



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(M1)  $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{27}$$

Пусть  $ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot k_1$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot k_2, \text{ где } k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{N}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{27} \cdot k_3$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot k_1 k_2 k_3$$

Т.к.  $2^{51} \cdot 7^{64} \cdot k_1 k_2 k_3$  - точный квадрат, то  $k_1 k_2 k_3 \vdots 2$

Решим систему:

$$\begin{cases} ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot k_1 \\ bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot k_2 \\ ac = 2^{20} \cdot 7^{27} \cdot k_3 \end{cases}$$

Если максимальная степень входящие 7 в  $k_1, k_2$  меньше 10, то

$$ac \cdot b^2 = 2^{31} \cdot 7^{27} \cdot k_1 k_2$$

Тогда максимальная степень входящие 7 в  $ac \cdot b^2$  не превосходит 36.

Но  $ac = 2^{20} \cdot 7^{27} \cdot k_3$ , степень входящие 7 в  $ac$  не менее 27

$$\Rightarrow k_1 k_2 \vdots 7^{10}$$

Тогда  $k_1 k_2 k_3 \vdots 7^{10} \cdot 2$   
значит,  $k_1 k_2 k_3 \geq 7^{10} \cdot 2$

$$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}$$

Пример для  $k_1 k_2 k_3 = 7^{10} \cdot 2$

$$k_1 = 7^{10}$$

$$k_2 = 2$$

$$k_3 = 1$$

Тогда система имеет решение:

$$a = 7^{20} \cdot 2^8 \quad b = 2^6$$

$$c = 7^{17} \cdot 2^{12}$$

Ответ:  $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(12)

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

т.к.  $\frac{a}{b}$  несократима, то  $(a, b) = 1$

$$a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a^2 - 6ab + b^2 \equiv (a+b)^2 - 8ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\Rightarrow 8ab \equiv 0 \pmod{m}$$

Пусть  $(a, m) \neq 1$

$$(a, m) = k, \quad k \neq 1$$

$$a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a \equiv k, \quad b \not\equiv k \Rightarrow (a+b) \not\equiv k, \text{ но } (a+b) \equiv 0 \pmod{m}, \quad m \equiv k$$

$\Rightarrow$  противоречие

$$\Rightarrow (a, m) = 1$$

Аналогично:  $(b, m) = 1$

$$\Rightarrow 8 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\Rightarrow m \mid 8$$

Пример где  $m=8$ :  $a=1$   $b=7$

$$\frac{8}{1-6 \cdot 7 + 49} = \frac{8}{8} = 1$$

Ответ: 8

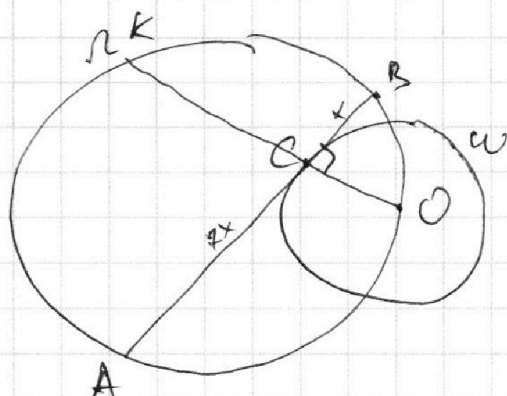
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



O - центр  $\omega$

Радиус  $BC = x$

Радиус  $AC = 2x$

1)  $OC \perp AB$ , т.к.  $AB$  - хорда меньшей

2)  $OC = r$  (как радиус  $\omega$ )

3)  $\text{deg} A$  - центральный угол  $A$

$$\text{deg} A = |AO^2 - r^2| = AC^2 = 49x^2$$

4) т.к.  $KO \perp AB$ , то  $KB^2 + AO^2 = 4R^2$ , где  $R$  - радиус  $\Omega$

5)  $AC \cdot CB = OC \cdot KC$

$$KC = \frac{2x \cdot x}{1} = 2x^2$$

$$6) \begin{cases} KB^2 = 49x^4 + x^2 \\ AO^2 = 1 + 49x^2 \end{cases}$$

$$49x^4 + x^2 + 1 + 49x^2 = 4 \cdot 25$$

$$49x^4 + 50x^2 = 99$$

$$x = 1$$

~~лишнее~~ ~~лишнее~~ ~~лишнее~~ ~~лишнее~~  
лишнее ~~лишнее~~ ~~лишнее~~ ~~лишнее~~  
лишнее ~~лишнее~~ ~~лишнее~~ ~~лишнее~~

Ответ:  $AB = 8x = 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1    2    3    4    5    6    7  
                 

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$8 > \sqrt{61} > 7$$

$$\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} < 0$$

не удовлетворяет

$$x \geq \frac{1}{7}$$

$$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} > \frac{1}{7}$$

Ответ:  $\frac{2}{7}$  ;  $\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

р4

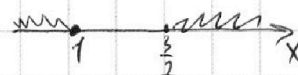
$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Пусть  $a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$   
 $b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

ОДЗ:

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$



$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a - b = (a - b)(a + b) \quad | : (a - b) \neq 0$$

$$a - b = 0 \quad | \quad a + b = 1$$

$$a = b$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$2 = 7x$$

$$x = \frac{2}{7}$$

~~$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$~~

~~$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$~~

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad |^2$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$1 - 7x = -2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$7x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad |^2 \quad 7x - 1 \geq 0$$

$$49x^2 - 14x + 1 = 4 \cdot (2x^2 + 2x + 1)$$

$$x \geq \frac{1}{7}$$

$$47x^2 - 28x - 3 = 0$$

$x = 0$   
не подходит  
 $x \geq \frac{1}{7}$

$$41x = 36$$

$$x = \frac{36}{41}$$

$$D = 22^2 + (2 \cdot 41) = 976 > 0 \quad (2 \text{ корня})$$

$$x_{1,2} = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

*Handwritten signature and scribbles.*

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1    2    3    4    5    6    7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Page

$$(1) \sqrt{(x+8)^2 + (ax+10b)^2} = 1$$

$$(2) x^2 + (ax+10b)^2 = 4$$

$$\begin{cases} D_1 = (16 + 20ab)^2 - 4(1+a^2)(63 + 100b^2) = 0 \\ D_2 = (20ab)^2 - 4(1+a^2)(100b^2 - 4) = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

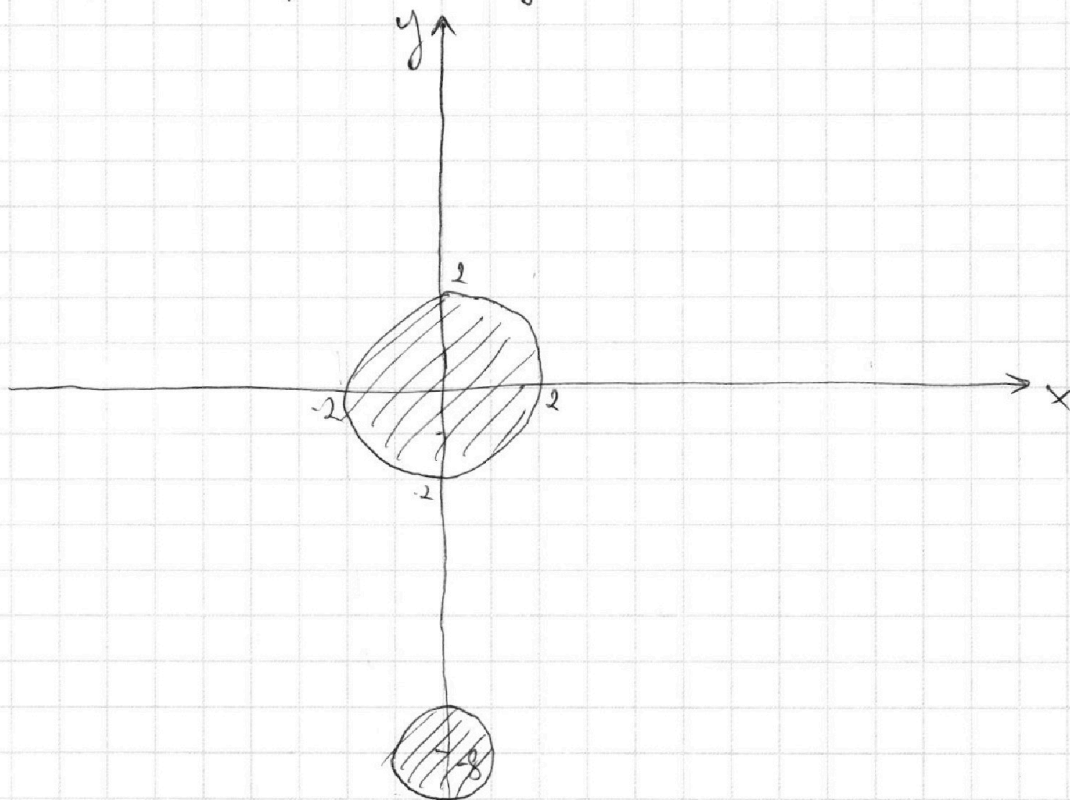
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Точками графика ~~неравенства~~ ~~равенства~~  $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$



Решением неравенства являются точки, принадлежащие или внутренней области окружностей.

Графиком  $ax - y + 10b = 0$  является прямая

Система имеет ровно 2 решения, когда

прямая  $y = ax + 10b$  касается обеих окружностей.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$abc \rightarrow \min ?$$

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10} \quad k_1$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17} \quad k_2$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{57} \quad k_3$$

$$abc \geq 2^{20} \cdot 7^{57}$$

$$(abc)^2 = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot k_1 \cdot 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot k_2 \cdot 2^{20} \cdot 7^{57} \cdot k_3 =$$

$$= 2^{51} \cdot 7^{84} \cdot k_1 k_2 k_3$$

т.е.  $2^{51} \cdot 7^{84} \cdot k_1 k_2 k_3$  - т.кв.  $\Rightarrow k_1 k_2 k_3 : 2$

Тогда  $k_1 = 2$   
 $k_2 = 1$   
 $k_3 = 1$

$$\begin{cases} ab = 2^{15} \cdot 7^{10} \\ bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac = 2^{20} \cdot 7^{57} \end{cases}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{1}{2^2 \cdot 7^7} \quad a = \frac{c}{2^2 \cdot 7^7}$$

$$c^2 = 2^2 \cdot 7^7 \cdot 2^{20} \cdot 7^{57}$$

$$c^2 = 2^{22} \cdot 7^{64}$$

$$c = 2^{11} \cdot 7^{32}$$

$$k_3 = 2$$

$$\begin{cases} ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc = 2^{18} \cdot 7^{17} \\ ac = 2^{20} \cdot 7^{57} \end{cases}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{1}{2^4 \cdot 7^7}$$

$$c^2 = 2^{20} \cdot 2^4 \cdot 7^7 \cdot 7^{57}$$

$b = \dots$   
 $c = \dots$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 12$$

$$D_1 - D_2 = 16 \cdot (16 + 40ab) - 4(1+a^2) \cdot (63 + 100b^2 - 100b^2 + 4) = 0$$

$$16(16 + 40ab) - 4(1+a^2) \cdot 67 = 0$$

$$4 + 4a^2 \quad 4 \cdot 67 + 67 \cdot 4a^2 - 16^2 - 16 \cdot 40ab = 0$$
$$b = \frac{-67 \cdot 4a^2 + 16^2 - 467}{-16 \cdot 40a}$$

$$\frac{(20ab)^2}{(16 + 40ab)^2} = \frac{100b^2 - 4}{100b^2 + 63}$$

$$(100b^2 + 63)(20ab)^2 = (100b^2 - 4)(16 + 40ab)^2$$

$$100b^2 \cdot 400a^2b^2 + 63 \cdot 400a^2b^2 = \cancel{100b^2} \cdot \cancel{16}$$

80

$$\begin{array}{r} 49x^4 + 50x^2 - 99 \\ \underline{49x^4 - 49x^2} \\ 49x^3 + 50x^2 \\ \underline{49x^3 - 49x^2} \\ 99x^2 - 99 \end{array} \quad \begin{array}{l} x-1 \\ \hline 49x^3 + 49x^2 + 99 \end{array}$$

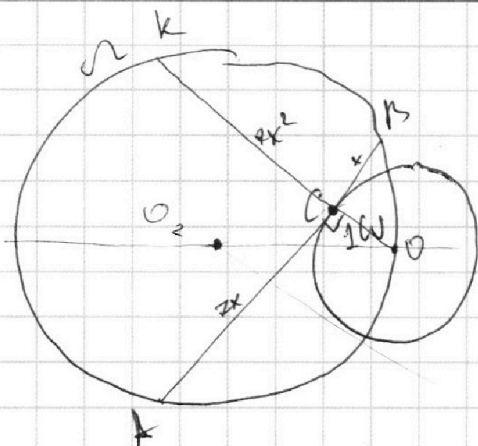
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \text{деp } C &= |CO_2^2 - 25| = 9x^2 \\ \text{деp } A &= AO^2 - 1 = 49x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KK'^2 + AO^2 &= 4R^2 = 4 \cdot 25 \\ 49x^4 + x^2 + 49x^2 + 1 &= 100 \\ 49x^4 + 50x^2 &= 99 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

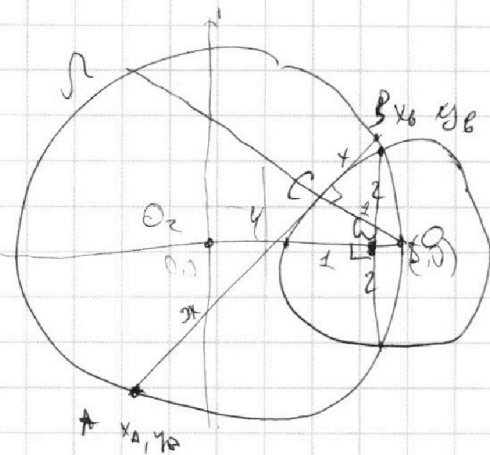
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$d^2 = d^2 - r^2$$

$$n = 8$$

$$y = 0$$

$$1 - 1$$

$$y = 0 \cdot x + 0$$

$$(x - 5)^2 + y^2 = 1$$

$$A, B: x^2 + y^2 = 25$$

$$y = kx + b$$

$$fab; m$$

$$C?$$

$$(a, b) = 1$$

$$m \leq fab$$

$$m \neq uab$$

$$a + b = m$$

$$m \neq 2ab$$

$$m = 2ab, \text{ then } b = 1$$

$$a^2 = fab + b^2 \quad ; m$$

$$m = ab$$

$$a + b^2 = fab \quad ; m$$

$$\begin{cases} +sab : m \\ a+b : m \end{cases}$$

$$gab + a + b = a(sb + 1) + b$$

$$a + b \quad ab$$

$$a(b + 1) + b = 8$$

$$a + b : 2ab$$

$$\sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} =$$

$$\begin{cases} b = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$a + 1 : 2a$$

$$= \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2}$$

$$x_A^2 + x_C^2 - 2x_A x_C + y_A^2 + y_C^2 - 2y_A y_C = 49 x_B^2 + \dots$$

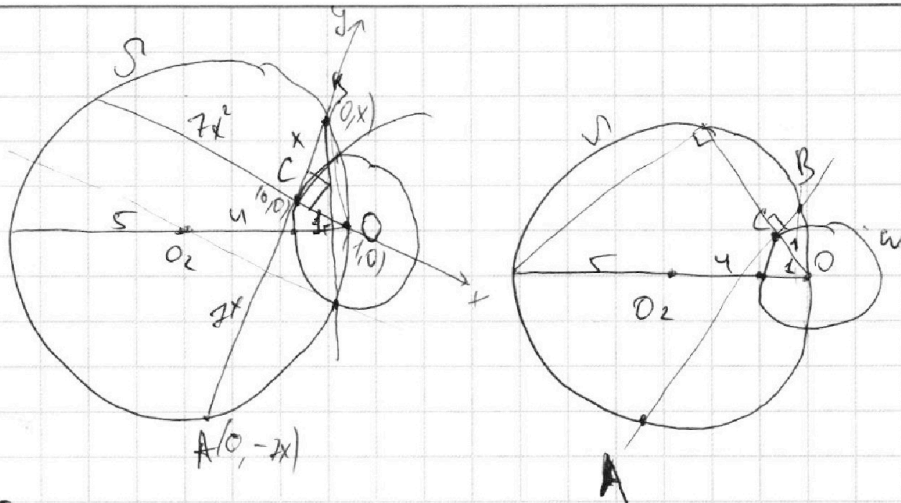
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

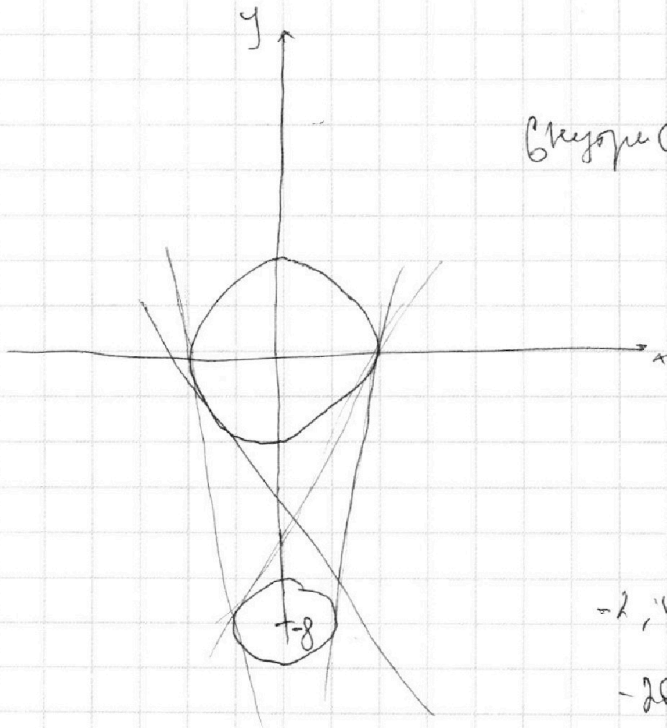


$\frac{AC}{BC}$   
 $AB = ?$   
 $OA = 49x^2 = AO^2 - 1$

№6

1 решение

В центре



подчеркнул мид осне  
 мид етуал окружности

$y = ax + 10b$

$-2, 10$   
 $-2a = 0$

$(x+8)^2 + (ax + 10b)^2 = 1$   
 $x^2 + (ax + 10b)^2 = 4$   
 $x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1$   
 $x^2(a^2+1) + x(16+20ab) + 100b^2+63 = 0$   
 $(16+20ab)^2 - 4(a^2+1)(100b^2+63) = 0$   
 $(20ab)^2 - 4(a^2+1)(100b^2-4) = 0$   
 $16 \cdot (16+40ab) - 4(a^2+1)(67) = 0$   
 $16^2 + 16 \cdot 40ab - 4 \cdot 67a^2 - 4 \cdot 67 = 0$

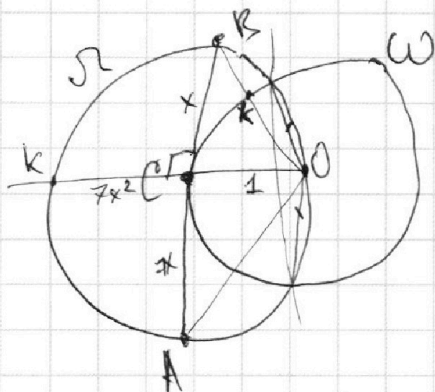
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AC}{CB} = 7$$

$$AB = ?$$

$$x^2 = 7x^2$$

$$r_{\Omega} = 1$$

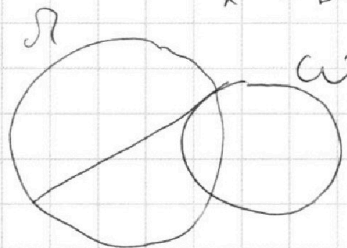
$$r_{\Omega'} = 5$$

$$x^2 = BK(BK+2)$$

$$7x^2 = KC$$

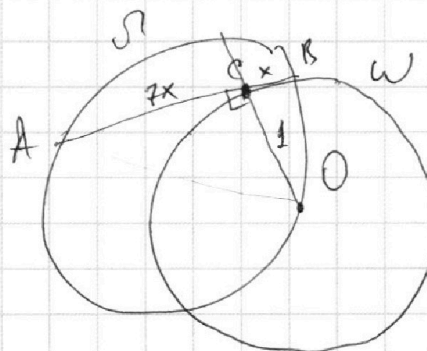
$$x^2$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{7}}$$



$$AB = ?$$

$$r_{\Omega} = 5$$



$$x^2 = BK(BK+2)$$

$$x^2 + 1 = BK^2$$

$$x^2 = BK^2 + BK$$

$$(BK + BK)^2 = x^2 + 1$$

$$BK(BK+2) = x^2$$

$$BK^2 + 2BK + BK = BK^2 + BK + 1$$

$$(BK + BK)^2 = (BK + 1)^2$$

$$BK + BK = BK + 1$$

$$BK = 1$$

$$\frac{1+7}{1-6 \cdot 7+49} = \frac{8}{8}$$

$$BK + BK = BK + 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$n \in \mathbb{Z}$

$$(a, b) = 1$$

$$a, b \in \mathbb{N}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$M \rightarrow \max ?$$

$$a+b = 5b = -2b$$

$$\begin{cases} a+b : M \\ a^2 - 6ab + b^2 : M \end{cases}$$

$$\begin{matrix} a : M \\ b : M \end{matrix}$$

$$a \equiv -b \pmod{m}$$

$\oplus$

$$b^2 + 6b^2 + b^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\begin{cases} 8b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ 8a^2 \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$m \geq 8$$

$$(a, b) = 1$$

$$8ab \equiv 0 \pmod{m}$$

Если  $m$  — чл  $\Rightarrow a, b$  — чл

$$a \geq b$$

$$\begin{cases} 8ab : m \\ a+b : m \end{cases}$$

$$\begin{aligned} m &\leq 8ab \\ m &\leq a+b \leq 8ab \end{aligned}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{m \cdot z_1}{m \cdot z_2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{m \cdot z_1}{(m \cdot z_1)^2 - m \cdot z_2} = \frac{z_1}{m z_1^2 - z_2}$$

$$m \leq a+b$$

$$8ab = k(a+b)$$

$$a+b : m$$

$$a^2 - 6ab + b^2 : m$$

$$\begin{aligned} 8ab &: m \\ m=8 &\rightarrow 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &\equiv k_1 z_1 \\ b &\equiv k_2 z_2 \end{aligned}$$

$$m = k_1 \cdot k_2 \cdot 2^i$$

$$k_1 z_1 + k_2 z_2 : m$$

$$k_1 z_1 + k_2 z_2 : k_1 k_2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~а~~ ~~б~~ очень вхождение  $z$  в  $a$  и  $b$  по  $z$  в  $a$  и  $b$   
- 11-  $z$  в  $c$  по  $z$  в  $a$  и  $b$

$ac$  - сумм.  $z$  в  $a$  и  $c$  не меньше  $z$

след  $\Rightarrow$   $k_1 k_2 : 7^{20}$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{20}$$

$$bc = 2^{18} \cdot 7^{17}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$(abc)^2 = 2^{61} \cdot 7^{14} \cdot 2 \cdot 7^{10}$$

$$abc = 2^{30} \cdot 7^{37}$$

$$a = 7^{20} \cdot 2^{14}$$

$$c = 7^{17} \cdot 2^{18}$$

$$b = 2^{10} \cdot 7^6$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{20}$$

$$bc = 2^{18} \cdot 7^{17}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\frac{8}{49} - \frac{10^{12}}{7} + 3 = \frac{8 - 70 + 349}{49} = \frac{85}{49}$$

$$\frac{8}{49} + \frac{4^2}{7} + 1 = \frac{8 + 18 + 49}{49} = \frac{85}{49}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№12

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 - 7x$$

$a$ 
 $b$ 
 $a^2 - b^2$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a \cdot b = (a - b)(a + b)$$

$$a - b = 0$$

$$a = b$$

$$a + b = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$D = 4 - 8 < 0$$

$$x_0 = \frac{5}{4}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{4}$$

$$x_0 = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$y_0 = \frac{2 \cdot 25 - 25 + 3}{16} = \frac{25}{16}$$

$$x_1 = 1$$

$$y_0 = 2 \cdot \frac{1}{4} - 1 + 1 = \frac{1}{2}$$

$$= 3 - \frac{80}{16} = x_2 = \frac{8}{4} = 2$$

~~$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 - 7x$~~

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 12 \\ \hline 82 \\ 41 \\ \hline 492 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 41 \\ \hline 12 \\ 48 \\ \hline 492 \end{array}$$

$$= \frac{-2}{16}$$

$$484 + 492 = 976 = 2^2 \cdot 20$$

$$\frac{2}{7} \quad (41)$$

$$\frac{36}{41} \quad (7)$$

$$484 + 492 =$$

$$82$$

$$216$$

$$\begin{array}{r} 484 \\ + 492 \\ \hline 976 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 484 \\ + 492 \\ \hline 976 \end{array}$$

$$976 = 4 \cdot 244 = 4 \cdot 4 \cdot 61$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$

~~108~~

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 34 \\ \hline 136 \\ 102 \\ \hline 1156 \end{array}$$

$$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

$$\frac{25}{41}$$

$$\frac{1}{7} \quad (41)$$