot 17 = -x^2 \cdot 17 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 1 \Leftrightarrow AC = 17, BC = 7$ . Докажем, что

$\angle ACO_2 \neq 90^\circ$  (тогда  $AB$  касательная).

$$AO_2 = \sqrt{AO_1^2 + O_1O_2^2} = 13\sqrt{2} = \sqrt{18^2 + 7^2} = \sqrt{338} = \sqrt{2 \cdot 169} = \\ = 13\sqrt{2}. \text{ Значит, по т. Пифагора } AC \perp (O_2)$$

$\Rightarrow AB$  касательная к  $\omega$ . А т.к.  $T$ .  $C$  подходит  
и она единственная, то  $AB = AC + BC = 24$ .

Ответ: 24

\*если мы загоним  $T$ .  $A$  близко к  $T$ . пересег  $\Gamma$  и  $\omega$ ,  
при убывании  $\angle O_1O_2A$

$\frac{AC}{BC} \rightarrow 0$  если  $T$ .  $B$  близко к  $T$ . пересег  $\Gamma$  и  $\omega$ ,  
 $\frac{AC}{BC} \rightarrow \infty$ . А т.к.  $\angle O_1O_2A$  — острый, то  $\frac{AC}{BC}$  — непрерывна).



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

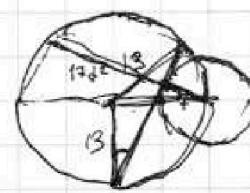
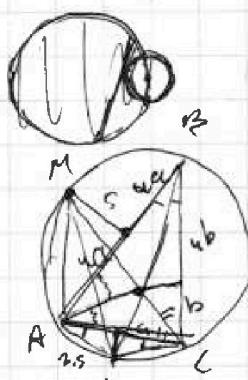


- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & 24^2 x^2 = 2 \cdot 13^3 - 2 \cdot 13^2 \left( \frac{2 \cdot 13^2 - 49 - 49x^2}{2 \cdot 13^2} \cdot \frac{2 \cdot 13^2 - 49 - 17x^2}{2 \cdot 13^2} - \right. \\
 & \left. - \sqrt{\left( 1 - \frac{2 \cdot 13^2 - 49 - 49x^2}{2 \cdot 13^2} \right)^2} \left( 1 - \left( \frac{2 \cdot 13^2 - 49 - 17x^2}{2 \cdot 13^2} \right)^2 \right) \right) \cos^2 \beta = \frac{\cos^2 \beta}{2 + \cos^2 \beta} \\
 & 24^2 x^2 = 2 \cdot 13^3 - 2 \cdot 13^2 \left( \frac{2 \cdot 13^2 - 49 - 49x^2}{2 \cdot 13^2} \cdot \frac{2 \cdot 13^2 - 49 - 17x^2}{2 \cdot 13^2} - \right. \\
 & \left. - \frac{\sqrt{4 \cdot 13^4 - (2 \cdot 13^2 - 49 - 49x^2)^2}}{2 \cdot 13^2} \cdot \frac{\sqrt{4 \cdot 13^4 - (2 \cdot 13^2 - 49 - 17x^2)^2}}{2 \cdot 13^2} \right) \quad |3+6=18 \\
 & 2 \cdot 13^2 \cdot 24^2 x^2 = 4 \cdot 13^4 - (2 \cdot 13^2 - 49 - 49x^2)(2 \cdot 13^2 - 49 - 17x^2) \\
 & - 2(4 \cdot 13^4 - (2 \cdot 13^2 - 49 - 49x^2)^2)(4 \cdot 13^4 - (2 \cdot 13^2 - 49 - 17x^2)^2)
 \end{aligned}$$



$$2 \cdot 17^2 = 2 \cdot 13^2$$

$$17^2 = y$$

$$2 \cdot 17^2 = 2 \cdot 13^2$$

$$\beta = 17^2$$

$$AB = \frac{10 \cos \delta}{\sin \delta} \quad AN = \frac{2 \cdot 5}{\sin \beta}$$

$$AN' = \frac{AC}{2 \cos \beta}$$

$$\frac{AC}{2 \cos \beta} = \frac{2 \cdot 5}{\sin \beta}$$

$$\frac{AI}{\sin \alpha + \sin \beta} = \frac{AI}{2 \sin \alpha + 2 \sin \beta} = \frac{AM}{\sin \alpha + \beta} = \frac{AM}{\cos \beta} = \frac{AB}{2 \cos \beta \cos \beta} = \frac{AB}{2 \cos^2 \beta}$$

$$AC = \frac{5}{\cos \beta}$$

$$AI = \frac{AB \sin \beta}{2 \cos \beta \cos \beta} = \frac{10 \sin \beta}{2 \cos \beta \cos \beta \cos \beta} =$$

$$AB = \frac{10}{\cos \beta}$$

$$= \frac{10 \sin \beta \cos \beta}{2 \cos^2 \beta \cos^2 \beta} = \frac{10 \sin \beta \cos \beta}{2 \cos^2 \beta \cos^2 \beta} = \frac{5 \cos \beta}{\cos^2 \beta} =$$

$$\frac{5 \cos \beta}{\cos^2 \beta} = \frac{5}{\cos \beta}$$



$$\frac{AI}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin \alpha + \beta} = AB \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = 10 \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$$

$$5 \frac{\sin \beta}{\sin \beta} = 10 \frac{\cos \beta}{\cos \beta}$$

$$10 \frac{\cos \beta}{\cos \beta} = 10 \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \beta}{1 + \cos^2 \beta}} \quad \frac{10 \cos^2 \beta - (\cos^2 \beta \cos^2 \beta)}{1 - \cos^2 \beta} =$$

$$\cos^2 \beta = \cos^2 \beta - \cos^2 \beta \cos^2 \beta$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(x-1)(3x-2)} - x - \sqrt{(x+1)(3x+1)} - x = 1 - 8x$$

15 17 23

$$a+b \geq 15$$

$$b+c \geq 17$$

$$c+a \geq 23$$
  
$$a+b+c \geq \frac{15+17+23}{2} = \frac{56}{2} = 28$$

10 5

$$\frac{11+18+39}{2} =$$

$$CP(CP+5) = AC \circ CB$$

$$BQ(BQ+2.5) = AB \cdot CB$$

$$\sqrt{2} \cdot CP(CP+5) = BQ(BQ+2.5)$$

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

~~$$ax + y - 8b = 0$$~~

$$x^4 - x^2(y+12)^2 - 16x^2 + x^2y^2 + y^2(y-12)^2 - 76y^2 \leq 0$$

$$-x^2 - (y+12)^2 + 16 \leq 0$$
  
$$x^4 + x^2y^2 - 24y^2x^2 + 144x^2$$

$$\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 1 &\leq 0 \\ x^2 + (y-12)^2 - 16 &\geq 0 \\ x^2 + y^2 - 24y + 144 - 16 &\geq 0 \\ x^2 + y^2 - 24y + 128 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 1 &\geq 0 \\ x^2 + (y-12)^2 - 16 &\leq 0 \\ x^2 + y^2 - 24y + 144 - 16 &\leq 0 \\ 24y &\geq 128 \\ y &\geq \frac{128}{24} = \frac{43}{8} \end{aligned}$$

$$y \leq 1$$

$$y \leq 1$$