



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем t могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на t ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.



На одной странице можно оформлять **только** одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

$a, b, c \in N$

$ab/2^{14}7^{10}$

$x/n \rightarrow x$ делится на

$bc/2^{17}7^2$

если умножить $ab \cdot bc$, то оно будет делиться на

$$2^{14}7^{10} \cdot 2^{17}7^2 = 2^{31}7^{27}$$

$ac/2^{20}7^3$

после умножения ab^2c на ac оно будет делиться

$$\text{на } 2^{31}7^{27} \cdot 2^{20}7^3 = 2^{51}7^{64}$$

$abc \min - ?$

$a^2b^2c^2$ делится на $2^{51}7^{64}$, но $\cancel{2^{51}}$ не делится
на 2, поэтому нельзя сразу в это корень

т.к. $abc \in N$

если $a^2b^2c^2$ делится на 2^{50} , то и 50 -макс. степень

двойки в делителе, то $a^2b^2c^2$ не делится на 2^{51}

если $a^2b^2c^2$ делится на 2^{52} , то все условия

исполнются $a^2b^2c^2 / 2^{52}7^{64}$

$abc/2^{26}7^{32}$

тогда abc мин. если оно равно $2^{26}7^{32}$

Ответ: $abc = 2^{26}7^{32}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

✓2

$a \in N$

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} = \frac{ab}{a^2+2ab+b^2-8ab} = \frac{ab}{(a+b)^2-8ab}$$

$b \in N$

$\frac{a}{b}$ Кесократика

если знаменатель сократка на m , то

m_{\max}

$$a+b = km, \text{ где } k \in N$$

$$(a+b)^2 - 8ab = k^2 m^2 - 8ab$$

$k^2 m^2 - 8ab$ должно делиться на m , тогда

8ab должно делиться на m

~~если ab если $\frac{a}{b}$ кесократика, то они на имеют общих~~

~~простых множителей~~. тогда если ab делится на

~~только множители $a^{(1)}$~~

m , то b это : только множители $b^{(2)}$ есть

множители из $ab^{(3)}$

если (1), то ab не делится на m , аналогично (2) и (3)

следовательно если 8ab делится на m , а ab нет,

то $m_{\max} = 8$

Ответ: $m_{\max} = 8$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 3
Дано

$$\frac{AC}{CB} = 2$$

$$r_1 = 1$$

$$r_2 = 5$$

AB?

Пусть $BC = x$ $AC = 7x$

$$\sin \angle O_1 BC = \frac{O_1 C}{\sqrt{O_1 C^2 + x^2}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

по т. Пифагора
для $\triangle O_1 BC$

$\triangle A O_1 B$

$$\frac{AO_1}{\sin \angle O_1 BC} = 2R, \text{ а } R \text{ окр. } r_2 = 5$$

$$AO_1 \sqrt{x^2 + 1} = 10$$

т. лиганора для $\triangle A O_1 C$

$$AO_1 = \sqrt{O_1 C^2 + AC^2} = \sqrt{1 + 49x^2}$$

$$\sqrt{1 + 49x^2} \sqrt{x^2 + 1} = 10$$

$$(1 + 49x^2)(x^2 + 1) = 100 \Rightarrow 49x^4 + 49x^2 + x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0 \quad x^2 = t$$

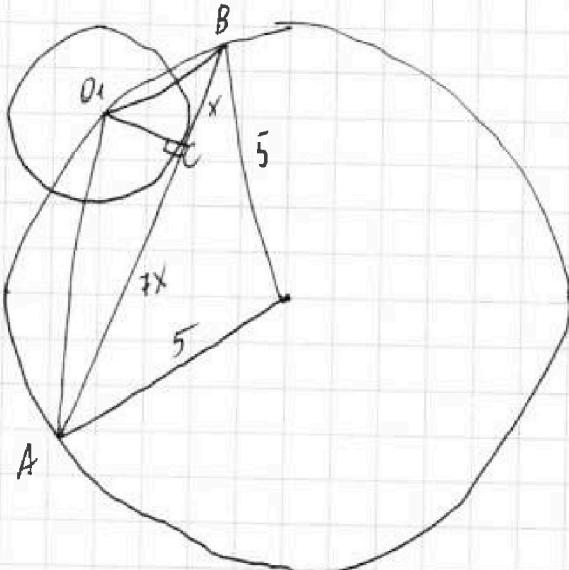
$$49t^2 + 50t - 99 = 0 \quad t = 1, \text{ второе } t < 0 \text{ т. к. вершина}$$

параболы $t_0 = \frac{-50}{98}$, а следовательно t_2 левее на оси.

$$x^2 = t \Rightarrow x = 1$$

$$AB = 7x + x = 8x = 8$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{4}$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x \quad 2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 + 2 - 7x \quad D = 4 - 8 = -4$$

$$2 - 7x = t \quad 2x^2 + 2x + 1 = n \quad 2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$\sqrt{n+t} - \sqrt{n} = t \quad D = 25 - 24 = 1$$

$$\sqrt{n+t} = t + \sqrt{n} \quad \cancel{\Rightarrow t > 0} \quad x = \frac{5 \pm 1}{4} \in [1, 1.5]$$

$$n+t = t^2 + 2\sqrt{n}t + n \quad \cancel{x < 1} \quad x \leq 1 \cup x \geq 1.5$$

$$t^2 + 2\sqrt{n}t - t = 0$$

$$t(t + 2\sqrt{n} - 1) = 0 \Rightarrow t_1 = 0, t_2 = 1 \quad t + 2\sqrt{n} - 1 = 0$$

$$t = 0 \Rightarrow 2 - 7x \geq 0 \quad 2 - 7x + 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 1 = 0$$

$$x = \frac{2}{7} \quad \text{БОДЗ} \quad 4(2x^2 + 2x + 1) = (7x - 1)^2$$

$$49x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$x_1 = \frac{11}{49}, \quad D = 22^2 + 4 \cdot 9 \cdot 41 = 976$$

$$x = \frac{11}{49} \pm \frac{4\sqrt{61}}{49} \quad \sqrt{D} = 4\sqrt{61}$$

$$x = \frac{11 \pm 4\sqrt{61}}{49} \quad x = \frac{22 \pm 8\sqrt{61}}{82}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{2}{7} \quad x = \frac{22 \pm 8\sqrt{61}}{82}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5

Дано

P(-12; 24)

точки P и O лежат на прямой $y_1 = -2x_1 + 12$

O(0; 0)

тогда если другая прямая будет $y_2 = -2x_2 + 12$,⁽²⁾

Q(3; 24)

то $y_2 - y_1 = -2x_2 + 2x_1 + 12$

R(15; 0)

$y_2 + 2x_2 - y_1 - 2x_1 = 12$

$$*2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

n=?

запись это и есть наше условие.

получается, что если A и B лежат на этих
 двух прямых и B на (2), а A на (1), то условие всегда
 выполняется. на $y_1 = -2x_1$ в пределах фигуры:

(0, 0) \leftrightarrow (-1; 2) (-2; 4) ... (-12; 24) 13 точек.

столько же на второй. тогда количество пар

$$13 \cdot 13 = 169.$$

ур. прямой QR $y_2 = -2x_2 + 30$ (3)

тогда если $y_4 = -2x_4 + 18$ (4) то ситуация повторяется.

но B теперь на y_4 , а A на (4). $n = 169 + 169 = 338$

Ответ: $n = 338$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается чёрновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Если внутренним образом

$$\triangle ACO_1 \sim \triangle BCO_2$$

$$\frac{O_1 C}{O_2 C} = \frac{1}{2} \quad O_1 C = x \quad O_2 C = 2x$$

$$O_1 O_2 = 3x = 8$$

$$x = \frac{8}{3} \Rightarrow CO_2 = \frac{16}{3}$$

$$\beta = \angle BOD_2 - \angle CO_2B \quad \cos \beta = \frac{2 \cdot 3}{16} = \frac{3}{8} \quad \text{из } \triangle CO_2B$$

$$\angle CO_2B = \angle BDO_2 \quad \angle CO_2B = \angle BDO_2 = \beta$$

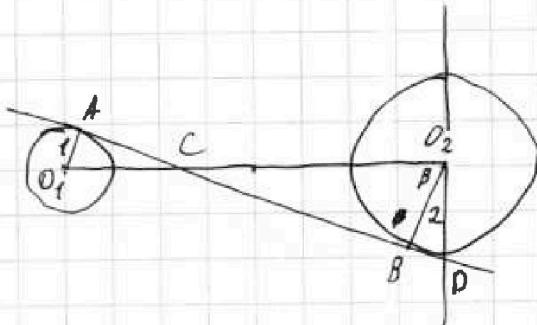
$$\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{9}{64}} = \frac{\sqrt{55}}{8}$$

$$\text{из } \triangle DBO_2 \quad DO_2 = \frac{BO_2}{\sin \beta} = \frac{2 \cdot 8}{\sqrt{55}} \quad DO_2 = -\frac{16}{\sqrt{55}}$$

$$a = \frac{10}{16} b = -\frac{1}{\sqrt{55}} \quad \text{и аналогично касательная „снизу вверх“}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{55}}$$

$$\text{Ответ: } a = \pm \frac{1}{\sqrt{55}} \quad a = \pm \frac{1}{\sqrt{63}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

Дано $\begin{cases} ax - y + 10b \geq 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$

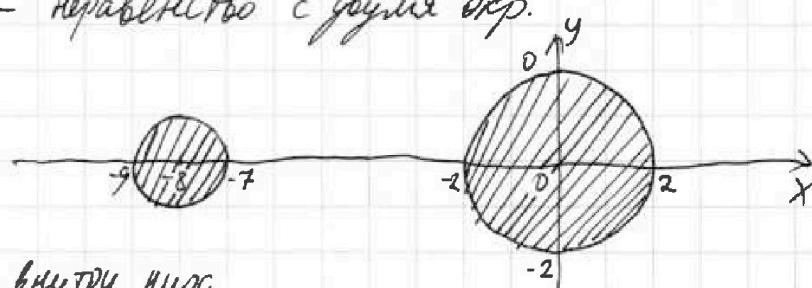
$$\begin{cases} y = ax + 10b & (1) \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 & (2) \end{cases}$$

(1) - прямая

(2) - неравенство с двумя окр.

$$(x+8)^2 + y^2 = 1^2$$

$$x^2 + y^2 = 2^2$$



и это выполняется только внутри них

тогда 2 решения если эта прямая касается этих
двух окр.: если внешним образом, то

$$\cos \angle = \frac{2-1}{8} = \frac{1}{8} \text{ тогда } EA = 8$$

$$E(-16; 0) \quad \sin \angle = \sqrt{1 - \frac{1}{64}} = \frac{\sqrt{63}}{8}$$

$$\text{при } x=0 \quad y=10b \Rightarrow MD = 10b \quad 10b = \frac{2}{\sin \angle} \text{ из } \triangle MDC$$

$$10b = \frac{16}{\sqrt{63}}$$

график через E $\Rightarrow y = ax + 10b \quad 0 = -16a + 10b$

$$a = \frac{10b}{16} = \frac{1}{\sqrt{63}}$$

$$\text{то } a = -\frac{1}{\sqrt{63}}$$

и если снизу идет касательная,





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ.

N⁷

Дано $\angle A M = \angle M B \Rightarrow$

$\angle A M = \angle M B$ $A E > E B$

$\angle A N = \angle N C$ $\angle A N = \angle N C \Rightarrow$

$M E = 4,5 \Rightarrow A H = H C$

$N H = 2$ тогда $M E = N H$

$O_2 - ?$ серединные перпендикуляры

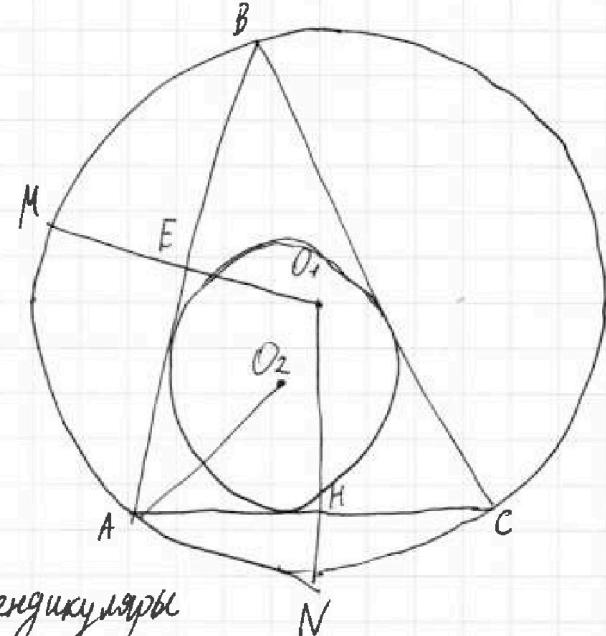
и пересек. в центре описанной окр.

O_2 - центр биссектрис. окр $\Rightarrow O_2$ - пересечение биссектрис.

$\angle A M = \angle B \Rightarrow M$ лежит на $C O_2$. аналогично N на $B O_2$

по теореме $B O_2 = 2 O_2 H \quad C O_2 = 2 O_2 E$

$$B O_2 = 2(R - 4,5) = 2R - 9 \quad C O_2 = 2(R - 2) = 2R - 4$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2 - 7x = t$$

$$2x^2 + 2x + t = n$$

$$\sqrt{n+t} \neq \sqrt{n} + t$$

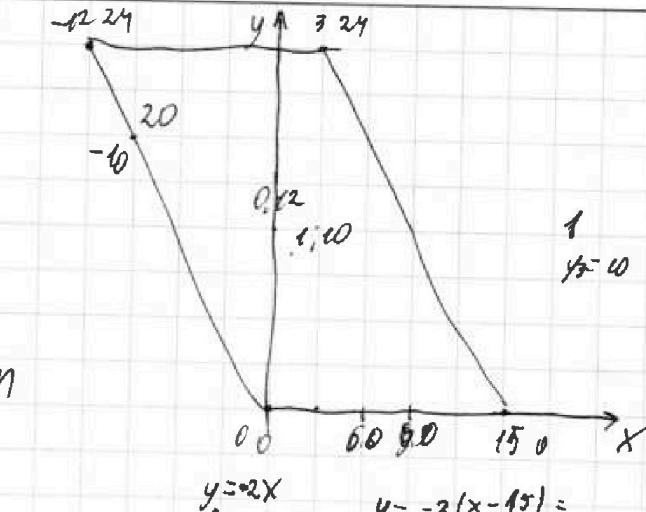
$$\sqrt{n+t} = t + \sqrt{n}$$

$$n+t = t^2 + 2\sqrt{n}t + n$$

$$t = t^2 + 2\sqrt{n}t$$

$$t^2 + t(\sqrt{n}-1) = 0 \quad t^2 + t(2\sqrt{n}-1) = 0$$

$$t+2\sqrt{n}-1=0$$



$$t=0 \quad t(t+2\sqrt{n}-1)=0$$

$$2x^2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2 - 7x + 2\sqrt{2x^2 + 2x + t} - 1 = 0$$

$$4(2x^2 + 2x + t) = 7x - 1$$

$$y_2 - y_1 = -2x_2 + 30 + 2x_1$$

$$2x_2 + 2x_1 + y_2 - y_1 = 30 \quad y_3 = -2x + 30$$

$$8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$$

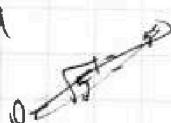
$$45x^2 - 22x + 3 = 0 \quad y_3 = -2x + 12$$

$$45x^2 - 22x + 3 = 0$$

$$y_3 = -2(x-6)$$

10x

10x



A BC

D CE

$$\begin{matrix} AP & BD & CD \\ AC & BC & C \\ AE & BE & \end{matrix}$$

$$2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 12 - 0 = 12$$

24.

$$0 + 2 \cdot 12 + 12 - 24 = 12$$

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 10 + 10 - 20 = 2 + 20 + 10 - 20 = 12$$

-12 0,0 0,0

$$\begin{matrix} 0 & 0 \\ -1 & 2 \\ -2 & 4 \\ -3 & 6 \\ -4 & 8 \\ -5 & \end{matrix}$$

13 точки

13 точки

169

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

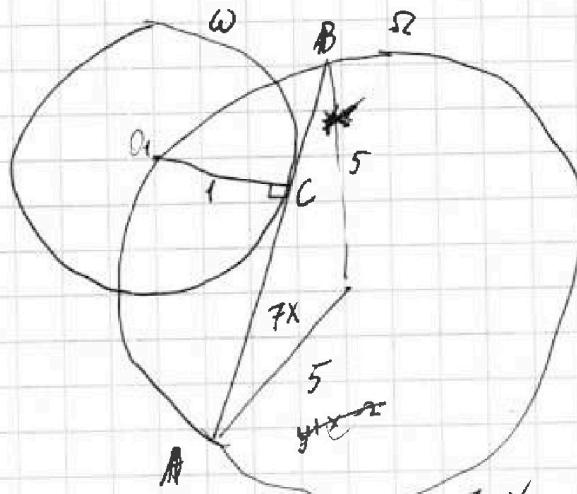
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$D = 484 + 4 \cdot 3 \cdot 41 = 484 + 492 = 976$$

$$\frac{1}{x^2+1} = \sin \alpha \quad \alpha = \angle O_A B A$$

$$\omega = \frac{O_A A}{\sin \alpha}$$

$$r_0 = \frac{O_A A \sqrt{x^2+1}}{l} = O_A A \sqrt{x^2+1}$$

$$r_0 = \sqrt{49x^2+1} \sqrt{x^2+1}$$

$$100 = 49x^4 + x^2 + 49x^2 + 1 = 69x^4 + 50x^2 + 1$$

$$976 = 488 \cdot 2$$

$$244 \cdot 4$$

$$122 \cdot 8 \\ 6t \cdot 16$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 0 \quad \sqrt{49x^2+1} = x + \sqrt{y} \\ 49x^2 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$B = 4 \cdot 8$$

$$x + x = x^2 + 2x\sqrt{y} + x$$

$$49t^2 + 50t - 99 = 0$$

$$x = -\frac{50}{98}$$

M4

$$x^2 + 2x\sqrt{y} + x = 0 \quad t = 1 \\ x^2 + x(2\sqrt{y} + 1) = 0 \\ x^2 + x(2\sqrt{y} + 1) = 0$$

$$x = 0$$

$$x^2 + 2x\sqrt{y} + 1 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0 \\ D = 25 - 24 = 1 \\ x = \frac{5 \pm 1}{4} = \frac{15}{4}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{x-1}(\sqrt{x-1})^2$$

$$x=0 \Rightarrow 2-7x=0$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$\begin{array}{c} 12 \\ 41 \\ 48 \\ 49 \end{array}$$

$$2x^2 - 5x + 3 =$$

$$= 2x^2 + 2x + 1 + (2 - 7x)$$

$$2 - 7x + 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 0$$

$$1 - 7x + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 0$$

$$2 - 7x + 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 1 = 0$$

$$-7x + 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1$$

$$-7x^2 + 4x + 2 = (7x - 1)^2 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$-49x^2 - 48x + 1 = 0$$

$$4(2x^2 + 2x + 1) = 49x^2 - 14x + 1$$

$$8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$\begin{array}{c} 22 \\ 22 \\ 22 \\ 44 \\ 48 \end{array}$$

$$45x^2 - 46x + 7 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab \begin{array}{r} 14 \\ 2 \\ \hline 17 \end{array} \begin{array}{r} 20 \\ 7 \\ \hline 17 \end{array}$$
$$bc \begin{array}{r} 17 \\ 2 \\ \hline 7 \end{array} \begin{array}{r} 17 \\ 7 \\ \hline 37 \end{array}$$
$$ac \begin{array}{r} 20 \\ 2 \\ \hline 7 \end{array} \begin{array}{r} 37 \\ 7 \\ \hline \end{array}$$

$$b^2 = 2 \quad \begin{array}{r} 14+17-20 \\ 7 \\ \hline -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10+17-27 \\ 7 \\ \hline -2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ 7 \\ \hline -10 \end{array}$$

~~7~~ не может быть

$$\frac{ab - ac}{bc} = \frac{2}{2} \quad \begin{array}{r} 14+20-17 \\ 7 \\ \hline 37+10-17 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \\ 7 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ab \\ \hline 2 \\ \hline 28 \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ 7 \\ \hline \end{array}$$

$$ab \begin{array}{r} 14 \\ 2 \\ \hline 20 \end{array} \begin{array}{r} 20 \\ 7 \\ \hline \end{array}$$

$$b \in N \Rightarrow ab = 2^{14} 7^{20}$$
$$b^2 = 2^{17} 7^{17}$$
$$a^2 b^2 c^2 = 2^{17+14+23} 7^{44+30-10}$$
$$a^2 b^2 c^2 = 2^{51} 7^{64}$$

$$abc = 2^{22} 7^{51} 64$$

~~8~~ ~~q~~ ~~3~~

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$
$$\frac{a+b}{(a-b)^2}$$

$$(a+b) / m \Rightarrow ab(a+b) = km$$

$$a^2 - 6ab + b^2 / m$$

$$(a-b)^2 / m$$

$$(a+b)^2 - 8ab / m$$

$$k^2 m^2 - 8ab / m$$

$$\frac{a}{b} \begin{array}{r} 12 \\ 7 \\ \hline 144-835 \\ 60000-60000 \\ \hline 60000 \end{array}$$

$$a = 6b + t$$
$$a = 6b + t$$
$$8qb / m$$
$$8(6b+t)b / m$$
$$86b^2 + 8tb$$

$$256 + 248 = 504$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 256-504 \\ \hline 248 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 124 \\ \hline 31 \end{array}$$



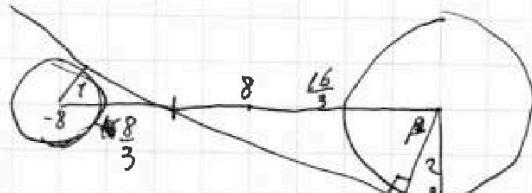
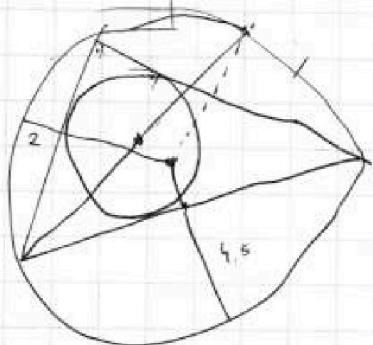
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

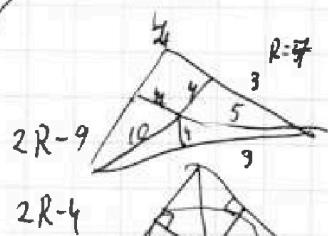


$$?x = 3$$

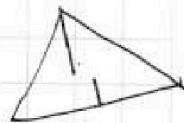
$$x = \frac{3}{2}$$

$$\cos \beta = \frac{2 \cdot 3}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

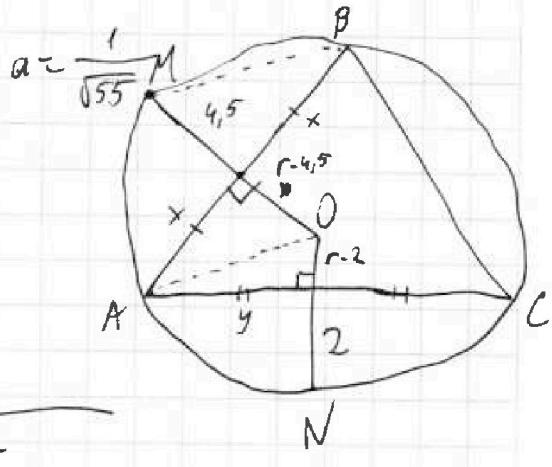
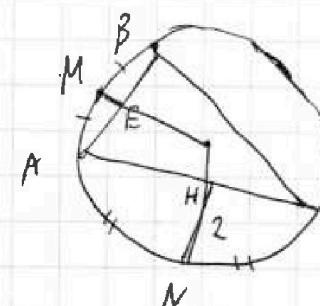
$$\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{9}{64}} = \frac{\sqrt{55}}{8}$$



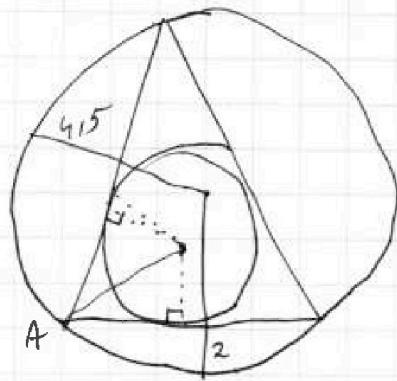
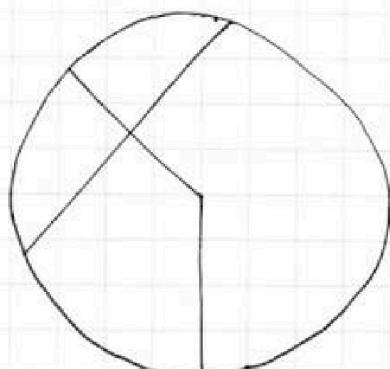
$$\frac{2 \cdot 8}{\sqrt{55}} = \frac{16}{\sqrt{55}}$$



$$ME = 4,5$$



$$R \quad r?$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6

$$ax - y + 10b = 0$$

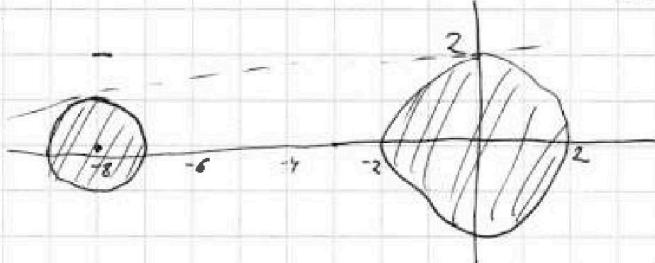
$$y_2 = \sqrt{4-a^2} + \frac{1}{2\sqrt{4-a^2}}(x-a)$$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) < 0$$

$$x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4-a^2} + \frac{-16}{2\sqrt{4-a^2}} + \frac{a}{2\sqrt{4-a^2}}$$

$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

$$x = -8 \quad y = 0$$



$$y = ax + 10b$$

касание сверху и снизу

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{63}}{8}$$

$$\sqrt{63}$$

$$3\sqrt{2}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{63}{64}}$$

$$\cos \alpha =$$

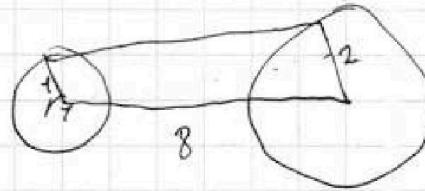
$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{64}}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{8}$$

$$y = \sqrt{4-x^2}$$

$$y = \frac{1}{2\sqrt{4-x^2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{8}$$

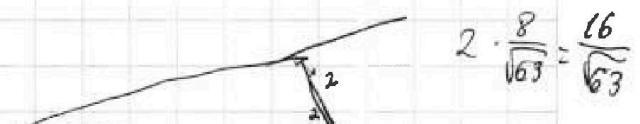


$$x = -16 \quad y = 0$$

$$0 = -16a + 10b$$

$$a = \frac{10}{16}b$$

$$a = \frac{5}{8}b$$



$$2 \cdot \frac{8}{\sqrt{63}} = \frac{16}{\sqrt{63}}$$

