



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$abc$  - миним.?  $\sqrt{1}$

$a, b, c$  должны состоять

только из простых множителей 2 и 7,

чтобы  $abc$  было минимал., т.к.

иначе другие множит. не

увеличат на величину, услов.

и  $a, b, c$ , не увеличат

на  $abc$ , тогда - увеличат.

(т.к. любой прост. множ.  $> 1$ )

Другой вариант: (т.к.  $ab, bc, ac \neq 0$ , т.к.  $a, b, c \in \mathbb{N}$ )

$$\begin{cases} 1. ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \\ 1. bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \\ 1. ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \end{cases} : \begin{matrix} \text{т.к. } b \neq 0 \\ a \neq 0 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} \frac{c}{a} = 2^3 \cdot 7^7 \\ ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \end{cases}$$

$$c^2 = 2^{23} \cdot 7^{44}$$

это невозможно  
т.к.  $\sqrt{2^{23}} \notin \mathbb{N}$

Представим  $\begin{cases} a = 2^x \cdot 7^y \\ b = 2^z \cdot 7^f \\ c = 2^e \cdot 7^g \end{cases}$ , где  $x, y, z, f, e, g \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} 2^x \cdot 7^y \cdot 2^z \cdot 7^f = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot 2^k \cdot 7^l \\ 2^z \cdot 7^f \cdot 2^e \cdot 7^g = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot 2^u \cdot 7^v \\ 2^x \cdot 7^y \cdot 2^e \cdot 7^g = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot 2^w \cdot 7^r \end{cases}$$

т.к. другой вариант невозможен  
то для рав-ва  
должны  
на 2 и 7  
в нуж. стая,  
т.к. это  
 $x, z, e, y, f, g \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} x+z = 14+k \\ y+f = 10+l \\ z+e = 17+u \\ f+g = 17+v \\ x+e = 20+w \\ y+g = 37+r \end{cases}, a \quad abc = 2^{x+z+e} \cdot 7^{y+f+g}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{1}$  (продолжение)

$$\begin{cases} x+z = 14 + k \\ y+f = 10 + l \\ z+e = 17 + m \\ f+g = 17 + u \\ x+e = 20 + o \\ y+g = 37 + r \end{cases}$$

Найти

$$\begin{matrix} x+z+e & y+f+g \\ 2 & 7 \end{matrix}$$

$k, l, m, u, o, r$  - наименьш. подкод. числа

$$\begin{cases} x+z \geq 14 \\ y+f \geq 10 \\ z+e \geq 17 \\ f+g \geq 17 \\ x+e \geq 20 \\ y+g \geq 37 \end{cases}$$

А как минимум, это все 2 числа

$$\begin{cases} x-z \geq 3 \\ x+z \geq 14 \end{cases}$$

$$2x \geq 17$$

$$x \geq 8,5$$

$$\Rightarrow x = 9 \text{ (наим. } x)$$

$$9+z \geq 14$$

$$z \geq 5$$

$$z = 5 \text{ (наим. } z)$$

$$5+e \geq 17$$

$$e \geq 12$$

$$e = 12 \text{ (наим. } e)$$

$$x+z+e = 14+12 = 26$$

$$y-f \geq 20$$

$$y+f \geq 10$$

$$2y \geq 30$$

$$y \geq 15$$

$$y = 15 \text{ (наим.)}$$

$$g \geq 37 - y$$

$$g \geq 22$$

$$g = 22 \text{ (наим.)}$$

$$f+g \geq 17$$

$$f \geq -5$$

$$f = 0 \text{ (наим.)}$$

$$y+g+f = 37$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } \begin{matrix} 26 & 37 \\ 2 & 7 \end{matrix}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



52

$\frac{a}{b}$  - несократима

$\Rightarrow \text{НОД}(a, b) = 1$

$a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$

$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$

можно  
сократить  
на  $m$

$\Rightarrow \exists$  у нас  $a, b$  -  
взаимно прот., т.к.  
 $\text{НОД}(a, b) = 1$

$$\begin{aligned} a^2 - 6ab + b^2 &= \\ &= 2a^2 - 4ab + 2b^2 - (a^2 + 2ab + b^2) = \\ &= 2(a-b)^2 - (a+b)^2 \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} a^2 - 6ab + b^2 &= \\ &= a^2 + 2ab + b^2 - 8ab = (a+b)^2 - 8ab \end{aligned}$$

Пусть  $a+b = m \cdot x$ , где  $m, x \in \mathbb{N}$

$$\Rightarrow \frac{m \cdot x}{(m \cdot x)^2 - 8ab} = \frac{m \cdot x}{m^2 x^2 - 8ab}$$

$\Rightarrow$  чтобы сократить на  $m$  надо, чтобы

$$8ab : m$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b = x \cdot m \quad /: a \\ a+b = x \cdot m \quad /: b \end{cases}$$

$\Rightarrow a : m$   
 $b : m$

$$\Rightarrow 8ab : m$$

$\Rightarrow$  макс.  $m = 8$ , т.к.  $a, b$  и  $m$   
не имеют общих простых  
множит.

$\Rightarrow$  ответ:  $m = 8$ .

Заметим, что

сумма взаимно  
простых чисел  $/:$

на каждое из них,  $(!)$

ведь чтобы сумма дел. на  $a$ ,

надо чтобы каждое слагаемое дел.  $(!)$  на  $a$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3 (продолжение)

$$\Rightarrow \cos \angle A O_1 B = -\cos \angle A O B$$

Заметим, что  $O_1 M$  - бисс. (выше доказано)

$$\Rightarrow \angle A O_1 M = \frac{\angle A O B}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \angle A O_1 M = -\cos \angle A O B$$

$\Delta A O_1 M$  - пр/уг

$$\Rightarrow \cos \angle A O_1 M = \frac{O_1 M}{A O_1}$$

$$\frac{O_1 M}{A O_1} = \frac{7x-1}{\sqrt{49x^2+16x^2}} = \frac{O_1 M}{5}$$

$$O_1 M = \frac{35x^2-5}{\sqrt{1+49x^2+16x^2}}$$

$P_0$  + Миграция из  $\Delta A M O_1$

$$A O_1^2 = A M^2 + O_1 M^2$$

$$25^2 = 16x^2 + \frac{25(7x-1)^2}{(1+49x^2+16x^2)}$$

$$\frac{(25+16x^2)(1+50x^2+49x^4) + 25(7x-1)^2}{(1+49x^2+16x^2)} = 0$$

$$-25 - 25 \cdot 50x^2 - 25 \cdot 49x^4 + 16x^2 + 16 \cdot 50x^4 + 16 \cdot 49x^6 + 204x^4 - 50 \cdot 7x \cdot 25 = 0 \quad | : x^2 (x \neq 0)$$

$$16 \cdot 49x^4 + 16 \cdot 50x^2 - 32 \cdot 50 + 16 = 0 \quad | : 16$$

$$49x^2 + 50x^2 - 100 + 1 = 0$$

$$49x^2 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-50 \pm \sqrt{2500 + 49 \cdot 99}}{49 \cdot 2} = \frac{-25 \pm \sqrt{625 + 49 \cdot 99}}{49} > 0$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \cdot 49 \\ \hline 441 \\ + 4851 \\ \hline 5478 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5478 \cdot 24 \\ \cdot 49 \\ \hline 144 \quad 576 \\ \cdot 49 \\ \hline 936 \end{array}$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 7x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 7x + 1} + (2 - 7x) \quad | \cdot 12$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 7x + 1 + 2(2 - 7x)\sqrt{2x^2 + 7x + 1} + (2 - 7x)^2 - 28x + 49x^2$$

$$-5x + 3 - 2x^2 - 7x - 1 - 4 + 28x - 49x^2 = 2(2 - 7x)\sqrt{2x^2 + 7x + 1}$$

$$-49x^2 + 21x - 2 = 2(2 - 7x)\sqrt{2x^2 + 7x + 1} \quad | \cdot 12$$

$$-(7x)^2 + 14x + 1 - 7x + 1 = -((7x - 1)^2 - (7x - 1)) = -((7x - 1)(7x - 1 - 1))$$

$$-(7x - 1)(7x - 2) + 2(7x - 2)\sqrt{2x^2 + 7x + 1} = 0$$

$$(7x - 2)(2\sqrt{2x^2 + 7x + 1} - (7x - 1)) = 0$$

$$x = \frac{2}{7} \quad 2\sqrt{2x^2 + 7x + 1} = 7x - 1 \quad | \cdot 12 \quad \wedge \quad 7x - 1 \geq 0 \quad (7x \geq 1)$$

$$4(2x^2 + 7x + 1) = 49x^2 - 14x + 1$$

$$8x^2 + 8x + 4 - 49x^2 + 14x - 1 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{121 + 41 \cdot 3}}{41}$$

~~$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{121 + 123}}{41}$$~~

~~$$x_{1,2} = \frac{123 \pm \sqrt{121 + 123}}{244}$$~~

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{244}}{41}$$

*Handwritten signature*

Проверим  $x = \frac{2}{7}$

$$\sqrt{2 \cdot \frac{4}{49} - \frac{10}{7} + 3} - \sqrt{2 \cdot \frac{4}{49} + \frac{4}{7} + 1} = 0$$

$$\sqrt{\frac{8}{49} + \frac{11}{7}} = \sqrt{\frac{8}{49} + \frac{11}{7}}$$

верно

Проверим

$$1 + (1 + \sqrt{244}) \geq 41 \quad 2(1 - \sqrt{244}) \geq 41$$

$$77 + 2\sqrt{244} \geq 41 \quad -7\sqrt{244} \geq -36$$

$$2\sqrt{244} \geq -36 \quad \frac{15}{16} \geq \frac{16}{16}$$

верно

$$-7.15 < -36$$

$\Rightarrow -7\sqrt{244} < -36$

не верно

$\Rightarrow$  ответ:  $\frac{11 + \sqrt{244}}{41}; \frac{2}{7}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

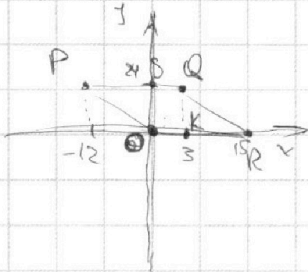
- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



5



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow 2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$

Решим т.д и т.к

$$(y_2 - y_1) \in (-24; 24)$$

$$(x_2 - x_1) \in (-15; 15)$$

$$2(x_2 - x_1) \in (-30; 30)$$

$$т.к. x_2, x_1 \in \mathbb{Z}$$

$$то 2(x_2 - x_1) - четное число \in (-30; 30)$$

$$2 + 11 = 13, 4 + 4 = 8$$

$$\Rightarrow (y_2 - y_1) - четное число \in (-24; 24)$$

$\Rightarrow y_2, y_1$  - одинак четности

~~$$2(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1) = 12$$~~

При  $(y_2 - y_1) = 24$

$$2(x_2 - x_1) = -12 \quad 2(x_2 - x_1) \in (-12; 30)$$

$2(x_2 - x_1)$	-12	-10	-8	-6	-4	-2
$x_2 - x_1$	-6	-5	-4	-3	-2	-1
$y_2 - y_1$	24	22	20	18	16	14
				max 15	15, 9	15, 11

$y_2 \in PQ$   
 $y_1 \in OR$

$x_1, y_1 \in O$

$x_1 \in O$   
 $Q(6) = 3 + 6 = 9$   
 $9 \in O$   
 $\Rightarrow 9$  пар

При макс.  $y$  кол-во пар на 1 меньше, чем макс. чет. р-дуги  
А макс. чет. р-дуги одинаковы  
и тогда пар - макс

При макс.  $y_2 - y_1$  макс. на 1  
это 2 дуги старш  
 $\Rightarrow$  увелич. кол-во на 2

3 макс. дуги  
5 пар

$$13 \cdot 3 + 12 \cdot 2 = 39 + 24 = 63$$

$$15 \cdot 4 + 14 \cdot 3 = 60 + 42 = 102$$

$$15 \cdot 5 + 14 \cdot 4 = 75 + 56 = 131$$

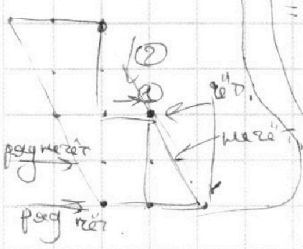
$2(x_2 - x_1)$	0	2	4	6	8
$x_2 - x_1$	0	1	2	3	4
$y_2 - y_1$	12	10	8	6	4

наим. кол-во чет. р-дуг на 2  
14 и 15, 10 и 7, 7 и 9, 5 и 11

$$13 + 13$$

$2(x_2 - x_1)$	10	12	14
$x_2 - x_1$	5	6	7
$y_2 - y_1$	2	0	-2
	7 и 23	9 и 25	7 и 23

только точки  $x_2$  и  $x_1$  не являются



11 и 13  
наим. кол-во пар  
 $11 + 10 + 11 = 32$  пар



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$2(x_2 - x_1)$	18	18	20	22	24	26	28	30
$x_2 - x_1$	9	9	10	11	12	13	14	15
$y_2 - y_1$	-4	-8	-8	-10	-12	-14	-16	-18
	(547)	(849)	(147)					

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



56

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$y = ax + 10b$  — прямая

$y_1, y_2 \leq 0$ , где  $y_1 = (x+8)^2 + y^2 - 1$

$(x+8)^2 + y^2 = 1$  — окр-ть

$y_2 = x^2 + y^2 - 4$  — центр  $(-8; 0)$

$x^2 + y^2 = 4$  — окр-ть

центр  $(0; 0)$   
радиус 2

$\leq 0$  если  $y_1$  и  $y_2$  — разных знаков

т.к.  $y_1$  и  $y_2$  — окр-ти,  
у которых внутри  $\leq 0$ ,  
окр-ть  $= 0$   
снаруж  $> 0$

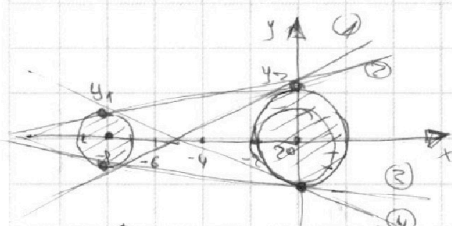
Заметим, что окр-ти

не пересекаются.

$\Rightarrow$  нужны касат-ли

внутри окр-тей и на окр-тях

(там или  $y_1 > 0, y_2 \leq 0$   
 $y_1 \leq 0, y_2 > 0$ )



т.к. нам нужны только 2 реш.

то это возможно, только если прямая

$y$  — касат. к обоим окр-тям

есть всего 4 таких прямых (см. на картинке)

для пр.  $y$ , а — tg угла наклона пр.  $y$  к  $x$

Заметим, что углы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  равны

также

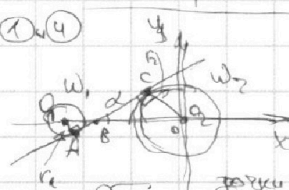
углы  $\alpha_2$  и  $\alpha_1$  равны

$$\alpha_1 = -\alpha_2$$

$$\alpha_2 = -\alpha_1$$

$\Rightarrow$  Рассмотрим оба случая:

1) и 4)



нужно найти

$$\text{tg } \alpha = \alpha_1 = -\alpha_2$$

Обозначим точки касат. как на картинке.

$\Rightarrow AC$  — касат. к  $W_1$  и  $W_2$

$\Rightarrow \triangle O_1AB \sim \triangle O_2CB$  (пр/угл и  $\angle O_1BA = \angle O_2CB$ )

$$\Rightarrow \frac{O_1B}{O_2B} = \frac{O_1A}{O_2C} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2} \text{ (как сход. тр. в } \triangle O_1AC)$$

$$\Sigma O_1B = O_2B$$

$$O_1O_2 = 8 = O_1B + O_2B = 3O_1B$$

$$\Rightarrow O_1B = \frac{8}{3}$$

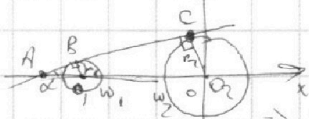
$\Rightarrow$  из  $\triangle O_1AB$  — пр/угл по т. Пифагора

$$AB = \sqrt{O_1B^2 - O_1A^2} = \sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2 - 1} = \frac{\sqrt{55}}{3}$$

$$\text{tg } \alpha = \text{tg } \angle O_1BA = \frac{O_1A}{AB} = \frac{1}{\frac{\sqrt{55}}{3}} = \frac{3\sqrt{55}}{55} = \alpha_1 = -\alpha_2$$

Второй случай

2) и 3)



$$\text{tg } \alpha = \alpha_2 = -\alpha_1$$

Обозн. точки, как на картинке

$\Rightarrow \triangle ABO \sim \triangle ACO_2$  (пр/угл)

$$\frac{AB}{AO_1} = \frac{BO_2}{AO_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2} \text{ т.к. } AC \text{ — касат. к } W_1 \text{ и } W_2$$

$$\Sigma AO_1 = AO_2 = 8$$

(продолж.)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{6}$  (продолжение)

$\Rightarrow \triangle ABO_1$  - пр/гр (или было сказ. выше)  
 $BO_1$  - высота

$$AB = \sqrt{AO_1^2 + BO_1^2} = \sqrt{64 + 1} = \sqrt{65}$$

$$\tan \alpha = \tan \angle BAO_1 = \frac{BO_1}{AO_1} = \frac{1}{\sqrt{65}} = \frac{\sqrt{65}}{65} = \frac{\sqrt{7}}{7} \cdot \left(\frac{\sqrt{7}}{21}\right) = \alpha_2 = -\alpha_3$$

$\Rightarrow$  При данных  $a$  можно будет подобрать  $10R$  так, что

цикл  $\gamma$  будет касат. к обеим окр-тям,  
в частности это будет касат. по  $Oy$  и  $Oz$ .

(1) / (2) / (3) / (4) и  $Oy$  (на это совсем другая история)

$$\text{Ответ: } -\frac{\sqrt{55}}{55}; -\frac{\sqrt{7}}{21}; \frac{\sqrt{7}}{21}; \frac{\sqrt{55}}{55}.$$



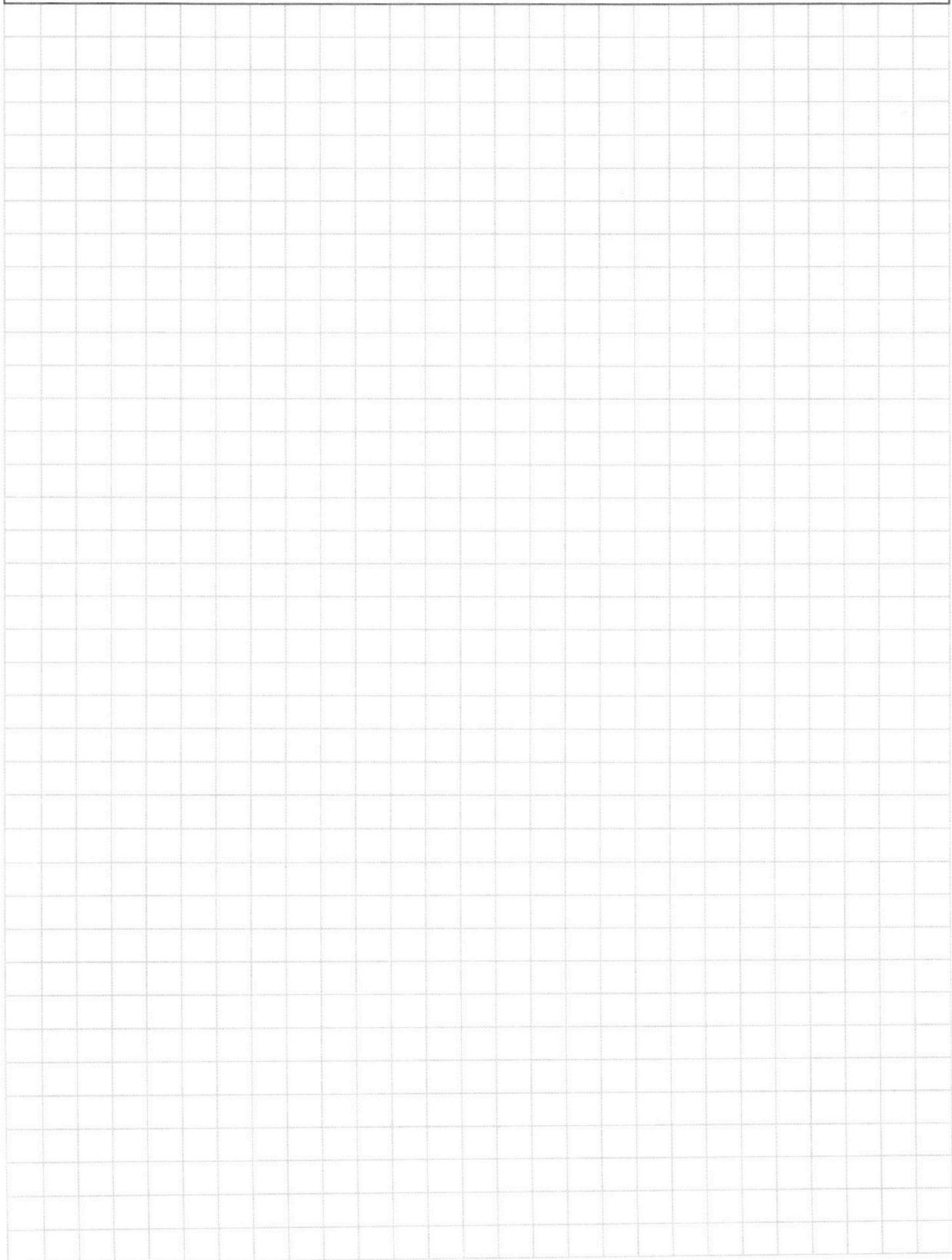
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



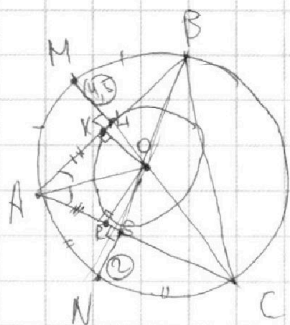
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



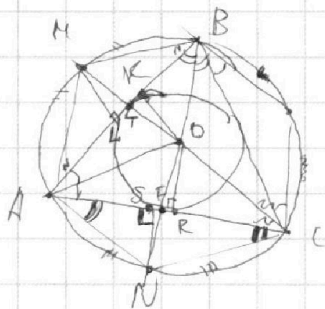
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$AO = ?$

$AS = SC$   
 $AL = LB$

~~$AK = TL$~~   
 ~~$AR = TS$~~



$AO^2 = AR^2 + OR^2 = AR^2 + \left(\frac{FR \cdot NS}{SF}\right)^2 =$

$= AR^2 + \left(\frac{KT}{TL}\right)^2 \cdot ML^2$

$\frac{KT}{TL} \cdot ML = \frac{FR}{SF} \cdot NS$

$\triangle AML \sim \triangle COR$

$\Rightarrow \frac{ML}{OR} = \frac{AL}{RC}$

$\triangle MBT \sim \triangle OKT$

$\Rightarrow \frac{MB}{OK} = \frac{BT}{TK}$

$\frac{MB}{OR} = \frac{LT+TK+KB}{RC}$

$\triangle KOB \sim \triangle SNA$

$\Rightarrow \frac{SN}{OK} = \frac{AS}{KB}$

$\triangle NSF \sim \triangle ORF$

$\Rightarrow \frac{NS}{OR} = \frac{SF}{FR}$

$\frac{OT}{TN} \cdot ML = \frac{FO}{FN} \cdot NC$

$\because N \in \text{бисс. } \angle ABC \text{ т.ч. } AN = NC \Rightarrow \angle ANB = \angle NBC$   
 $\because M \in \text{бисс. } \angle ACB \text{ т.ч. } AM = MB \Rightarrow \angle ACM = \angle MCB$