



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

4. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

5. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

6. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

7. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Обозначим через X_p степень входящего простого числа p в числе $x \in N$. Числа 2 и 7 - простые \Rightarrow если одно из них входит в число y в степени n ($y_2 = n$ напр.), то в числе z в степени m ($z_2 = m$), то в числе xy в степени $n+m$. Если число X : p^k ~~входит~~, то $X_p \geq k$. Тогда получим:

$$+ \begin{cases} a_2 + b_2 \geq 14 \\ b_2 + c_2 \geq 17 \\ a_2 + b_2 + c_2 \geq 20 \end{cases} \quad \begin{aligned} & 2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 51 \\ & a_2 + b_2 + c_2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 26 \end{aligned}$$

Т.о. в числе 2 входит в число ≥ 26 степени

$a_7 + c_7 \geq 37 \Rightarrow$ м.к. $b_7 \geq 0$, то $a_7 + c_7 + b_7 \geq 37$, то в числе 7 входит в число ≥ 37 степени

$$\Rightarrow abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}$$

Пример на $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$:
 $a = 2^9 \cdot 7^{10}$
 $b = 2^6$
 $c = 2^{11} \cdot 7^{27}$

Конечно убедиться, что все числа кратны 49.

$$\text{Объем: } 2^{26} \cdot 7^{37}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $a^2 - 6ab + b^2 = (a+b)(b-7a) + 8a^2$.

То ус. $\frac{a}{b}$ кесокр., т.е. a и b взаимно просты:
 $(a; b) = 1 \Rightarrow (a+b; b) = 1$ и $(a+b; a) = 1$.

Надо найти наибольшее m такое, что $(a+b) : m$
и $((a+b)(b-7a) + 8a^2) : m$.

$(a+b)(b-7a) : (a+b) : m \Rightarrow ((a+b)(b-7a) + 8a^2) : m$, только
если $8a^2 : m$. Т.к. $(a+b; a) = 1$, то и $(a+b; a^2) = 1$
 $\Rightarrow (a^2; m) = 1 \Rightarrow 8 : m \Rightarrow m \leq 8$.

Проверим на 8: $a=1, b=7$

Тогда $\frac{1}{7}$ - кесокр., $a+b=8$, $a^2 - 6ab + b^2 = 8 \Rightarrow$ ищем
окр. на 8, 4.7.д,

Ответ: 8.

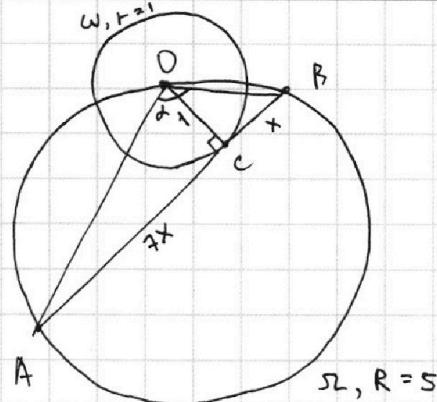
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|---|--------------------------|---|-------------------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input checked="" type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 7 |
|--------------------------|---|--------------------------|---|-------------------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Т.к. $O - \text{центр } \omega \Rightarrow OC \perp AB$
(рад. ω п. кас.) - $BC = x \Rightarrow AC = 2x$.

Т.о. т.к. $\triangle OCB \sim \triangle OCA$:

$$OB = \sqrt{x^2 + 1} \quad OA = \sqrt{49x^2 + 1}$$

Т.к. $\angle AOB = \alpha$. Т.к. $\sin \alpha$ в $\triangle AOB$:

$$S = \frac{1}{2} \cdot OC \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3x = 4x$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot OB \cdot \sin \alpha = \frac{\sin \alpha}{2} \cdot \sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)}$$

Т.о. т.к. $\frac{AB}{\sin \alpha} = 2R \Rightarrow \frac{8x}{\sin \alpha} = 10 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4x}{5}$

$$4x = \frac{1}{2} \cdot \frac{4x}{5} \cdot \sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)} ; \quad x \neq 0 \quad (x - \text{длина})$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)} = 10$$

$$49x^4 + x^2 + 49x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$\blacksquare \quad x^2 = t \Rightarrow t > 0 \quad \blacksquare$$

$$49t^2 + 50t - 99 = 0$$

~~$$49t^2 + 50t - 99 = 0$$~~

$$\frac{D}{4} = 25^2 + 49 \cdot 99 = 625 + 4851 = 5476 = 74^2$$

$$\Rightarrow t = \frac{-25 \pm 74}{49} ; \quad t > 0 \Rightarrow t = \frac{74 - 25}{49} = 1$$

$$\text{Т.о. } x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 ; \quad \text{м.к. } x > 0 , \quad \text{т.о. } x = 1$$

$$\Rightarrow AB = 8x = 8 .$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $(2x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 2x + 1) = 2 - 7x$. Сделаем
замену $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = a$ и $\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = b$. Тогда:

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$(a - b)(a + b) - (a - b) = 0$$

$$(a - b)(a + b - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = b \\ a + b = 1 \end{cases}$$

Вернём замену. Нужно найти x , а потом проверить
ограничение.

$$\begin{aligned} 1) \quad \sqrt{2x^2 - 5x + 3} &= \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \\ 2x^2 - 5x + 3 &= 2x^2 + 2x + 1 \\ 7x - 2 &= 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2}{7} \end{aligned}$$

Заметим, что для $2x^2 + 2x + 1 \geq \frac{D}{4} = 1 - 2 = -1 < 0 \Rightarrow$
 $2x^2 + 2x + 1 > 0$ при любых x .

$$2x^2 - 5x + 3 = 2(x-1)(x-\frac{3}{2})$$

при $x = \frac{2}{7}$: $= 2 \cdot (\frac{2}{7}-1) \cdot (\frac{2}{7}-\frac{3}{2}) \Rightarrow > 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$
подходит.

$$\begin{aligned} 2) \quad \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} &= 1 \\ 2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} &= 1 \\ 4x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} &= 0 \end{aligned}$$

Заметим, что для $4x^2 - 3x + 3 \geq 9 - 4 \cdot 12 = -39 < 0 \Rightarrow$
 $4x^2 - 3x + 3 > 0$ при любых x . Т.к. $\sqrt{\dots} \geq 0$, то
лев. часть $> 0 \Rightarrow$ равенство 0 не уд.

Ответ: $\frac{2}{7}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$
$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 12 \Rightarrow y_2 \text{ и } y_1 \text{ одной четности}$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4 = 0 \end{cases}$$

$$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) < 0$$

↙ скобки разного знака.

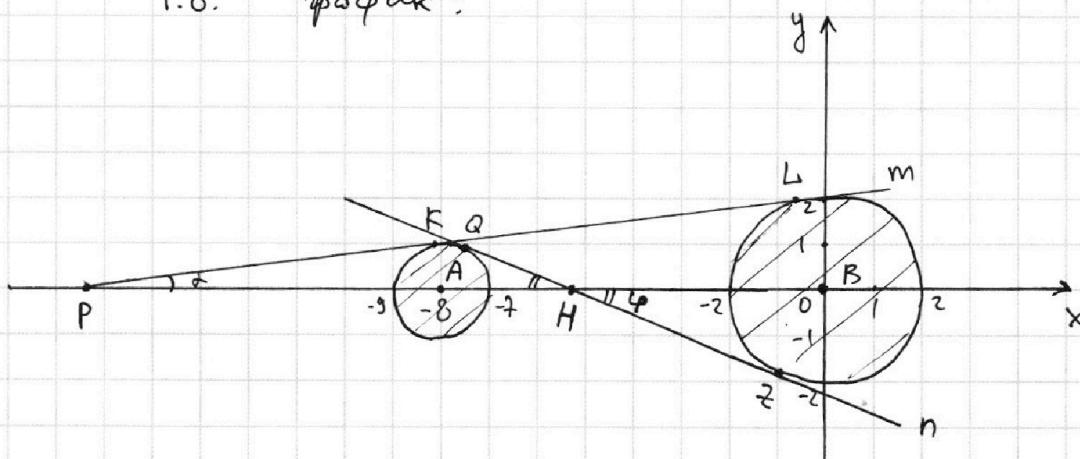
Рассмотрим график это кир-ба.

$(x+8)^2 + y^2 = 1$ - окр. с центром $(-8; 0)$, $R = 1$

$x^2 + y^2 = 4$ - окр. с центром $(0; 0)$, $R = 2$.

Тогда очев. что эти окр. не имеют общих точек \Rightarrow если в третьем в совокупности вспомним скобки до и после бояль разного знака, то это означает внутри одной и вне другой окружности \Rightarrow просто области внутри окр.

Т.о. график:



$$2) y = ax + 106$$

График - прямая, tg угла наклона $= a$, пересек. ось ОУ в т. $(0; 106)$.

Т.о. усл. должны быть ровно 2 реш. \Rightarrow ровно 2 общие точки этой пр. и построенных окр. и их внутри оби. Если пр. пересечёт какую-то окр., то общих точек сразу станет бесконечные шт-бо.

Значит, она может их только касаться. Но тогда всего с каждой окр. но ≤ 1 оби. т. \Rightarrow всего ≤ 2 \Rightarrow т.к. нужно 2, то пр. кас. обеих окр. \Rightarrow шт-бо подходящих пр. - ~~но~~ общие касат. окр. с н. продолжение на другой листе

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Всего 2 внешние и 2 внутр. кас. Линии центров окр лежат на оси $Ox \Rightarrow$ внеш. кас. симм. относит. Ox и внутр. тоже симм. отн. $Ox \Rightarrow$ найдем углы наклона 1 внутр. и 1 внеш. кас, а через них из симметрии найдем для другой кас. Триведём эти кас. на графике, пусть m и n . А и В - центры окр., т. кас. и пересел. обознач. на рис.

- m : $BL = 2$, $BL \perp m$; $AK = 1$, $AK \perp m$ (рад. б т. кас.), $\angle LPB = \alpha$ - обн. $\Rightarrow \triangle PKA \sim \triangle PLB$ по 2 углам. $AB = 8$

$$\Rightarrow \frac{PB}{PA} = \frac{BL}{AK}$$

$$\frac{PA + 8}{PA} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{8}{PA} = 1 \Rightarrow PA = 8$$

~~PA~~ \Rightarrow по т. ТиФ. $PK = \sqrt{PA^2 - AK^2} = 3\sqrt{7}$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{AK}{PK} = \frac{1}{3\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{21}$$

- n : аналог. $AQ = 1$, $AQ \perp n$; $BZ = 2$, $BZ \perp n$, $\angle QHA = \angle ZHB = \varphi$ (бернук) $\Rightarrow \triangle QHA \sim \triangle ZHB \Rightarrow \frac{BZ}{AQ} = \frac{BH}{AH}$

$$\frac{2}{1} = \frac{8 - AH}{AH} \Rightarrow \frac{8}{AH} = 3 \Rightarrow AH = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow$$
 по т. ТиФ. $QH = \sqrt{AH^2 - AQ^2} = \sqrt{\frac{64}{9} - 1} = \frac{\sqrt{55}}{3}$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{AQ}{QH} = \frac{3}{\sqrt{55}} = \frac{3\sqrt{55}}{55}$$

$$\text{т.о. } a = \tan \alpha = \frac{\sqrt{7}}{21}, \quad a = \tan(180^\circ - \alpha) = -\frac{\sqrt{7}}{21}, \quad a = \tan \varphi = \frac{3\sqrt{55}}{55},$$

$a = \tan(180^\circ - \varphi) = -\frac{3\sqrt{55}}{55}$. Т.к. только с таким углом наклона м.д. касам., а козяк. соб. огв. подбирается, гипотеза подбирается при верх/вниз и попадает в касание.

Ответ: $\frac{\sqrt{7}}{21}, -\frac{\sqrt{7}}{21}, \frac{3\sqrt{55}}{55}, -\frac{3\sqrt{55}}{55}$.

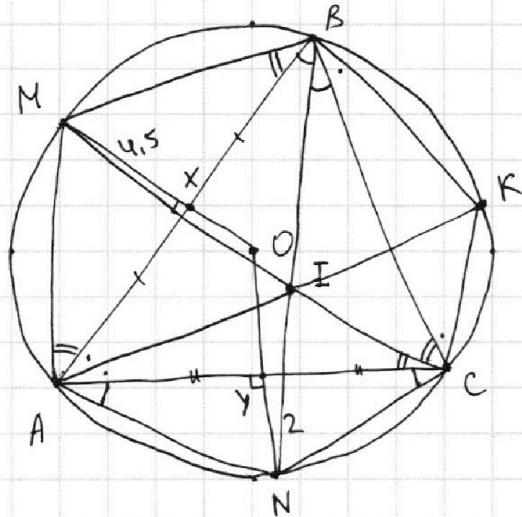
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Т.к. M и N - середины
 $\angle AKB$ и $\angle BAC$, то перп.
из M и N на AB и AC
шестк. явн. сер. пер-ами
и пересек. в центре
опис. окр. т. O . $OA = R$ опис.
т.к. I - ищем пр
 $\triangle ABC \Rightarrow BI$ лежит в
т. N , т. C в $\angle B$ т. M . Т.к.
лежит о ABC т. I лежит
 $IN = AN = NC$, $IM = MA = MB$,
 $IK = BK = CK$.

т.о т. $\triangle DAY$ и $\triangle OAX$: $AY^2 = R^2 - (R-4,5)^2$, $AX^2 = R^2 - (R-4,5)^2$

$$AY = \sqrt{4R-4}, \quad AX = \sqrt{9R-4,5}$$

$$AC = 2\sqrt{4R-4}, \quad AB = 2\sqrt{9R-4,5}$$

$\triangle ANY$ и $\triangle AMX$: $AM^2 = AX^2 + 4,5^2 = 9R$, $AN = 4R$

$$AM = 3\sqrt{R}, \quad AN = 2\sqrt{R}$$

Следим т. I : $AI \cdot IK = IB \cdot IN = IC \cdot IM$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

черновик

$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

$$(-8, 0), R=1$$

1) граница обеих
2) разного знака

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$(0, 0), R=2$$

$$\alpha < b$$

$$\alpha \leq b-1$$

$$\alpha > 2$$

$$b=3$$

$$y = \alpha x + 106$$

проходит через $(0, 106)$, крутится

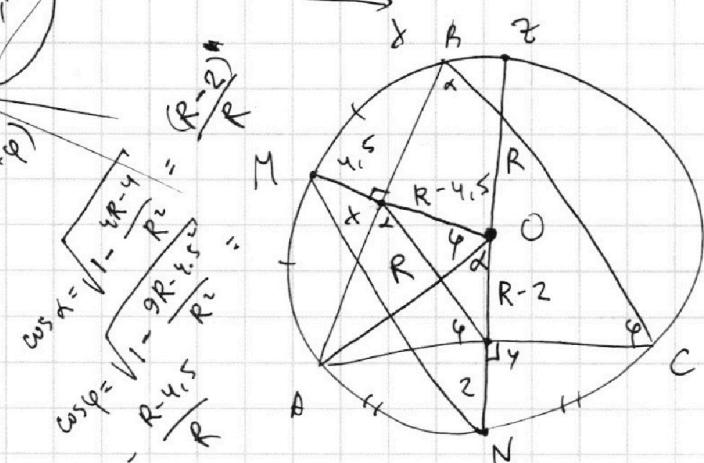
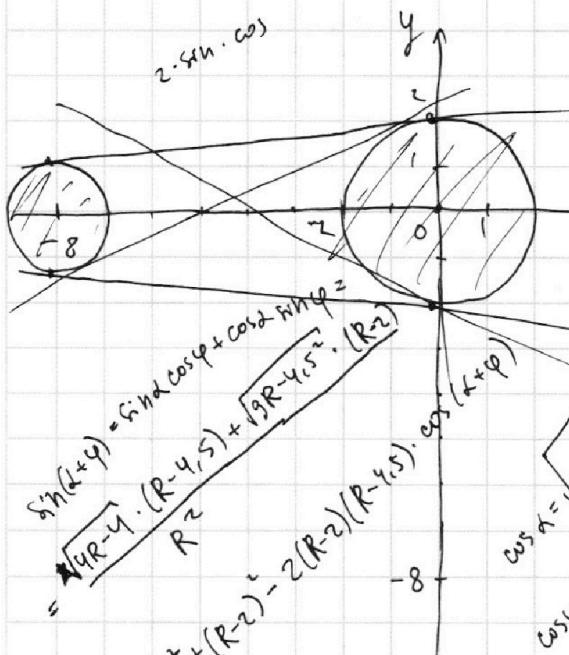
$$\begin{aligned} 2+3 &= 5 \\ 2^2+3^2 &= 6 \cdot 2 \cdot 3 = \\ &= 4+9-36 > 5 \end{aligned}$$

бесконечное
множество
секр.

$$y_1 = \alpha x_1 + 106$$

$$y_2 = \alpha x_2 + 106$$

$$\tan \alpha = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = 0$$



$$\begin{array}{r} XY = (R-4,5) \times (R-2) - 2(R-2)(R-4,5) \cdot \cos(\alpha+\beta) \\ = \frac{R^2-6R+1}{R^2+R} \end{array}$$

$$a^2 - 6ab + b^2 = (a+b)(b-a) + 8$$

$$(a+b)(b-a) + 8a^2$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 576 \times 9 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{R-1}}{R}$$

$$\begin{array}{r} 8, R^2 - 4R + 4 \\ \hline 24 \\ 16 \\ \hline 8 \\ 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$AY = R^2 - (R-2)^2 = 4R - 4$$

$$AX = 2\sqrt{R-1} = \sqrt{R-9R+9,5^2}$$

$$AX = R^2 - (R-4,5)^2 = 9R - 4,5^2$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{9R-4,5^2}}{R}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

черновик

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$7: a_7 + b_7 = 10$$

$$b_7 + c_7 = 17$$

$$a_7 + c_7 = 37$$

$$1: a_7 + b_7 + c_7 = 32$$

$$\begin{array}{r} 74 \\ \times 74 \\ \hline 296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 518 \\ \times 76 \\ \hline 5476 \end{array}$$

$$a_7 + b_7 + c_7 = 37$$

$$a_7 = 10$$

$$b_7 = 0$$

$$c_7 = 27$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ \times 76 \\ \hline 456 \\ 532 \\ \hline 5776 \end{array}$$

$$(a, b) = 1$$

$$\frac{a+b}{a^2 - ab + b^2}$$

$$a^2 - ab + b^2$$

$$2x^2 - 5x - 13$$

$$2(x-1)(x-\frac{3}{2})$$

$$4$$

$$1 \cdot 8x = \sqrt{(x^2+1)(4x^2+1)} \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{8x}{\sin \alpha} = 2 \cdot 5$$

$$\sin \alpha = \frac{8x}{10} = \frac{4x}{5}$$

$$4x^2 - 3x - 3$$

$$x_0 = \frac{3}{8}$$

$$y_0 = 4 \cdot \frac{9}{64} - 3 \cdot \frac{3}{8} + 3 = \frac{9}{16} - \frac{18}{16} + 3 =$$

$$2: a_2 + b_2 = 14$$

$$b_2 + c_2 \geq 17 = 3 \cdot \frac{9}{16} > 1$$

$$a_2 + c_2 \geq 20$$

$$2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 51$$

$$a_2 + b_2 + c_2 \geq 26$$

$$\cancel{a_2 + b_2 + c_2 \geq 51}$$

$$\cancel{a_2 + b_2 + c_2 \geq 26}$$

$$\cancel{a_2 + b_2 + c_2 \geq 26}$$