



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3.

Пусть $ab = k \cdot 2^{19} \cdot 7^{10}$; $bc = l \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}$; $ac = m \cdot 2^{20} \cdot 7^{27}$, где k, l, m - натуральные числа (это возможно по условию делимости и $a, b, c \in \mathbb{N}$)

$$\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = klm \cdot 2^{19+17+20} \cdot 7^{10+17+27} = 2^{56} \cdot 7^{54} \cdot klm$$

Но т.к. это $(abc)^2$, то степень каждого из простых делителей должна быть четной $\Rightarrow klm : 2 \Rightarrow klm \geq 2$.

$$\Rightarrow (abc)^2 \geq 2^{56} \cdot 7^{54} \cdot 2 = 2^{57} \cdot 7^{54}$$

$$\Rightarrow abc \geq 2^{28} \cdot 7^{27} \quad \text{Но } abc : ab : 7^{27}$$

$$\Rightarrow abc : 2^{26}, abc : 7^{37} \Rightarrow abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37} \quad \text{т.к. и 7 взаимно просты}$$

Пример: $a = 2^8 \cdot 7^{20}$, $b = 2^6$, $c = 2^{12} \cdot 7^{17}$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2.

НОД $(a, b) = 1$ по условию.

Пусть $\begin{cases} (a+b):m \\ (a^2-6ab+b^2):m \end{cases}$, т.е. дроби $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$ сократима на m .

$$a^2-6ab+b^2 = (a+b)^2 - 8ab : m \quad \text{и} \quad (a+b):m \Rightarrow (a+b)^2 : m \Rightarrow 8ab : m$$

Пусть НОД $(a, m) = d_1$, НОД $(b, m) = d_2$, $a = d_1 \cdot a_1$, $b = d_2 \cdot a_2$.

Пусть примем, очевидно $(a, d_2) = (b, d_1) = 1$, иначе не выполняется $(a, b) = 1$.

По предположению $\begin{matrix} a+b : m \\ \uparrow d_1 \quad \uparrow d_1 \end{matrix} \Rightarrow b : d_1$. Однако $(b, d_1) = 1$ это возможно только при $d_1 = 1$.

Аналогично $b, m : d_2 \Rightarrow a : d_2 \Rightarrow d_2 = 1$

$\Rightarrow 8ab : m$, где a и b взаимнопросты с $m \Rightarrow 8 : m \Rightarrow m \leq 8$. — оценка.

Пример: $a=3, b=5 \Rightarrow$ дроби имеют вид $\frac{3+5}{9-6 \cdot 3 \cdot 5+25} = \frac{8 \cdot 3}{-56} = -\frac{1}{7}$

Ответ: при $m=8$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

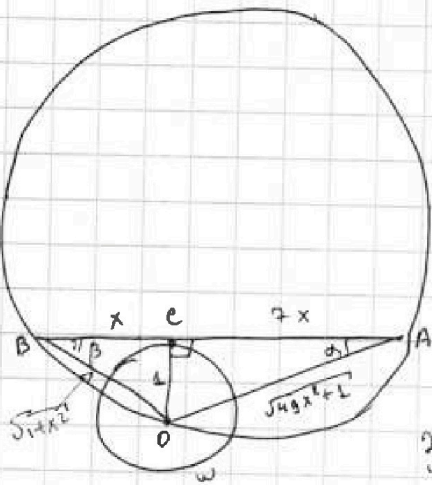
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.



Пусть $BC = x \Rightarrow AC = 7x$, O - центр ω

$OC \perp AB$ по свойству касательной.

$\Rightarrow \triangle OCA$ и $\triangle OCB$ - прямоугольные ($\angle C = 90^\circ$)

\Rightarrow по т. Пифагора $OA = \sqrt{1+49x^2}$, $OB = \sqrt{1+x^2}$

$\Rightarrow \sin \angle BAO = \sin \angle CAO = \frac{OC}{OA} = \frac{1}{\sqrt{49x^2+1}}$

Запишем т. синусов для $\triangle ABO$:

$$\frac{OB}{\sin \angle BAO} = 2 \cdot 5 \quad \uparrow \text{ радиус } \omega \text{ по условию}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{1+x^2}}{1/\sqrt{49x^2+1}} = 10 \quad \Rightarrow \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{49x^2+1} = 10 \quad \uparrow^2$$

$$(1+x^2)(49x^2+1) = 49x^2 + 50x^2 + 1 = 100$$

Решаем биквадратное уравнение: $49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$.

$$D_{11} = 25 + 49 \cdot 99 = 625 + 4881 = 5476 = 74^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2} = \frac{-25 - 74}{49} < 0 \text{ П.К.}$$

$$\sqrt{x^2} = \frac{-25 + 74}{49} = 1 \quad \Rightarrow x = 1.$$

$$AB = BC + AC = x + 7x = 8x = 8.$$

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4.

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x \quad \text{ООЗ: } \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_1 = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1 \\ D_2 = 1 - 2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5 \pm 1}{4} = 1 \\ x \geq \frac{5 \pm 1}{4} = \frac{3}{2} \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Введём замену: $a = 2x^2 - 5x + 3$, $b = 2x^2 + 2x + 1$.

Тогда уравнение примет вид $\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$

$$a - b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{b} + \sqrt{a}) = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$\downarrow$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{a} - \sqrt{b} = 0 \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1 \end{cases} \quad \text{подставим обратно:}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ \text{сложим эти 2 уравнения.} \end{cases}$$

$$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 3 - 7x, \text{ возведём в квадрат (ООЗ: } 3 - 7x \geq 0, x \leq \frac{3}{7} \text{)}$$

$$4(2x^2 - 5x + 3) = 9 - 42x + 49x^2$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D_{41} = 121 + 3 \cdot 41 = 244 = 4 \cdot 61 = (2\sqrt{61})^2 \quad 15^2 = 225 < 244 < 256.$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} \text{ удовл. ООЗ} \\ x_2 = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} > \frac{1}{2} \end{cases} \quad 15 \downarrow 2\sqrt{61} < 16$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!

№5.

Уравнения прямых, содержащих стороны паралл-ма:

$$\begin{cases} PO: y + 2x = 0, & y = -2x \\ QR: y + 2x = 30 = 0, & y = 30 - 2x \\ PQ: y - 24 = 0, & y = 24 \\ OR: y = 0 \end{cases}$$

Пусть точки A и B лежат на прямых, описываемых уравнениями $y = a - 2x$ и $y = b - 2x$ соответственно (т.е. это прямые, проведенные через т. A и т. B, параллельные PO и QR)

По условию, чтобы пара {A; B} имела подгодили, должно выполняться $2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 12$, т.е. $b - a = 12$, $b = 12 + a$.

Заметим, что если $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{Z}$, то $a, b \in \mathbb{Z}$

При этом $0 \leq a, b \leq 30$, чтобы точки A и B не оказались снаружи стороны PO стороны QR

\Rightarrow существует 19 пар прямых, на которых лежат бы A и B: при $a=0, b=12; a=1, b=13, \dots, a=18, b=30$.

При этом каждая из ~~этих~~ прямых вида $y = 2k - 2x$ имеет 19 целых точек внутри и на границе параллелограмма, т.е. решений системы

$$\begin{cases} y = 2k - 2x \\ 0 \leq y \leq 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq 2k - 2x \leq 24 \\ 0 \leq k - 2x \leq 12 \end{cases} \Rightarrow k - 12 \leq x \leq k, \text{ т.е. } x \in \{k-12, k-11, \dots, k-1, k\}$$

А каждая прямая вида $y = 2k+1 - 2x$ имеет 12 точек внутри параллелограмма.

$$\begin{cases} y = 2k+1 - 2x \\ 0 \leq y \leq 24 \\ 0 \leq 2k+1 \leq 30 \end{cases}, y, k, x \in \mathbb{Z} \Rightarrow 0 \leq 2k+1 - 2x \leq 24 \Rightarrow 2(k+1/2) - 1 \leq 2x \leq 2k+1$$

$$k + 1/2 - 1/2 \leq x \leq k + 1/2$$

$$\Rightarrow \text{при } x \in \mathbb{Z} \quad k - 1/2 + 1/2 \leq x \leq k + 1/2 \Rightarrow x \in \{k-1/2, k-1/4, \dots, k-1/4, k\}$$

Среди 19 пар прямых через т. A и т. B $9, 8, 2$,

в 8 - $a, b \neq 2$. Т.е. для всех точек, лежащих на прямой вида $y = t - 2x$ $y + 2x = t = \text{const}$,

то для каждой выбранной прямой ($y = a - 2x$ или $y = b - 2x$) нам подходит все (любые) целые точки этой прямой внутри параллелограмма.

\Rightarrow по правилу сложения и умножения всего пар точек A и B

$$y \text{ нас } 9 \cdot 13 \cdot 13 + 8 \cdot 12 \cdot 12 = 2673.$$

пар с четными a, b
 пар точек на y = a - 2x
 пар точек на y = b - 2x
 пар точек на y = a - 2x и b

Ответ: 2673

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!

№6.

Заметим, что $(x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0$ — уравнение ^{кривая} окружности с центром $(-8; 0)$ и радиусом $\sqrt{1} = 1$,
 $x^2 + y^2 - 4 \leq 0$ — с центром $(0; 0)$ и радиусом 2.

Примем эти кривые не имеют общих точек. (мин. x для второй $x = -2$, т.к.

$$x^2 - 4 \leq -y^2 \leq 0 \Rightarrow |x| \leq 2 \text{ макс. } x \text{ для первой: } x = -7, \text{ тк. } (x+8)^2 - 1 \leq -y^2 \leq 0$$

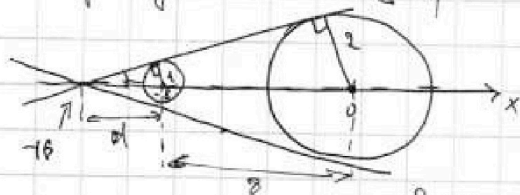
$$\Rightarrow (x+8) \leq 1 \text{ ; } -7 < -2 \Rightarrow \text{неравенство } ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

верно для всех точек этих кривых, и только для них.

С каждой из кривых любая прямая плоскости может иметь либо 0, либо 1 (касание), либо бесконечно много точек (секущая).

Т.к. $ax - y + 10b = 0$ — уравнение прямой, и система должна иметь ровно 2 решения, то эта прямая должна иметь в сумме с двумя кривыми ровно 2 общие точки \Rightarrow по 1 с каждой \Rightarrow это одна из 4х общих касательных.

1) рассмотрим две внешние общие касательные. В силу симметрии они пересекутся на линии центров кривых (в данном случае — Ox), образуют равные углы α с этой осью.



Пусть расстояние от точки пересечения касат. до центра меньшего круга — $d \Rightarrow$ до другого центра $d+8$ (т.к. $0 - (-8) = 8$)

Радиусы, проведенные в точки касания одной из касательных, перпендикулярны ей \Rightarrow параллельны друг другу \Rightarrow с Ox и этой касат. образуют подобные треугольн. $\Delta \Delta \Rightarrow \frac{1}{d} = \frac{2}{d+8}$, где 1 и 2 — диаметры радиусов.

$$\Rightarrow d+8 = 2d \Rightarrow d = 8$$

В меньшем из треугольников найдем второй катет по т. Агониора: $\sqrt{8^2 - 1} = \sqrt{63}$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{63}} = \frac{\sqrt{63}}{63}$$

По условию касательные имеют уравнение $y = ax + 10b \Rightarrow a$ — тангенс угла, который образует касательная с положительн. направлением $Ox \Rightarrow$ для внешних касательных

$$a = \pm \frac{\sqrt{63}}{63}$$

2) Аналогично для внутренних общих касательных:

Только они уже образуют угол β с Ox .

Запишем аналогичное отношение подобия: $\frac{d'}{2} = \frac{8-d'}{2}$

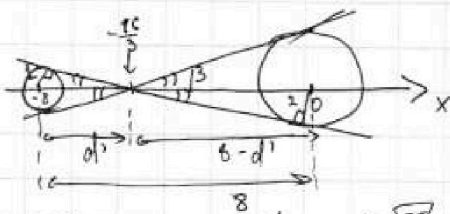
$$\Rightarrow 2d' = 8 - d' \Rightarrow d' = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow \text{второй катет в меньшем треугольнике } \sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2 - 1} = \frac{\sqrt{55}}{3} \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\sqrt{55}} \cdot 3 = \frac{3\sqrt{55}}{55}$$

\Rightarrow для ^{внутренних} касательных $a = \pm \frac{3\sqrt{55}}{55}$

Для каждой из 4х углов мы знаем точку на прямой $(-10; 0)$ или $(-\frac{10}{3}; 0)$ и ее координаты \Rightarrow можно восстановить $10b$ и b , b будет существовать.

Ответ: $a \in \left\{ -\frac{\sqrt{63}}{63}; +\frac{\sqrt{63}}{63}; -\frac{3\sqrt{55}}{55}; +\frac{3\sqrt{55}}{55} \right\}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

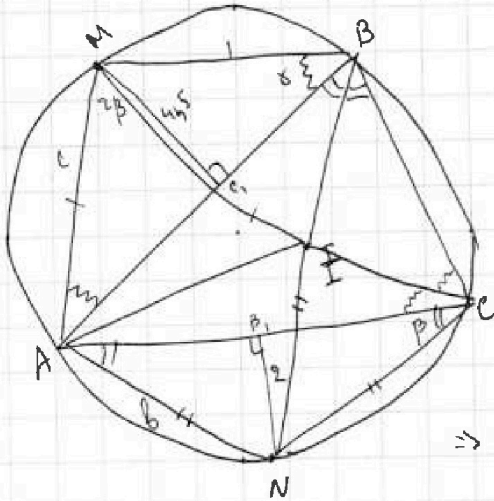
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№7



Покажем о треугольнике $AM=MB=MI$,
 $AN=NC=NI$, где I - центр
вписанной окружности $\triangle ABC$ (т.е. пер. биссектр.)

Пусть C_1, B_1 - основания перпендикуляров
из M на AB и из N на AC соответственно.

$I = CM \cap BN$, т.к. BN и MC - биссектрисы
(дуги AN и NC , AM и MB равны).

Пусть $\angle ABC = 2\beta$, $\angle ACB = 2\gamma$
 $\Rightarrow \angle AMI = \angle AMC = \frac{\angle AC}{2} = \angle ABC = 2\beta$,

$\Rightarrow \triangle AMI$ по т. синусов ($AM=MI=c \neq MB$):

$$AI^2 = c^2 + c^2 - 2c \cdot c \cdot \cos 2\beta = 2c^2(1 - \cos 2\beta) = 2c^2 \cdot 2\sin^2 \beta$$

$$\Rightarrow AI = 2c \cdot \sin \beta. \quad (1)$$

$$\angle AIN = \frac{\angle AN}{2} = \angle ABN = \frac{\angle ABC}{2} = \beta \Rightarrow \text{вписанн. } \triangle CB_1N \sin \beta = \frac{B_1N}{NC} = \frac{2}{8}, \text{ где}$$

$$B = AN = NI = NC.$$

Аналогично $\angle MBA = \angle MCA = \gamma$, $\triangle MBC$, $\sin \gamma = \frac{4,5}{c}$

Пусть R - радиус опис. окр. $\triangle ABC \Rightarrow \triangle AMB$ по т. синусов $\frac{c}{\sin \alpha} = 2R$,
в $\triangle AIN$ по т. синусов $\frac{b}{\sin \beta} = 2R$

$$\Rightarrow \frac{c}{\sin \alpha} = \frac{c}{4,5/c} = \frac{c^2}{4,5} = 2R = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{b}{2/8} = \frac{b}{2} \Rightarrow \frac{c^2}{9} \cdot 2 = \frac{b^2}{2} \Rightarrow \frac{c}{8} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Пусть } c = 3y, \quad b = 2y. \Rightarrow \sin \beta = \frac{2}{8} = \frac{2}{2y} = \frac{1}{y}.$$

$$\text{Подставим } c \text{ и } \sin \beta \text{ в (1): } AI = 2 \cdot 3y \cdot \frac{1}{y} = 6.$$

Ответ: 6.



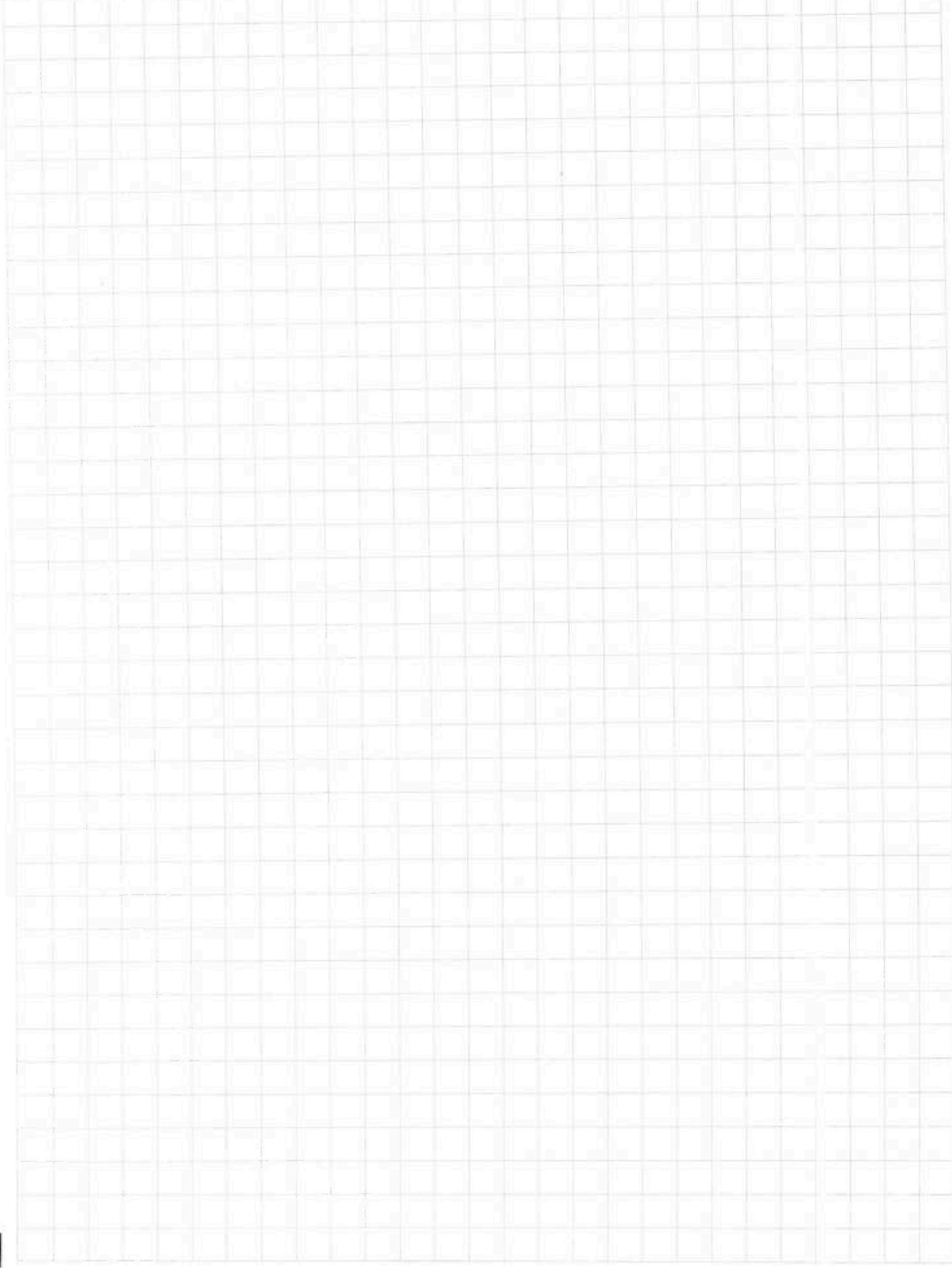
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

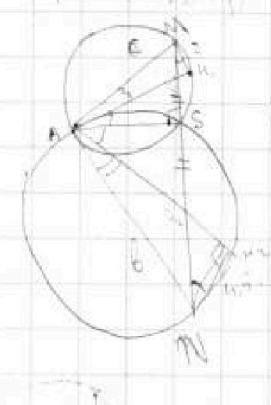
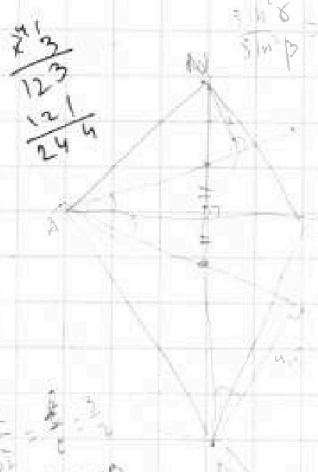
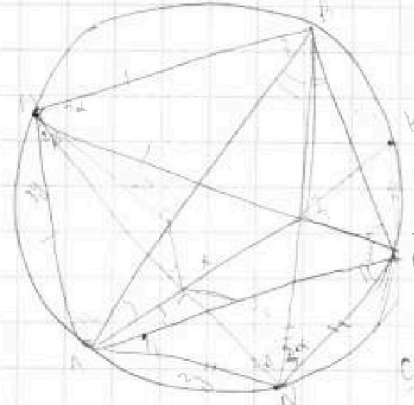
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

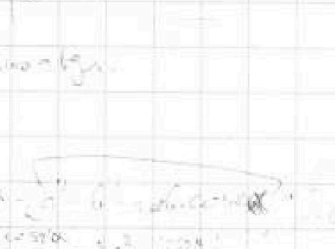
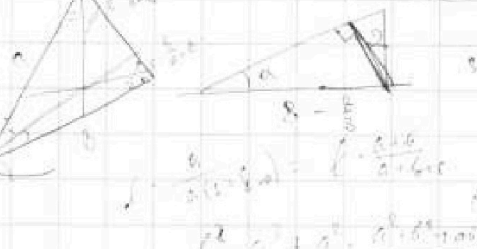
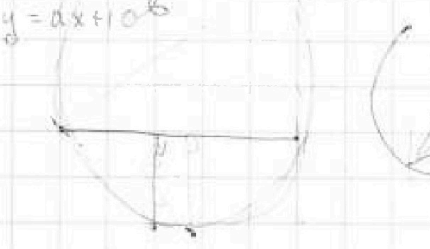
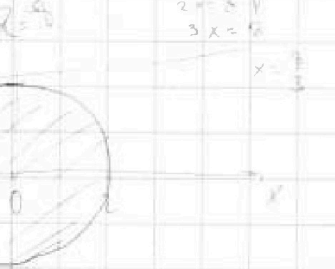
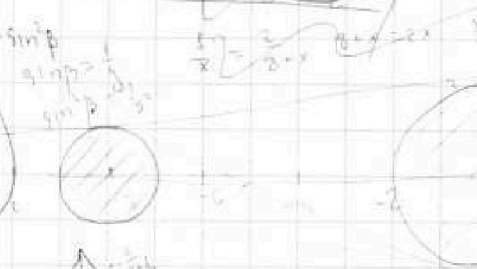
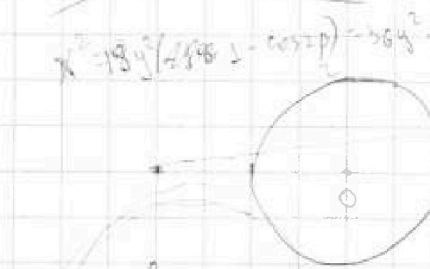
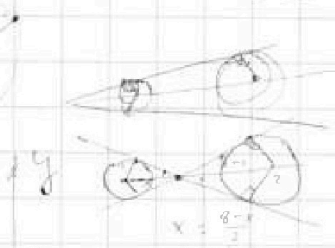
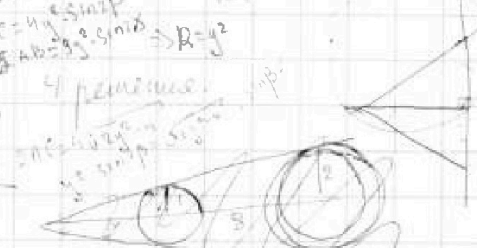


$\sin \alpha = \frac{a}{c}; \sin \beta = \frac{b}{c}, \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$
 $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \sin 2\gamma = 0 \Rightarrow 2\cos^2 \alpha - 1 + 2\cos^2 \beta - 1 + 2\sin \alpha \sin \beta = 0$



$\frac{c^2}{4} = \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}$
 $\frac{c^2}{4} = \frac{a^2 + b^2}{4}$
 $c^2 = a^2 + b^2$
 $\frac{c}{b} = \frac{a}{b} + \frac{1}{2}$

$\begin{cases} ax + y + 10b = 0 \\ (x+y)^2 + y^2 - 1 = 0 \end{cases}$



$2x^2 + 2x + 3 - 2x^2 + 5x - 3 = 7x - 2$
 $5a^2 - 5b^2 = a - b \quad p^2$
 $a + b - 2\sqrt{ab} = a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2 - 4ab$
 $(a+b)(a+b-1) = 2ab(2\sqrt{ab}-1)$
 $a - \sqrt{a} = b - \sqrt{b}$
 $a - \sqrt{a} = b - \sqrt{b}$
 $a^2 + 2a\sqrt{a} + b - b^2 + 2\sqrt{b} + 1 = a^2 + 2a\sqrt{a} + b - b^2 + 2\sqrt{b} + 1 = 0$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновики

$ab = 2^4 \cdot 3^2$
 $bc = 2^3 \cdot 3^3$
 $ac = 2^5 \cdot 3^2$

$a+b = m$
 $a^2 + b^2 + c^2 = m^2$
 $(a+b)^2 = m^2$

$a^2 + b^2 + c^2 = m^2$
 $\Rightarrow a, b, c \in \mathbb{N}$

$a_1 + b_1 = 14$
 $a_1 + b_1 = 18$
 $a_1 + b_1 = 20$

$a_1 + b_1 = 95$
 $a_1 + b_1 = 12$

$R_2 = 5$

$2x - 7x + 1 = -5x + 1$
 $2x - 5x + 3 = -3x + 3$
 $2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 7x + 1 + 9 - 7x + 2(2 - 7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$
 $49x^2 - 9x + 2 + 2(2 - 7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 0$

$x \leq 1$
 $x > 1$

$4x^2 + 7x + 3 \geq x + 2 \Rightarrow 4x^2 + 6x + 1 \geq 0$
 $4x^2 - 5x + 3 \leq 0$

$D = 49 - 12 = 37$
 $D = 49 - 12 = 37$
 $D = 49 - 12 = 37$

$x_1 = \frac{-6 - \sqrt{37}}{8}$
 $x_2 = \frac{-6 + \sqrt{37}}{8}$

$4x^2 - 21x + 2 = 2(x - 2)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$
 $4x^2 - 21x + 2 = 2(x - 2)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$
 $4x^2 - 21x + 2 = 2(x - 2)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$4x^2 - 21x + 2 = 2(x - 2)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$
 $4x^2 - 21x + 2 = 2(x - 2)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$
 $4x^2 - 21x + 2 = 2(x - 2)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$2(x - 2)\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 4x^2 - 21x + 2$
 $2(x - 2)\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 4x^2 - 21x + 2$
 $2(x - 2)\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 4x^2 - 21x + 2$

$x \in [0, 1]$
 $x \in [0, 1]$
 $x \in [0, 1]$