



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 10

- [4 балла] Натуральные числа a, b , с таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делигся на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

При каком наибольшем t могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на t ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{N}, ab: 2^{15} \cdot 7^{11}, bc: 2^{17} \cdot 7^{18}, ac: 2^{25} \cdot 7^{39}$$

1) пусть a', b', c' - степени вхождение 2 в a, b, c соответственно ($a', b', c' \in \mathbb{Z}, a', b', c' \geq 0$)

Учтем, что:

$$\begin{cases} a' + b' \geq 15 \\ b' + c' \geq 17 \\ a' + c' \geq 23 \end{cases}, \text{ значит } a' + b' + c' \geq \frac{15+17+23}{2} = \frac{55}{2} = 27.5$$

Док. a', b', c' - целые, то $a' + b' + c' \geq 28$.

$$a' + b' + c' = 28, \text{ если } a' = 10, b' = 5 \text{ и } c' = 13$$

2) пусть a', b', c' - степени вхождение 7 в a, b, c соответственно ($a', b', c' \in \mathbb{Z}, a', b', c' \geq 0$)

Учтем, что

$$\begin{cases} a' + b' \geq 11 \\ b' + c' \geq 18 \\ a' + c' \geq 39 \end{cases}, \text{ значит } a' + b' + c' \geq a' + c' \geq 39.$$

$$a' + b' + c' = 39, \text{ если } a' = 11, b' = 0, c' = 28.$$

Значит $abc \geq 2^{28} \cdot 7^{23}$. (пример, когда получаем правильное: $a = 2^{10} \cdot 7^{11}, b = 2^5, c = 2^8 \cdot 7^{28}$).

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$(a, b) = \text{НОД}(a, b)$. По условию, $(a, b) = 1$

если $a+b$ $\frac{a+b}{a^2 - 4ab + b^2}$ можно сократить на m ,

то $(a+b, a^2 - 4ab + b^2) \mid m$. Значит наибольшее
нашое m — это $(a+b; a^2 - 4ab + b^2)$.

$$(a+b, a^2 - 4ab + b^2) = (a+b; (a+b)^2 - 9ab) =$$

$$= (a+b; gab) = m.$$

если $a \mid p$ (p — простое),

то $b \nmid p$ ($(a, b) = 1$), значит $a+b \nmid p$

то если $(a+b, ab) = 1$, значит

$m = (a+b, 3)$. Значит $m \leq 3$.

Пример, когда $m = 3$:

$$a=1, b=8: (a, b) = 1,$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 4ab + b^2} = \frac{8+1}{1+64-4 \cdot 8} = \frac{9}{65-32} = \frac{9}{33} = \frac{3}{11}.$$

Числитель и знаменатель можно поделить
на 3.

Ответ: 3.



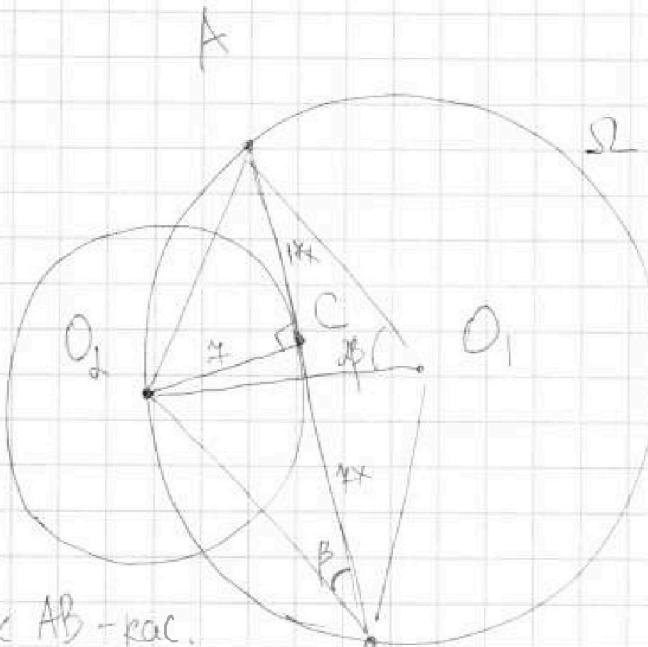
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$1) O_2 C \perp AB, m.k AB - \text{кос.}$$

$$2) \text{Дуги } AC = 14x, BC = 4x.$$

$$3) \text{По м. Пифагора: } O_2 B = \sqrt{4^2 + 2^2} = 4\sqrt{x^2+1}$$

$$4) \sin B = \frac{4}{4\sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$5) \cos B = \frac{4x}{4\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$6) \cos \angle O_2 O_1 A = \cos 2B = \cos^2 B - \sin^2 B = \\ = \frac{x^2}{x^2+1} - \frac{1}{x^2+1} = \frac{x^2-1}{x^2+1}$$

$$7) O_2 A^2 = 4^2 + 14^2 x^2$$

по м. Пифагора ($\triangle O_2 O_1 A$)

$$8) O_2 A^2 = O_2 O_1^2 + A O_1^2 - 2 O_2 O_1 \cdot A O_1 \cdot \cos 2B = \\ = 2 \cdot B^2 - 2 \cdot B^2 \cdot \frac{x^2-1}{x^2+1} = 2 B^2 \left(1 - \frac{x^2-1}{x^2+1} \right) =$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$= 2 \cdot 13^2 \left(\frac{x^2 + 1 - x^2 + 1}{x^2 + 1} \right) = 2 \cdot 13^2 \cdot 2 = \frac{26^2}{x^2 + 1} =$$

$$= 26^2 = 4^2 + 17^2 x^2$$

~~$$26^2 = (x^2 + 1)(49x^2 + 17^2 x^2)$$~~

~~$$26^2 = 49x^2 + 49 + 17^2 x^2 + 17^2 x^2$$~~

~~$$17^2 x^2 + 7^2 x^2 (49 + 17^2) - (26^2 - 49) = 0$$~~

~~$$289x^4 + D = (49 + 17^2)^2 + 4(26^2 - 49) \cdot 17^2 =$$~~

~~$$= 49^2 + 17^4 + 2 \cdot 49 \cdot 17^2 + 4 \cdot 17^2 \cdot 26^2 - 4 \cdot 49 \cdot 17^2 =$$~~

~~$$= 49^2 + 17^4 + 4 \cdot 17^2 \cdot (26^2 - 2 \cdot 49 \cdot 17^2) =$$~~

~~$$= 49^2 + 17^4 (14^2 - 98) + 4 \cdot 17^2 \cdot 26^2 =$$~~

То есть $\frac{26^2}{x^2 + 1} = 49 + 289x^2$

$$26^2 = 13^2 \cdot 4 = 169 \cdot 4 = 676$$

$$\frac{676}{x^2 + 1} = 49 + 289x^2$$

Заметим, что $x = 1$ - корень.

$$\frac{676}{2} = 338 = 49 + 289$$

(одно значение x)

Других корней нет, т.к. в трехчлене

$$17^2 x^4 + x^2 (49 + 17^2) - (26^2 - 49)^2 = 0$$

(с старшим коэффициентом > 0)

Член < 0 , то есть второй корень < 0 . (т.бесм)

g) $AB = 17x + 4x = 21x = 24$

Ответ: 24.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = -9x.$$

$$\text{Пусть } 3x^2 - 6x + 2 = a \quad (a \geq 0), \quad 3x^2 + 3x + 1 = b \quad (b \geq 0)$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = -9x$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = 0.$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{b} \quad (1)$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$(1) \quad 3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 \quad (4 \geq 0)$$

$$-9x = 1 \quad \text{При } x = \frac{1}{9} : \quad 3x^2 + 3x + 1 = 3 \cdot \frac{1}{81} + 3 \cdot \frac{1}{9} + 1 \geq 0$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$x = \frac{1}{9} \quad - \text{ корень}$$

$$(2) \quad \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 1 - \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x^2 - 6x + 2 = 1 + 3x^2 + 3x + 1 - 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1} \\ 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \end{array} \right. \quad (3)$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$(3) \quad -9x = -2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$9x = 2 \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$81x^2 = 4(3x^2 + 3x + 1) \quad u, \quad x \geq 0. \quad *$$

$$81x^2 = 12x^2 + 12x + 4.$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0.$$

$$69x^2 - 2(6x) - 4 = 0.$$

$$\text{D} = 36 + 4 \cdot 69 = 312 = 4 \cdot 78 = 4 \cdot 2 \cdot 39.$$

$$x_1 = \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} > 0.$$

$$x_2 = \frac{6 - 2\sqrt{78}}{69} < 0 - \text{не подходит} \quad *$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} \\ 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \end{array} \right.$$

$$(4) \quad 3x^2 - 6x + 2 \geq 0.$$

$$\text{D} = 36 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 36 - 24 = 12.$$

$$x_{12} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} \\ -x \geq 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \end{array} \right.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$1) \frac{6+2\sqrt{48}}{3\cdot 23} \stackrel{?}{\leq} \frac{9-\sqrt{3}}{3}$$

$$6+2\sqrt{48} \stackrel{?}{\leq} 3\cdot 23 - 23\sqrt{3}$$

$$\rightarrow \underbrace{2\sqrt{48}}_{\substack{3 \\ 18}} + \underbrace{23\sqrt{3}}_{\substack{? \\ 45}} \stackrel{?}{\leq} 63.$$

→ МО верно.

$$x = \frac{6+2\sqrt{78}}{69} \text{ - корень.}$$

$$2) \frac{6+2\sqrt{78}}{3\cdot 23} \stackrel{?}{\geq} \frac{3+\sqrt{3}}{3}$$

$$6+2\sqrt{78} \stackrel{?}{\geq} 23\cdot 3 + 23\sqrt{3}$$

$$\underbrace{2\sqrt{78}}_{\substack{? \\ < 63}} \stackrel{?}{\geq} 63 + 23\sqrt{3} \quad \begin{matrix} \text{мо} \\ \text{врно.} \end{matrix}$$

Ответ: $\frac{6+2\sqrt{78}}{69}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

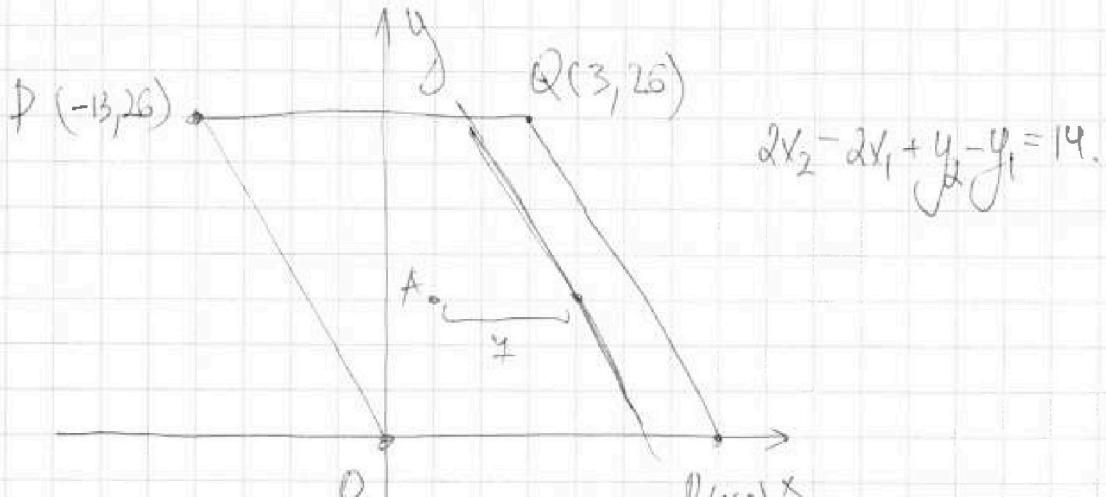
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Фиксируем точку $A(x_1, y_1)$:

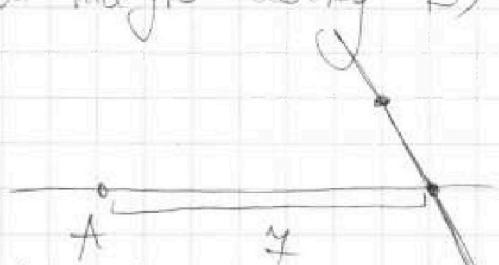
$$2x_2 + y_2 = \underbrace{14 + 2x_1 + y_1}_{\text{const.}} \quad - \text{т.е. это уравнение прямой}$$

Значит все точки B , проходящие две линии на одной прямой, с условием котируется -2.

Пусть $y_1 = y_2$ (воздвигните линию точки B):

$$2x_2 - 2x_1 = 14$$

$$x_2 - x_1 = 7$$



Т.е. ГМТ B две линии $A(x_1, y_1)$ - прямая, проходящая через $(x_1 + 7, y_1)$ с условием котируется -2.

Такая прямая параллельна PQ и QR .

Две любые точки A , лежащие в параллели

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



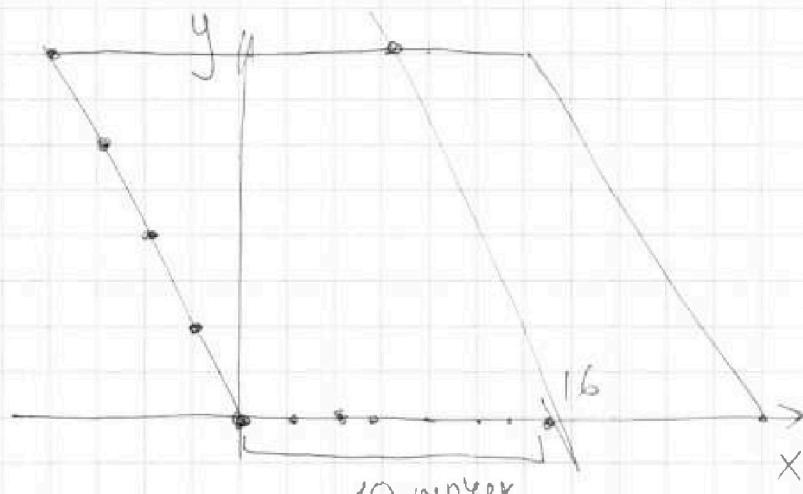
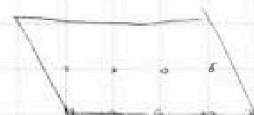
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Найдем либо 14 монет B_2 под A_1 , если

y_1 - четко и $x_1 + y_1$ четно в параллограмме,
 B монет B , если y_1 -четно ч $x_1 + y_1$ четно в
параллограмме, и 0 монет B , если $x_1 + y_1$ не
четно в параллограмме.



проведен прямой через $(9, 0)$ параллельно (тире) (A)
параллограмма. Всички монети, лежащи на правее
этой прямой, на подходят 0 монет B .

T.е. монети, които са симетрични за линията
на тази прямая са ниве.

При четна y -координата таки монети 10,
при нечетна - 8.

То един всичко на монет A, B :



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \cdot 14 \cdot 14 + 98 \cdot B_1 \cdot B_2 = 1960 + 1352 = 3312 + 169 = \\ + B_3 \\ = 3481$$

(покемно, что если (A, B) - подходит, то
 (B, A) - не подходит), т.к. возвратим $2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1$,

меняем знак).

Ответ: 3481.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

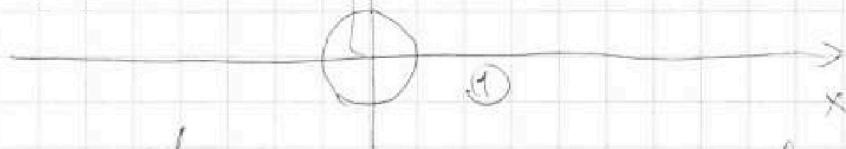
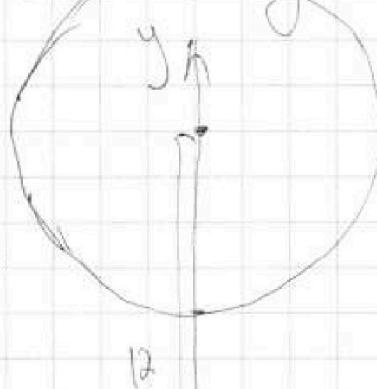


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0. \end{cases}$$

- (1) - окружность с центром $(0,0)$ и радиусом 1
(2) - окружность с центром $(0;12)$ и радиусом 4.

(x,y) - условие лежит внутри обеих окружностей,
если и только если оно не лежит на пересечении.
(1) и (2) не пересекаются



$ax + y - 8b = 0$ - прямая, с уклоном $k = -a$.

Система имеет 2 решения, если прямая

имеет 2 точки пересечения с кругами,

но есть касание двух окружностей.



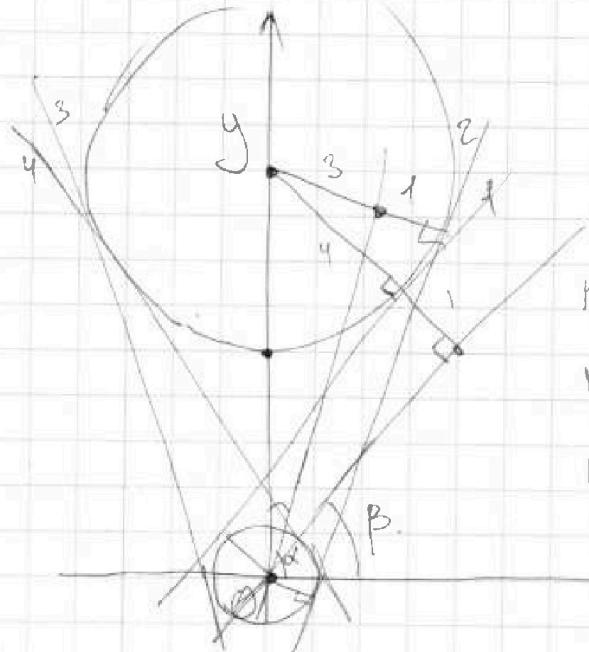
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Найдем угловое кото́рну-
емое α касательных,
наличие которых переносим
на 8б для этого укажем
так, что такие «прямых

собираем с

касательной.

Очевидно, что $a_4 = -a_1$, $a_3 = -a_2$ (в силу
симметрии относительно Oy).

1) Через точку O проведем прямую, параллельную 2.

$$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{1}{4}\right), a_2 = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(\arccos\frac{1}{4}) = \\ = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{1-\cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^2}}{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{\frac{1}{4}} = 4\sqrt{15}.$$

2) Через точку O проведем прямую, параллельную 1.

$$\cos \beta = \sin(90^\circ - \beta) = \frac{5}{12}$$

$$a_1 = \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sqrt{1-(\frac{5}{12})^2}}{\frac{5}{12}} = \frac{\sqrt{144-25}}{\frac{5}{12}} = \frac{\sqrt{144-25}}{\frac{5}{12}} = \frac{\sqrt{119}}{5}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{119}}{5}, -\frac{\sqrt{119}}{5}, \sqrt{15}, -\sqrt{15}.$$



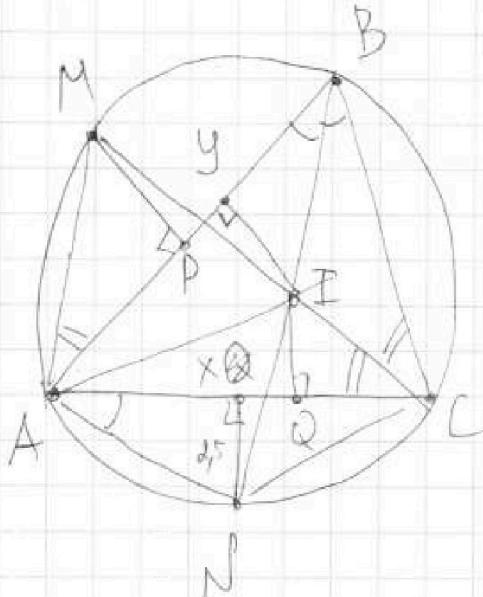
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



- 1) M, I, C - лежат на биссектрисе $\angle C$.
- 2) B, I, N - лежат на биссектрисе $\angle B$.
- 3) $\angle MAB = \angle MCB$
- 4) $\angle NAC = \angle NBC$
- 5) $\triangle AMP \sim \triangle CIQ$, значит $\frac{MP}{R} = \frac{AM}{CI}$
(R-радиус
внеш. окр.)
- 6) Аналогично $\triangle ANX \sim \triangle BIQ$, $\frac{XN}{R} = \frac{AN}{BI}$
- 7) По условию о треугубце: $AN = NI = QN$
- 8) По условию о треугубце: $AM = MI = BN$.
Значит
- 9) $\deg(I, \text{онес.окр.}) = BI \cdot IN = MI \cdot CI$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

10) Значит $\frac{AM}{AN} = \frac{BI}{CI}$

11) $\frac{MP}{XBN} = \frac{AM \cdot BI}{AN \cdot CI} = \frac{s}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2} = \left(\frac{AM}{AN}\right)^2$

$$\frac{AM}{AN} = \sqrt{2}$$

12) $\frac{AM}{AN} = \frac{\sin \angle ABN}{\sin \angle ACM} = \sqrt{2}$ но м. синусов в $\triangle BIC$

13)



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

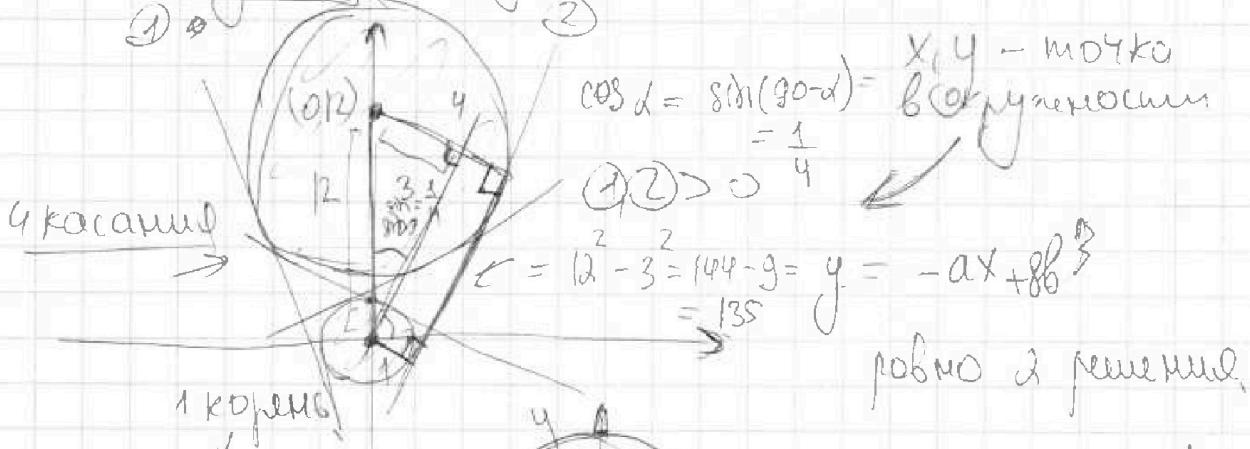
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ax + y - 8b = 0.$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0.$$

(1) \curvearrowleft (2) \curvearrowright

ак88 $ax + y - 8b = 0$



$$x^2 + (y-12)^2 = 16$$

$$x^2 + (ax+b-12)^2 =$$

$$= x^2 + a^2x^2 + b^2 + 144 -$$

$$+ 2abx - 24b - 24ax - 16 = 0$$

$$a^2x^2(a^2+1) + x(2ab-24a) + b^2 - 24b + 144 - 16 = 0$$

$$= a^2x^2(a^2+1) + 2x(ab-12a) + b^2 - 24b + 128 = 0$$

$$\Delta = 4a^2b^2 - 4(b^2 - 1)/(a^2+1) =$$

$$= a^2b^2 - 4(a^2b^2 - a^2 + b^2 + 1) =$$

$$= a^2b^2 + 4 = 0$$

$$a^2 + b^2 + 4 = 0$$

1 кв. четв.

$$\frac{\Delta}{4} = (ab-12a)^2 - (b^2 - 24b + 128)$$

$\frac{1}{4} \Delta^2$

$$9+9 \\ 9+9+$$

$$5+5 \\ 5+5+$$

$$23 \cdot 6 \cdot 8 = 16 \cdot 3 = 48$$

$\frac{1}{8} \Delta^2$

$$8 \\ 8 \\ 8 \\ 8$$

+ 5

$$\frac{961}{4} \\ 961 \\ 961 \\ 961$$

$$\frac{3348}{1352} \\ 1352 \\ 1352 \\ 1352$$

+ 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

48
35+8
8

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

умножим на $\sqrt{\dots} + \sqrt{\dots}$

$$(1 - 9x) = (1 - 9x)$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$= 1 \pm \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sqrt{5x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 0 \quad D = 9 - 4 \cdot 3 < 0.$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq 1. \quad \text{так как } \sqrt{a} \geq 0$$

$$\frac{3x^2 - 6x + 2}{2} + \frac{3x^2 + 3x + 1}{2} \geq 1$$

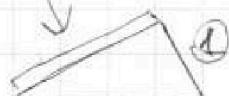
$$\sqrt{a} \leq \frac{a+1}{2} \quad \begin{matrix} 8 \\ \times 69 \\ 314 \\ + 246 \\ \hline 312 \end{matrix}$$

$$\frac{3(x+1)^2}{2} \quad \text{при } x = \frac{1}{3} \quad 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} - \frac{6}{9} + 1 = \frac{1}{27} - \frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{27} + \frac{1}{3}.$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$a+b+2\sqrt{ab} = 1$$

от



$$\sqrt{(3(x^2 - 1)^2 - 1)} + \sqrt{3(x-1)^2 + (9x-2)}$$

$$\sqrt{9x-2}$$

$$x_1 = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2 \cdot 6}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b. \quad \sqrt{3(x-1)}$$

$$\sqrt{a+b} = 1 \quad 3x^2 - 6x + 2 = (9 - \sqrt{3x^2 + 3x + 1})^2 = 1 + 3x^2 + 3x + 1 -$$

$$6x = 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$9x = 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$9x^2 = 3x^2 + 3x + 1 \quad 6x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 6 = 24 + 9 = 33.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1})(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}) = \\ = (1-9x)(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1})$$

$$\text{не } 0: \begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 = 0 \\ 3x^2 + 3x + 1 = 0 \end{cases} \quad 1-9x = 0, \quad x = \frac{1}{9}.$$

$$\text{уравнение: } 3\sqrt{\frac{1}{9}} - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2$$

$$-\frac{3}{81} - \frac{6 \cdot 9}{81} + 2 = \frac{3-54}{81} + 2 = \\ = \frac{3-54+2 \cdot 81}{81} \neq 0.$$

$$(1-9x) \quad x \neq \frac{1}{9}:$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

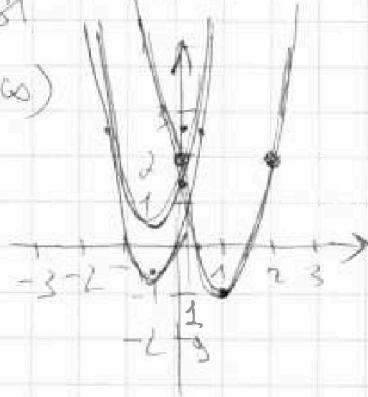
$$\frac{3x^2 - 6x + 2}{3x^2 + 3x + 1} = \frac{1}{1}$$

$$3x^2 + 3x + 1 \quad \text{Будем: } \frac{6}{2 \cdot 3} = 1$$

$$\text{Берем: } \frac{-3}{2 \cdot 3} = -\frac{1}{2} \quad \text{т.к. } 3 \cdot 6 + 2 = -1$$

$$f\left(\frac{-1}{2}\right): \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + 1 = -\frac{3}{4} + 1 = -\frac{3}{2} + \frac{2}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$3x^2 - 6x + 3 = a \quad 3(x^2 - 1)^2 = a.$$



$$\sqrt{a} \neq \sqrt{b} \quad (\sqrt{3(x-1)^2 + 1} + \sqrt{3(x-1)^2 + 3x-2}) = 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

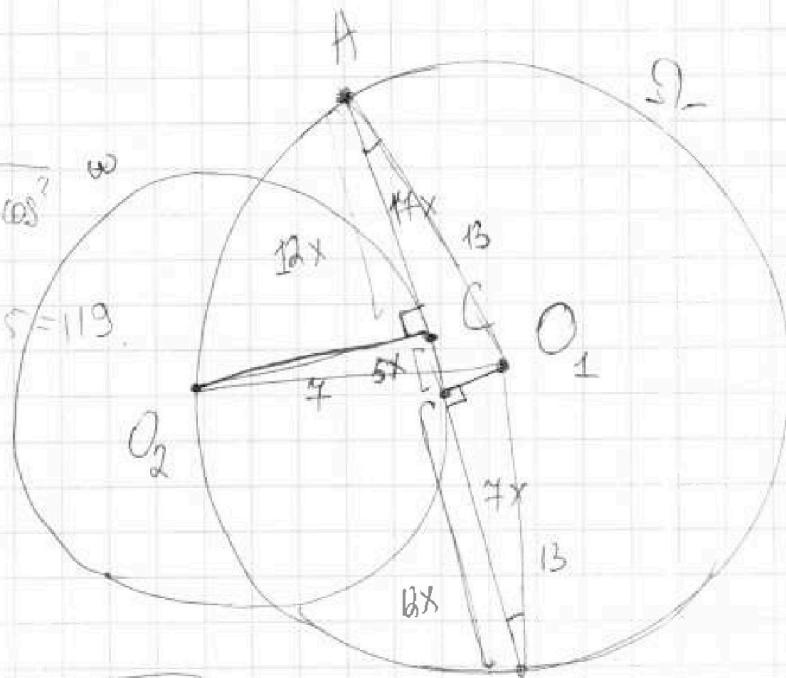
3) $AC : CB = 4x : 7x$

$AB = 14x + 4x = 28x$

$\sin \arccos \frac{1}{4}$

$\cos \alpha = \frac{1}{4} \quad \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$

$144 - 25 = 124 - 5 = 119$.



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x$$

To earn.

$$\frac{1 - 9x}{\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}} = 1 - 9x$$

$$(p - x)(q + r)(a + b) = p - x + q + r + a + b$$

$$T = \underbrace{(p - x)(q + r)(a + b)}_{(p - x)(q + r) + (q + r)(a + b) + (p - x)(a + b)}$$

$$T = \underbrace{2x^2 + 9x + 2}_{(a + b)^2} + \underbrace{1 + ab}_{(a + b)^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима.

$$S_{\text{D}} g_{AB} = \frac{4 \cdot 24x}{2} = 4 \cdot 12x$$

$$\underline{AB^2 = 2 \cdot B^2 + 2 \cdot 13 \cdot \cos d}$$

$$QB^2 = 4g + 4gx^2$$

$$O_A^2 = 4g + \mu^2 x$$

$$4 \times =$$

$$\cos C A Q_2 B = \cos \left(\frac{360^\circ - \alpha}{2} \right) =$$

$$= \cos\left(180^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = -\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad B \quad \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{Bx}{J}$$

$$AB^2 = 4g + \left(\frac{v}{2}\right)^2 + 4g + 4gx + 2\sqrt{\left(4g + \left(\frac{v}{2}\right)^2\right)} \cdot \sqrt{4g + 4gx^2} \cdot \cos \alpha$$

$$= \sqrt{169 - 144x^2}$$

$$\cos \frac{\theta}{d} = \sqrt{1 - \frac{44x^2}{B^2}}$$

$$7^2 + 13^2 - 2 \cdot 7 \cdot 13 \cos B = 49 + 169 - 182 \cos B$$

$$48+169 - 14 \cdot 13 \cdot \cos \beta = 49 + 17^2 x^2$$

$$169 - 14 \cdot 13 \cos \beta = 4x^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

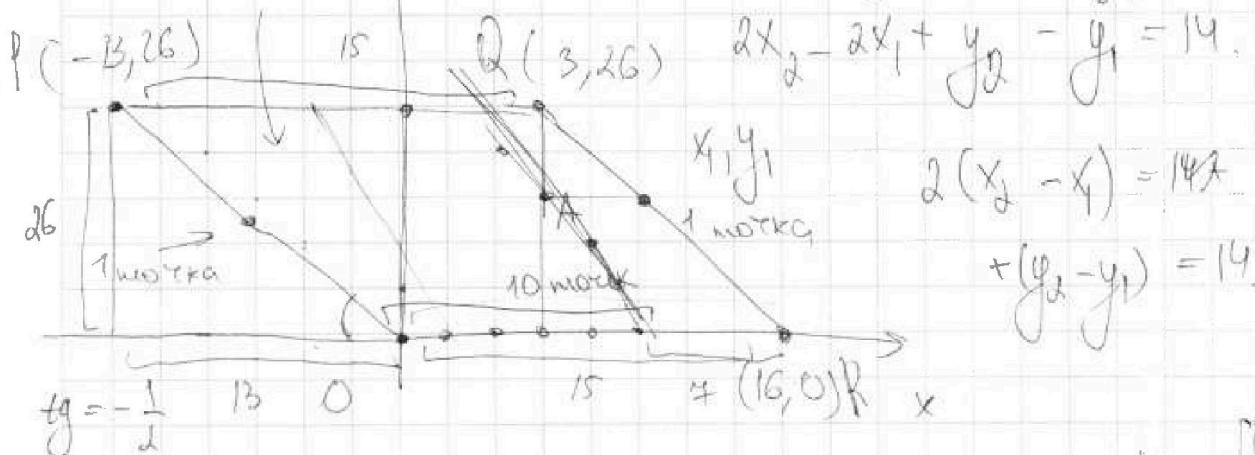


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

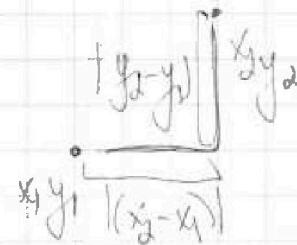
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$8 \cdot 27 + 14 \cdot 14 = y \uparrow (8 \cdot 27 + 28) \cdot 14 \quad A(x_1, y_1) \quad B(x_2, y_2)$$



$$\text{as } 2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14.$$



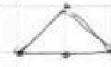
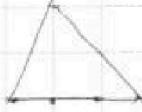
$$2x + y = 14$$

$$2(x+1) + y - 2 = 2x + y = 14$$

$$\frac{4}{2} + 0 - 1 = 1$$

$$S = 3 \cdot 16 = 48,$$

$$S = \frac{15+15+9+2}{2} + \text{кош-1}$$



$$\frac{36}{2} + \text{кош-1} = 48$$

$$18 + x + 1 = 48$$

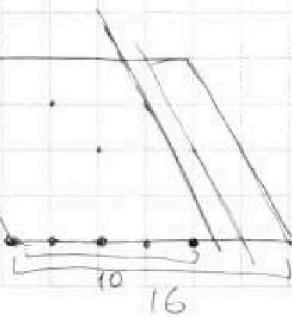
$$x = 48 - 18 + 1 = 31$$

$$2+6+2=14$$

$A(x_1, y_1)$

если $x_1 - x_2 \neq 14$,
иначе B .

$$\begin{array}{r} 9312 \\ + 169 \\ \hline 3581 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b = 1 \quad (ab; a^2 - gab + b^2) = m \neq \max$$
$$(ab, a^2 - gab + b^2) =$$
$$= (ab, a^2 + b^2)$$

п. мо а. п. a^2 b^2 п. мо если $m = 1$

$$\frac{1}{2} \quad 1 - 4 \cdot 2 + 4 = -10 = 3$$

$$(a+b; (a+b)^2 - gab) = (a+b; gab)$$

значит $|HOD(1)| \leq 3$.

9:

$$b=8, a=1 \quad a+b \text{ п.} \quad \text{м.е. } \partial_1(ab, ab) = 1$$

$$\frac{8+1}{1-4 \cdot 8 + 8^2} = \frac{9}{1+64-8 \cdot 6} = \frac{9}{8+1} = \frac{9}{9}$$

Ответ: 9

$$\sum_{i=1}^n \sqrt{a_i} - \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i} > \sqrt{8+1+9} = \sqrt{18}$$
$$h_8 = 8k+9$$
$$h_8 < \sqrt{8+1+9} < \sqrt{8+1+9+9} = \sqrt{27}$$
$$\sqrt{8+1+9} < \sqrt{8+1+9+9} = \sqrt{27}$$

$$\sqrt{8+1+9} < \sqrt{8+1+9+9} = \sqrt{27}$$

$$\frac{h_9}{81} + \frac{3}{\sqrt{27}} < \frac{69}{8+1+9}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \quad ab : 2^{15} \cdot 4^{11} \quad bc : 2^{17} \cdot 4^{18}$$

$$ac : 2^{23} \cdot 4^{39} \quad abc - ?$$

но 2: суммарная степень входящих ≥ 23 .

$$\text{значит } abc : 2^{23}$$

но 4: суммарная степень входящих ≥ 39 .

$$\text{значит } abc : 4^{39}$$

$$abc \geq 2^{23} \cdot 4^{39}$$

$$a' = 4 \quad b' = 8$$

$$c' = 16$$

$$\text{если } a' = 8 \quad b' = 8$$

$$a' = 8, \quad b' = 5 \quad 15 + 13 = 28$$

$$c' = 13$$

$$\text{но 2: } a' + b' \geq 15$$

$$b' + c' \geq 17$$

$$a' + c' \geq 23$$

$$\begin{array}{r}
 +17 \\
 23 \\
 \hline
 40
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 +40 \\
 \hline
 41
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 15 \\
 +33 \\
 \hline
 48
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 +48 \\
 \hline
 49
 \end{array}$$

$$a' + b' + c' \geq \frac{15+17+23}{2} = \frac{55}{2} = 27,5.$$

$$a' + b' + c' \geq 28$$

$$\begin{array}{r}
 10 \\
 +10 \\
 \hline
 20
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 8 \\
 +8 \\
 \hline
 16
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 13 \\
 +13 \\
 \hline
 26
 \end{array}$$

$$\text{но 4: } \begin{cases} a' + b' \geq 11 \\ b' + c' \geq 18 \end{cases} \quad \underbrace{a' + b' + c'}_{\geq 11 + 18 + 13} = \frac{68}{2} = 34$$

$$\begin{cases} a' + b' \geq 11 \\ b' + c' \geq 18 \end{cases} \quad \begin{array}{ccc} a' & \leq & 8 \\ b' & = & 5 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 8 & & 11 \\ 13 & & 18 \end{array}$$

$$\begin{cases} a' + b' \geq 11 \\ b' + c' \geq 18 \end{cases} \quad \begin{array}{ccc} a' & \leq & 8 \\ b' & = & 3 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 8 & & 11 \\ 13 & & 18 \end{array}$$

$$\geq a' + c' \geq 33 \quad c' = 33 \quad 31 \quad 28$$

$$\text{Всего: } abc \geq 2^{28} \cdot 4^{39}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

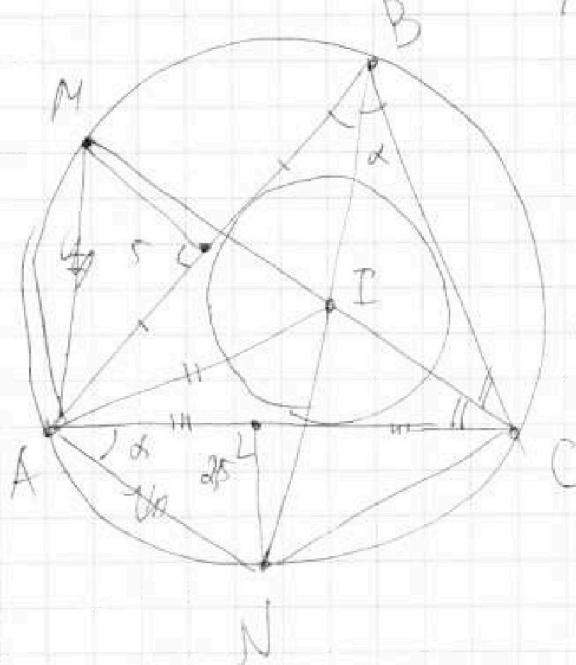
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AO_2^2 = 13 + 13^2 - 2 \cdot 13 \cdot 8 \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)$$

$$= 49 + 17^2 \frac{2x^2 - 2}{x^2 + 1}$$

$$2 \cdot 169 \left(1 - \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right) = 49 + 17^2 x^2$$

$$2 \cdot 169 \left(\frac{x^2 + 1 - x^2 + 1}{x^2 + 1} \right) = 49 + 17^2 x^2$$

$$S_{\triangle ABQ_2} = 4 \cdot 12 x.$$

$$\sin B = \frac{4}{4\sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\cos B = \frac{4x}{4\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

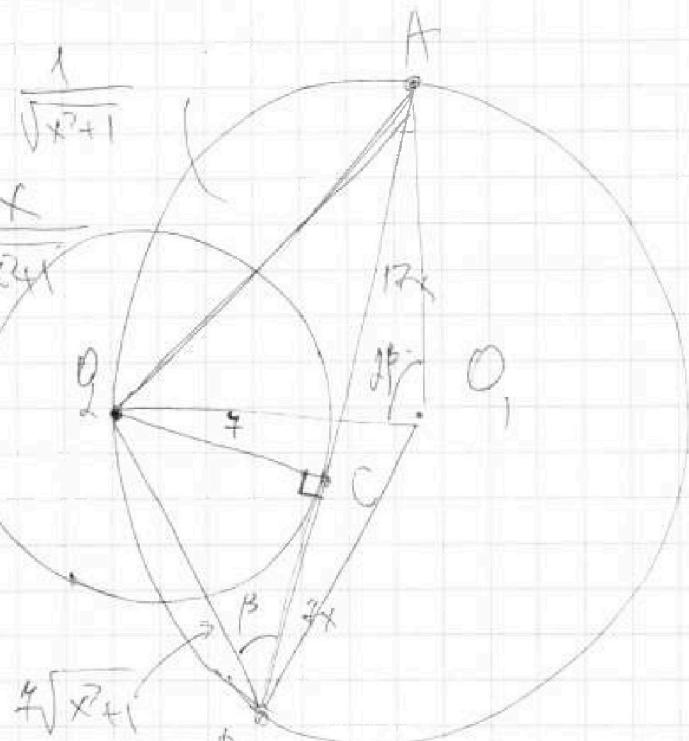
$$O_2 B = \sqrt{49(x^2+1)} = \\ = 7\sqrt{x^2+1}$$

Без АФФ

$$\cos 2B = \frac{x^2}{x^2+1} - \frac{1}{x^2+1} = \frac{x^2 - 1}{x^2+1}$$

$$4 \cdot 169 = (x^2+1) = (x^2+1)(49+289x^2)$$

$$\frac{4 \cdot 169}{x^2+1} = 49 + 289x^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline + 14 \\ \hline + 119 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$+ 1289$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 289 \\ \hline 49 \\ \hline 338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (26-4)(26+4) \\ \hline 36 \\ \hline 338 \\ \hline 338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 2404 \\ 1014 \\ \hline 114244 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \cdot 33 \cdot 4 \cdot 17^2 \\ \times 19 \\ \hline 33 \\ \times 169 \\ \hline 646 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$26 : 13 : 2 \\ x+1 : 13.$$

$$\begin{array}{r} 6462 \\ - 6 \\ \hline 338 \\ - 6 \\ \hline 16 \\ \hline 338 \end{array} \quad \frac{676}{x+1} = 49 + 289x^2.$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sin \alpha}{AN} = \frac{\sin \beta}{AM}$$

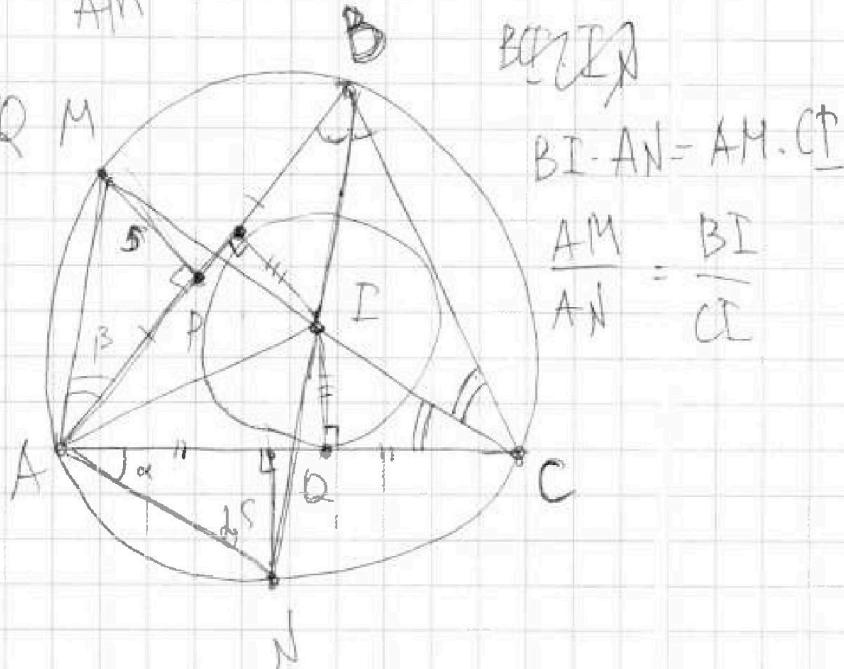
$\triangle A M P \sim \triangle C Q N$

$$\frac{MP}{R} = \frac{AM}{CI}$$

$$\frac{QN}{R} = \frac{AN}{BI}$$

$$\angle = \left(\frac{MP}{R} \right) = \frac{AM \cdot BI}{CI \cdot AN}$$

$$\frac{AM}{AN} = \sqrt{2}$$



$$BI \cdot AN = AM \cdot CI$$

$$\frac{AM}{AN} = \frac{BI}{CI}$$