



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н 1

Заметим, что степень каждого из a, b, c никак не выходит на степень более 6 \Rightarrow в abc . Поэтому старала найти
макс. степень b при 2^6 .

$ab = 2^{14}$; $bc = 2^{13}$; $ac = 2^{20}$ Решившим

$(abc)^2 = 2^{51}$. Заметим, что степени всех

b квадрат новых простого числа \Rightarrow

$(abc)^2 = 2^{52}$. Пример: $a = k_1 \cdot 2^{14}$, $b = k_2 \cdot 2^6$, $c = k_3$.
макс. степень каждого из $a, b, c = 10$ ~~10~~ 9

$b = 6 \Rightarrow 6$ (запись B) $c = 10 \Rightarrow 11$

Теперь разберёмся с x . Пусть x_i - степень
вхождения \Rightarrow в числе i .

Тогда:

$$x_a + x_b = 10 + k_1 \quad k_1, k_2, k_3 \geq 0$$

$$x_b + x_c = 17 + k_2 \quad \text{их сумма}$$

$$x_c + x_a = 37 + k_3 \quad x_a + x_b + x_c = \frac{63}{2} + k_1 + k_2 + k_3$$

$$x_a + x_b + x_c - x_c - x_a = -10 + k_1 + k_2 + k_3$$

$$x_b = -5 + k_1 + k_2 - k_3. \text{ Заметим, что } x_b \geq 0 \Rightarrow \\ k_1 + k_2 - k_3 \geq 5 \Rightarrow \frac{k_1 + k_2 + k_3}{2} \geq 5 \quad (\because k_3 \geq 0) \Rightarrow$$

$$x_a + x_b + x_c \geq 37. \text{ Пример } x_a = 15; x_b = 0; x_c = 22$$

Учтите: Пример с наименьшими числами

$$a = 2^9 \cdot 7^{15}; b = 1 \Rightarrow abc = 2^{24} \cdot 7^{37} \quad 2^6 \cdot 7^{37}$$

$$B = 1^6$$

$$c = 2^{14} \cdot 7^{22}$$

$$\text{Ответ: } 2^{26} \cdot 7^{37}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

12

$$\text{Нужно } \begin{cases} a+b = mk_1 \\ a^2 - 6ab + b^2 = mk_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = mk_1 \\ (a+b)^2 - 8ab = mk_2 \end{cases}$$

$\Rightarrow 8ab = m$. Заметим, что если $a \nmid m$,
то т.к. $a+b \mid m$ ~~тогда~~ $b \mid m$, то $a \nmid b$ следит.
аналогично $b \nmid m$. Таким образом

$b \mid m$. Пример на $m=8$

$$a=1; b=7$$

$$\frac{1+7}{49-42+1} = \frac{8}{8} = 1$$

order: 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

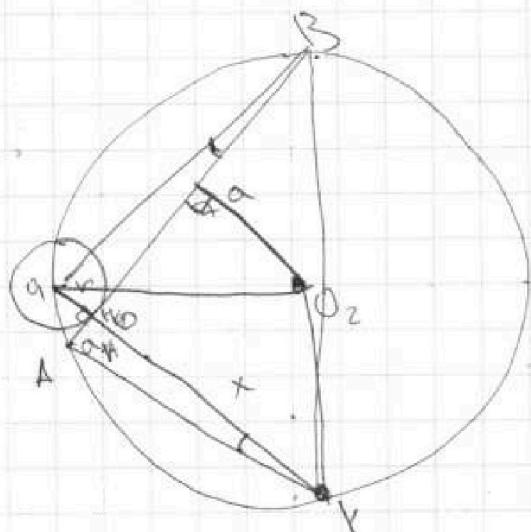
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

23



Сечение

O_1, O_2 - центры
окружностей.

H -точка касания

Радиус O_1H проходит O_1H
до пересечения с Γ
 \Rightarrow Радиус $HK = x$.

степени конгруэнтн. И: $rX = \alpha^2$

$\angle AKB = 90^\circ$

$\triangle AKB$ - биц симметрии

$$X + r = \sqrt{2} \cdot r$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Og3:

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \quad x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4} = \begin{cases} 1 \\ 1.5 \end{cases}$$
$$x + (-\infty; 1] \cup [1.5; \infty)$$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$x_{3,4} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 8}}{4} = \text{корней нет} \Rightarrow \text{всегда } \geq 0.$$

Возьмем квадрат.

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = (2 - 7x)^2$$

$$2 - 7x - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = (2 - 7x)^2$$

$$2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = (2 - 7x)(2 - 7x)$$

$$(2 - 7x)(2 - 7x) \geq 0$$

$$2x(2 - 7x) \geq 0 \quad x_1 = 2, x_2 = \frac{2}{7}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \searrow \\ \frac{1}{7} \quad \frac{2}{7} \end{array} \rightarrow x \rightarrow x \in \left[\frac{1}{7}; \frac{2}{7} \right]$$

$$2\sqrt{4(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = (2 - 7x)^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

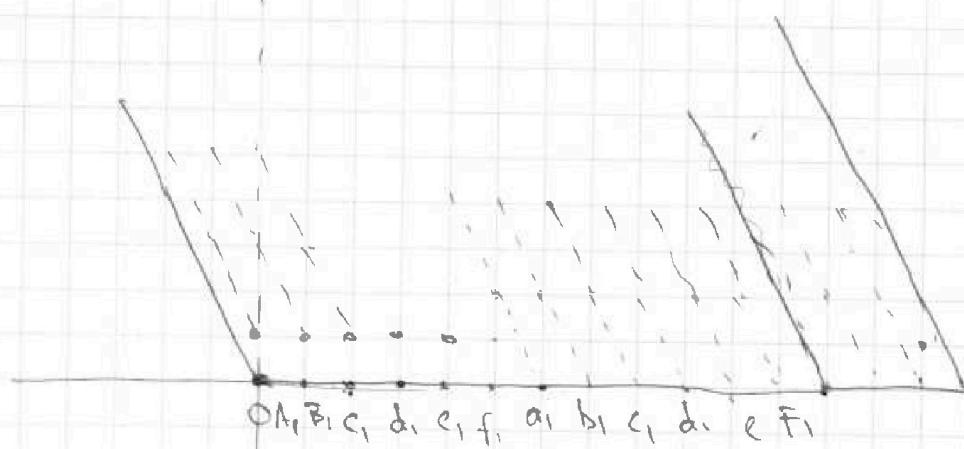
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

15



O, A, B, C, D, E, F, G, H, I, L, M, N, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z

Заданы координаты x_1 и y_1 . Тогда для решения нер
 $(x_2; y_2) \geq 0$ предположим $y_2 = 12 + x_1 + y_1 - 2x_2$.

Возьмем точку $(x_2; y_2)$ на прямой $y=0$,
где каждой точке ^{своим} найдется в пару еще
одна точка решений (перез x_1 лежит
от нее). И на каждой из них будет
на y_2 выше y_1 на 13 единиц решений.

Возьмем ~~такую~~ ^{такую} прямую $y=10$ и $x_1 = 0$.
Тогда $y_2 = 10 + x_1 + y_1 - 2x_2$.
При $x_2 = 0$ получим $y_2 = 10 + y_1$.
Тогда y_2 будет на 10 единиц выше y_1 .
А т.к. $y_2 \geq 0$ то $y_1 \leq 10$.
Аналогично будем для любых x_1 в пару с
данной $(x_2; y_2)$ находить y_1 .
Однако теперь y_1 будет на 13 единиц выше y_2 .
Т.к. $y_1 \leq 10$ то $y_2 \geq -13$.
А т.к. $y_2 \geq 0$ то $y_2 \geq -13$.

На уровне $y=2$ ситуация будет аналогичной.
Последний уровень $y=29$. \rightarrow горизонтальный уровень будем
найти параллельно $y=2$ и $y=29$. На параллельном уровне
решений будет 13 ($29-16$). Уровень $y=2$ на уровне
будет 12 . А т.к. $y_1 \leq 10$ то $y_2 \leq 10+13=23$.

Итого суммарно $130+12\cdot 13 \cdot 19 = 3184$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

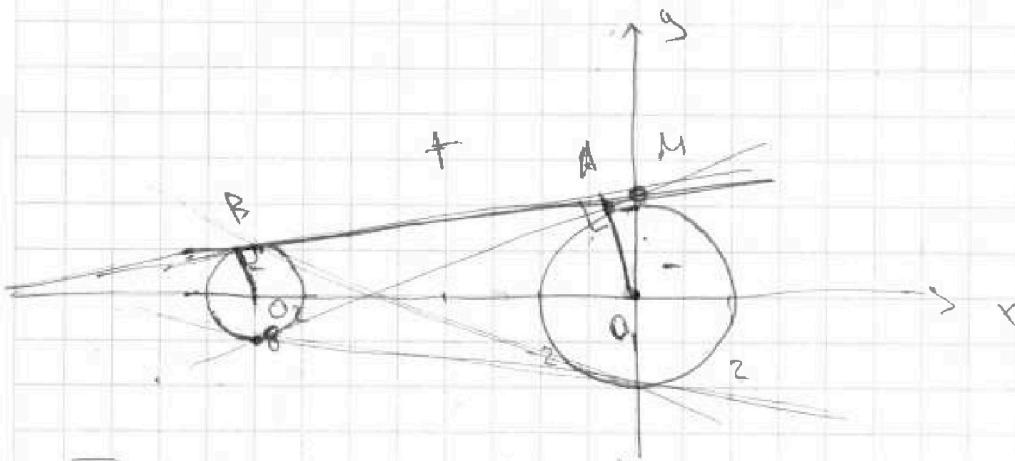


т 6

Решение приведено

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

→ т.о. 2 окружности



Тогда когда (x, y) проходит на них
они не имеют общего решения $((x+8)^2 + y^2 = 1) \cap (x^2 + y^2 = 4)$
принимает 0, а когда "проходит" через окруж.
меньшего знака. Поэтому внутри окр. отриц.
значения произведены, а вне падают.

Так как мы ищем когда прямая имеет
ровно 2 точки пересечения, то т.о. будет
одна касат. Всё можно проверить и
доказать. Но достаточно сказать что у 2-х верхних
точек будут симметрии и они будут
относиться к окружности такими. Рассмотрим более
наглядно касание. Мы знаем касание в точках
A и B. Тогда $O_2O_1 = 8 \Rightarrow$ это касание касат.
пересекает ось $x \neq 0$ в точке C. \Rightarrow из подобия
 $O_2C = O_2O_1 = 8 \Rightarrow CO_1 = 16$. Итак т.о. две
касации пересекают ось $y \neq 0$ в точке M. Тогда:

~~ОК~~ ~~ОА~~ ~~ОМ~~ \propto ~~ОА~~ ~~ОМ~~ \propto ~~ОА~~ ~~ОМ~~ \propto ~~ОА~~ ~~ОМ~~

$$a_1 = \frac{O_1M}{O_1C} = \frac{OA}{AC} = \frac{2}{\sqrt{16^2 - 2^2}} = \frac{2}{\sqrt{252}} = \frac{1}{\sqrt{63}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

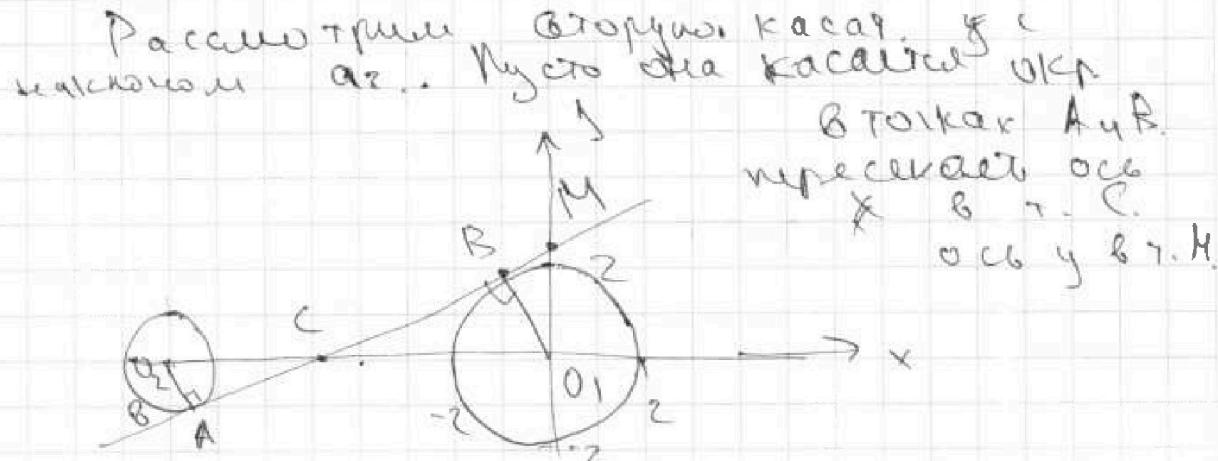
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\Delta O_2AC \sim \Delta O_1BC \Rightarrow O_2C = \frac{8}{3} \Rightarrow O_1C = \frac{16}{3}$$

$$CB = \sqrt{\frac{256}{9} + 4^2} = \frac{\sqrt{220}}{3} \quad : \quad a_2 = O_1M = \frac{O_1B}{CO_1} = \frac{O_1B}{CB} = \frac{2 \cdot 8}{\sqrt{220}}$$

~~$\frac{6}{\sqrt{55}}$~~

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{63}}; a_2 = \frac{6}{\sqrt{55}} \Rightarrow a_3 = -\frac{1}{\sqrt{63}}; a_4 = -\frac{6}{\sqrt{55}}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{63}}; -\frac{1}{\sqrt{63}}; \frac{6}{\sqrt{55}}; -\frac{6}{\sqrt{55}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

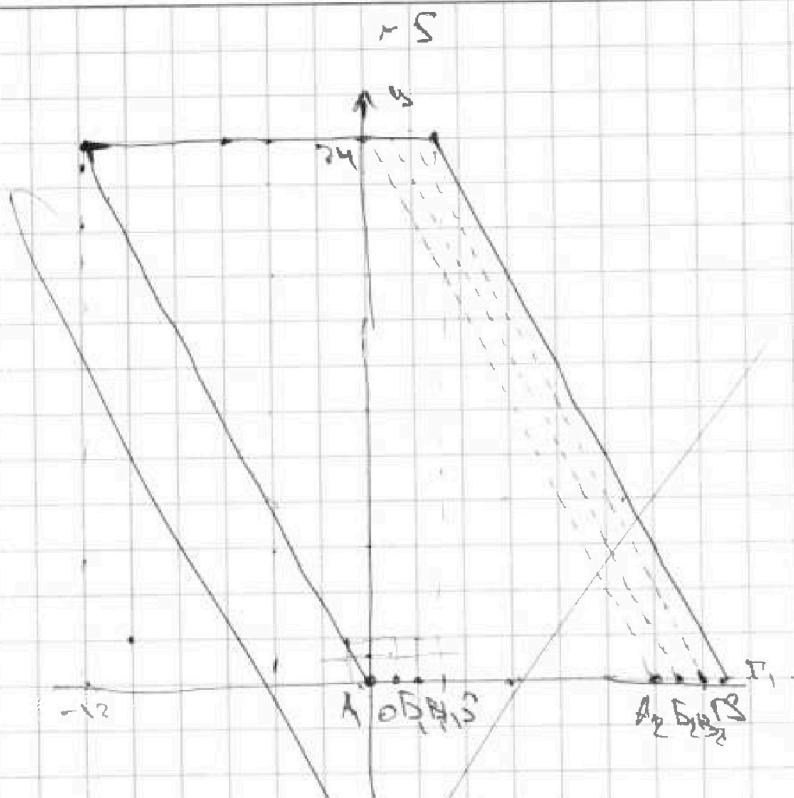
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Использование QR-кода недопустимо!



Задача сводится к тому, чтобы найти (x_1, y_1) , где y_1 и x_1 найдены из уравнения $x_1 = 12 - 2y_1$. Условие задачи

высказывается в виде $x_1 \geq 0, y_1 \geq 0$.

$\Rightarrow 2x_2 + y_2 = 12 \Rightarrow y_2 = 12 - 2x_2$. То есть

дана фиксированная точка x_1, y_1 в плоскости x_2, y_2 и параллельная прямая $y_2 = 12 - 2x_2 + y_1$.

Тогда выделяем конечную границу. На ней можно найти и точки A, B, C, D .

$(0,0), (0,12), (4,0), (2,4)$ являются из которых соответствуют и условиям задачи-пар.

Соответствующие им прямые называются

13) ~~запасом~~ конечной границы.

Бывает $24 \cdot 4$ пар. Рассмотрим на следующей странице

когда $x_1 = 1$. Там сделано то же самое

и для других значений x_1 на конечной границе.

При $x_1 = 0$ пары не повторяются. Их всего 24 пар.

$4 \cdot 24 = 13$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b = mk_1$$

$$(a-b)^2 - 4ab = mk_2$$

$$(a+b)^2 - 8ab \cancel{m} : m$$

$$\text{ex } b(a+1) : m$$

(~~a+b~~)

$$ba + 1 - 7a - 1 + b$$

$$(b - 7a - 1) : m$$

~~b - 8y~~

10 8

$$100 + 64$$

7 1

7, 1

$$53 \\ 23 + 9$$

80 6

$$50 - 42$$

$$\frac{7+1}{49+1-42}$$

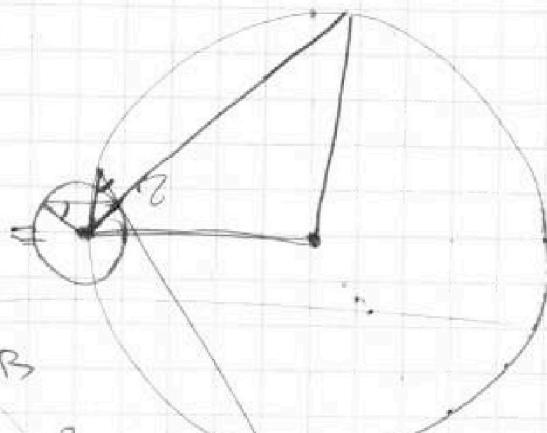
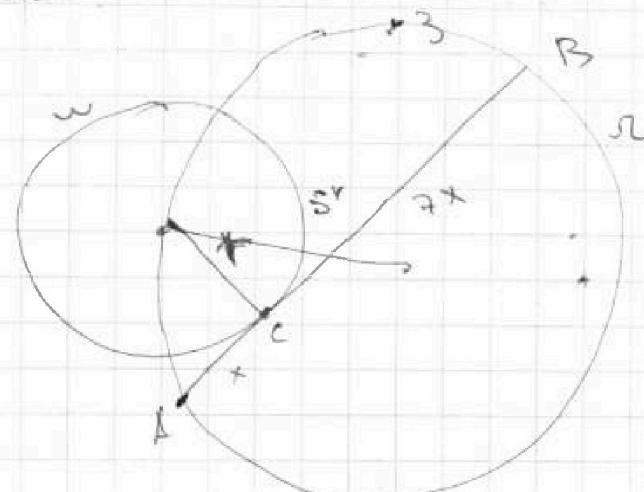
$$bab : m$$

$$a : m$$

$$b : m$$

$$8 : m$$

~~382668~~





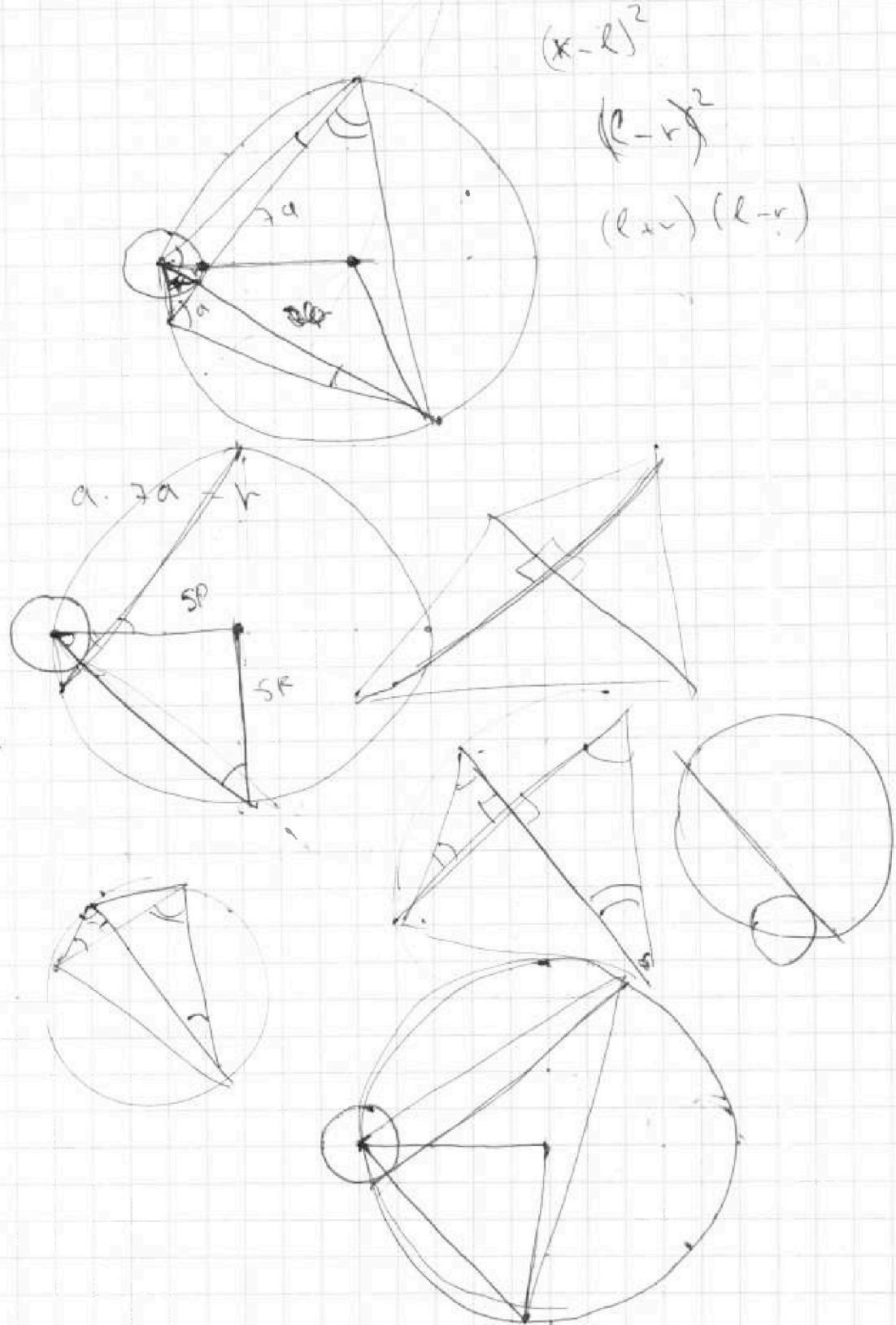
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a = 2^{\frac{1}{2}} \quad b = 2^{\frac{1}{6}}$$

$$c = 2^{\frac{1}{10}}$$

64-1

$$a = 2^{\frac{3}{2}} \quad c = 2^{\frac{1}{4}} \quad b = 2^{\frac{6}{6}}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$\frac{a+b}{(a-b)^2} - 4ab$$

$$a \neq b$$

x^{11}

$$a+b$$

$$(a-b)^2 - 4ab$$

$$(x-1)(2x-3)$$

$$a+b = a^2 + b^2 - 6ab$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2y^2 + 2y + 1} = 2 - 7x$$

193

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$x_1 = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4} = \begin{cases} 1 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{нед } \frac{1}{2}, 1$$

$$\sqrt{(x+1)(2x-3)} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2 - 7x$$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$x_{24} = -2 \pm \sqrt{4}$$

$$2 - 7x - 2\sqrt{4} = (2 - 7x)^2$$

$$(2 - 7x)(1 - 7x) \quad \cancel{\Delta}$$

$$\cancel{\Delta} \quad ((2 - 7x)(1 - 7x))((2x^2 + 2x + 1)) = ((2 - 7x)(1 - 7x))^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

a, b, c

$$ab: 2^{14} 7^{10}$$

$$\begin{array}{r} 12 \cdot 4 + 14 \\ \hline 17 \\ \hline 31 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 2 \\ \hline 3 \\ + 7 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$ab = 2^{14} 7^{10} k_1$$

$$(abc)^2 = 2^{61} 7^{64} k_1 k_2 k_3$$

$$bc = 2^{17} 7^{17} k_2$$

$$2^{32} 7^{64}$$

(2)

$$ac = 2^{30} 7^{37} k_3$$

31

$$b^2 a^2 c^2$$

$$a = 2^{10} 7^{10} (a \overset{66}{\cancel{s}})$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ - 17 \\ \hline 37 \end{array}$$

$$a = 2^{10} 7^5$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \cancel{a} 7^5 \\ \hline \end{array}$$

$$b = 2^4 7^5$$

$$\begin{array}{r} x_a + x_b = 14 \\ x_b + x_c = 17 \\ x_a + x_c = 37 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ - 29 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{cases} y_a + y_b = 10 \\ y_b + y_c = 17 \\ y_a + y_c = 37 \end{cases}$$

$$\frac{x}{2}$$

$$k_1 + k_2 + k_3 \geq 10$$

$$y_c = 22$$

$$\begin{array}{c} 3 \\ a \cancel{7} 2^{44} 7^{47} \\ \cancel{a} 2^{22} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 82 \\ \cancel{a^2} \\ \cancel{b^2} \\ \hline 1 \\ \cancel{a^2 + b^2} \\ \cancel{a^2 + b^2} \\ \hline 1 \\ \cancel{a^2 + b^2} \end{array}$$

$$a^2 = 2^7 \cdot 2^{30} \Rightarrow a = 2^2 \quad a = 7^{15}$$

$$a = 2^4 \quad c = 2^{17}$$

$$x_a + x_b \geq 10 + k_1$$

$$k_1$$

O

28/26

$$2x_b + x_a + x_c \geq 27$$

$$x_b + x_c \geq 17 + k_2$$

$$x_c + x_a \geq 37 + k_3$$

$$x_c + x_a \geq 37 + k_3$$

$$2x_c = 64 - k_2 - k_3 - k_1$$

$$2x_a = 30 - k_2$$

$$2x_b = -10 + k_1 + k_2 - k_3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

12.13

13.19.12

13-10

$$\begin{array}{r} & 1 \\ & \cdot \\ 1 & 9 \\ - & 1 0 \\ \hline & 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} & 1 \\ & \cdot \\ 1 & 2 \\ - & 1 2 \\ \hline & 0 \end{array}$$

19
12

$$\begin{array}{r} 20 = 240 \\ - 12 \\ \hline 228 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a+b=0 \\ - a \\ \hline b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ - 19 \\ \hline 0 \end{array}$$

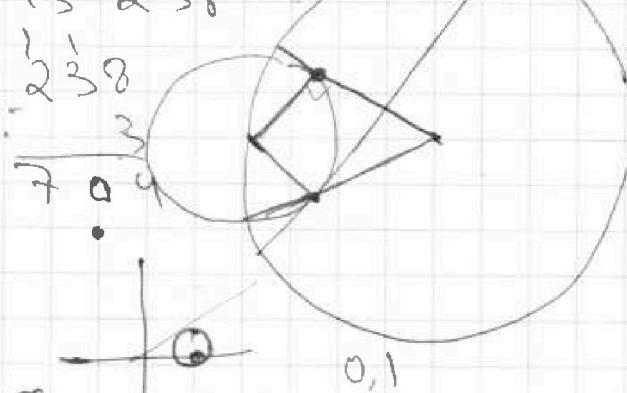
$$13(228+6) = 13 \cdot 238$$

2380

- 204

3184

$a x_0 + b y_0 + c$

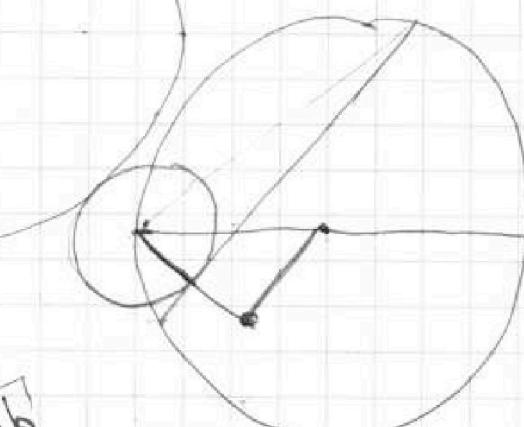


$$\sqrt{r^2 + y_0^2}$$

$$a^2 + b^2 = r^2$$

$\sqrt{a^2 + b^2}$

$$\frac{220+4}{20+56} (x+1)^2 + y^2 = 1$$



$\sqrt{a^2 + b^2}$

$$\frac{252+4}{24+6} =$$

$$\frac{256}{36} =$$

$$\frac{256}{36} =$$

$$\frac{256}{36} =$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

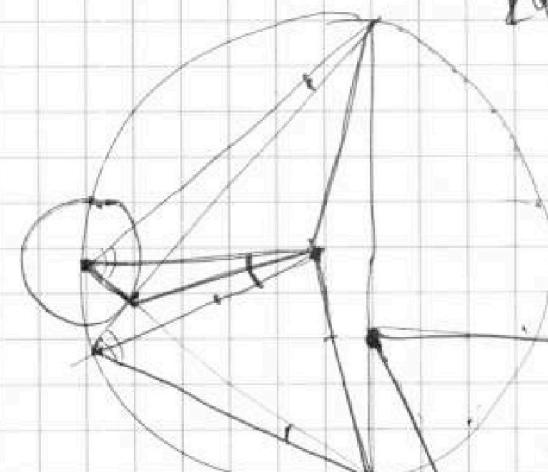
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

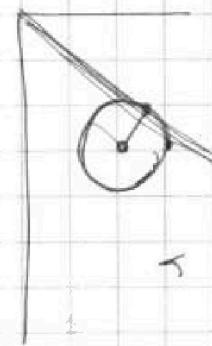
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$24(x - 49x^2 - 2) \leq x$$

$$x_{\text{min}} = -21 \pm \dots$$



~~Задача 5~~

x_1, y_1

6

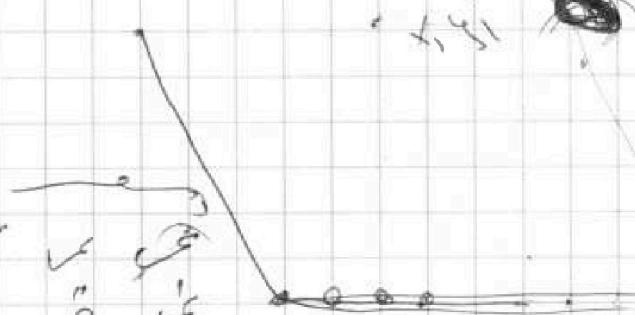
$$2x_1 - 2y_1 + 4y_2 - 4y_1 = 12$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$a = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!