МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right)\leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

$ab \vdots 2^{14}\cdot 7^{10}$
$bc \vdots 2^{17}\cdot 7^{17}$
$ac \vdots 2^{20}\cdot 7^{37}$

стоит отметить, что те числа, на которые делятся ab; bc; ac – это и есть минимальные значения ab; bc; ac соответственно, тогда перемножим их и извлечем корень

$\sqrt{ab\cdot bc\cdot ac} = abc = \sqrt{2^{51}\cdot 7^{64}}$ но видно, что не извлечь целый корень из 2^{51}, но числа a; b; c натуральные, поэтому abc - натурально, нужно понять в какую сторону округлять т.к. взяли минимальные значения, то $\sqrt{2^{51}}$ - минимально возможный, то $\sqrt{2^{50}}$ не может быть, тогда берем $\sqrt{2^{52}} = 2^{26}$

получается, что $abc = 2^{26}\cdot 7^{32}$. теперь стоит обратиться к условию и проверить верность суждений. мы знаем на что делятся попарные произведения, то для произведения всех трех этих чисел должны делиться на попарные ~~...~~, значит но сразу видно, что $7^{32} \not\vdots 7^{37}$, то 7^{32} н/у, тогда $abc = 2^{26}\cdot 7^{37}$ подберем какой-нибудь пример, чтобы это выполнялось

пусть $a = 2^{9}\cdot 7^{15}$
$b = 2^{6}$
$c = 2^{11}\cdot 7^{22}$

$abc = 2^{26}\cdot 7^{37}$

$ab = 2^{15}\cdot 7^{15} \Rightarrow ab \vdots 2^{14}7^{10}$
$bc = 2^{17}\cdot 7^{22} \Rightarrow bc \vdots 2^{17}\cdot 7^{17}$
$ac = 2^{20}\cdot 7^{37} \Rightarrow ac \vdots 2^{20}\cdot 7^{37}$

Значит, вариант $abc = 2^{26}\cdot 7^{32}$ - возможен, удовлетворяет всем условиям и минимален.

Ответ: $abc = 2^{26}\cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1) преобразуем дробь $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$, тогда

$\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2-8ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$ отсюда следует, что

если ~~ко~~ дробь сокращается на m, то 1) $m \le a+b$

2) $(8ab)$ и $(a+b)$ имеют общий делитель m

т.к в знаменателе сумма квадрата числителя и какого-то числа, то сокращение возможно если в случае, когда это число имеет общ. делитель с числителем., тогда

найдем наибольший общий делитель чисел $(8ab)$ и $(a+b)$

1) $\frac{a}{b}$ - несократимая дробь, $(a \in N;\ b \in N)$, то есть a и b - взаимно простые числа. Сумма взаимно простых чисел не делится ни на одно из этих чисел. представим $(a+b)$ в виде произведения

$a+b = p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} \cdot p_3^{x_3} \ldots$ ~~[illegible]~~ ни одно из этих чисел или их произвед. не равно a или b

$8ab = 8 \cdot a \cdot b$

Значит единственный возможный общий делитель - это 2^x

~~[illegible]~~ $x \le 3$, тогда максимальный делитель: 8

Значит, $m = 8$ - наибольший общий делитель

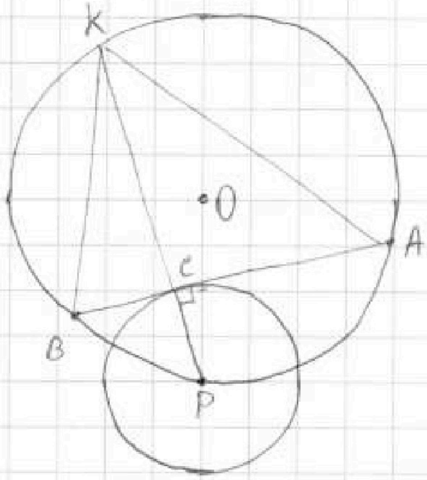
Ответ: $m = 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



P - центр окр ω

O - центр окр Ω

$PC \cap \Omega = K$

Пусть $BC = x$, то $AC = 7x$, тогда

$AB \cap PK = C$ - точка пересеч хорд в окр, то

$BC \cdot AC = PC \cdot CK$

$x \cdot 7x = 1 \cdot CK$

$CK = 7x^2$

PC - радиус, провед в т касания

$PC \perp AB$

в $\triangle ACK$ $\angle C = 90^\circ$ - по выше доказ.

по т. Пифагора

$AK = \sqrt{49x^4 + 49x^2} = 7x\sqrt{x^2+1}$

в $\triangle BCK$ $\angle C = 90^\circ$ по выше доказ., то по т. Пифагора

$BK = \sqrt{49x^4 + x^2} = x\sqrt{49x^2+1}$

окр Ω описана около $\triangle ABK$

$R_{опис} = \frac{BK \cdot AK \cdot AB}{4 S_{ABK}}$ $\qquad S_{ABK} = \frac{1}{2} CK \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 7x^2 \cdot 8x$

$R_{опис} = 5$ - по усл $\quad 5 = \frac{x\sqrt{49x^2+1} \cdot 7x\sqrt{x^2+1} \cdot 8x}{2 \cdot 7x^2 \cdot 8x} \Rightarrow$

$\Rightarrow 10 = \sqrt{49x^2+1} \cdot \sqrt{x^2+1}$

$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$ $\qquad x = 1$ - корень

$$
\begin{array}{l|l}
49x^4 + 50x^2 - 99 & x - 1 \\
\underline{49x^4 - 49x^3} & 49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 \\
\quad 49x^3 + 50x^2 & \\
\quad \underline{49x^3 - 49x^2} & \\
\qquad 99x^2 & \\
\qquad \underline{99x^2 - 99x} & \\
\qquad\quad 99x - 99 & \\
\qquad\quad \underline{99x - 99} & \\
\qquad\qquad 0 &
\end{array}
$$

$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 = 0$

$x = -1$ - корень

$$
\begin{array}{l|l}
49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 & x + 1 \\
\underline{49x^3 + 49x^2} & 49x^2 + 99 \\
\quad 0 + 99x + 99 & \\
\quad \underline{99x + 99} & \\
\qquad 0 &
\end{array}
$$

$(49x^2 + 99)(x-1)(x+1) = 0$

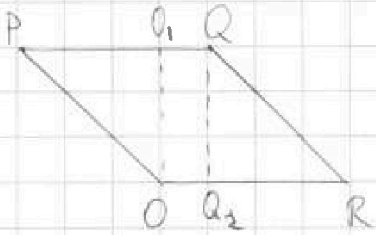
$x = 1$ - единственный неотрицательный корень, то

$AB = BC + AC = x + 7x = 8x = 8 \cdot 1 = 8$

Ответ: $AB = 8$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ



$O(0;0)$ $R(15;0)$
$P(-12;24)$ $Q(3;24)$

Итак, опустим перпендикуляр из т. O на PQ и из т. Q на OR

1. $O_1O = 24$ – расстояние между пр. OR и PQ $24-0=24$
2. $OQ_1 = 3$ x координата т. O и x коорд т. Q $3-0=3$
3. $PO_1 = PQ - O_1Q = 15 - 3 = 12$ $|-12-3| = 15$

4. Значит, в $\triangle PO_1O$ как и в $\triangle QQ_1R$ 12 подобных треуг с целочисленными катетами, тогда т.к.

$\frac{PO_1}{OO_1} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ посчитаем кол-во целочисленных точек

$\underbrace{\underset{(\text{перв})}{1} + \underset{(\text{непол. паяны})}{3} + 5 + 7 + \ldots}_{12+1=13}$

$\Sigma_{ap} = \frac{2\cdot 1 + 2(13-1)}{2}\cdot 13 = \frac{2+12\cdot 2}{2}\cdot 13 = 169$

кол-во целочисленных точек в прямоуг O_1QQ_1O $(O_1Q-1)\cdot 24 = 2\cdot 24 = 48$

Итого в п-ме $169+48=217$ целочисленных точек

$2(x_2-x_1)+(y_2-y_1)=12$, то есть все прямоугольники с четными сторонами содержат по 2 парных точек

вариантов сторон 6

может поместится только 2 прямоуг: 10×2 и 2 прямоуг. длины 12

по 1 прямоуг 4×8 и 6×6

всего 6 вариантов каждый может быть использован несколько раз т.к. можно поместить и в отрицательную часть, то прибавляется еще ~~столько же~~ 6 вариантов по несколько раз

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

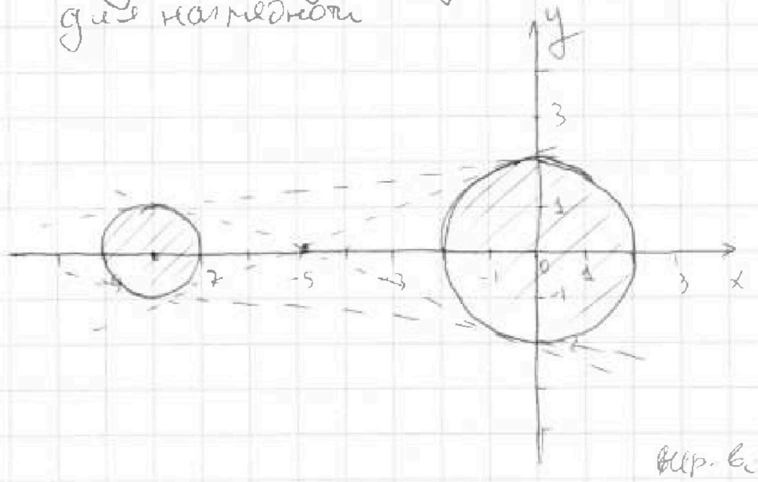
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \le 0 \end{cases}$$

итак, рассмотрим (второе) нер-во

$(x+8)^2 + y = 1$ – ур. окружности $R = 1$ центр $(-8;0)$

$x^2 + y^2 = 4$ – ур. окружности $R = 2$ центр $(0;0)$ построим для наглядности



возьмем точки $A(0;0)$, $B(-8;0)$ и $C(5;5)$
тогда видно, что в т. A и B значение левой части нер-ва отрицательное, в т. C значение положительное, тогда мн-во не выходит за пределы окружностей

следовательно если прямая $y = ax + 10b$ будет касаться обеих окружностей, то будет всего 2 решения системы

1) приравняем $y = ax + 10b$ и $(x+8)^2 + y^2 = 1$

$x^2(1+a) + x(16 - 20ab) + 100b^2 + 63 = 0$ $\quad a \ne -1$

$D = 4(100a^2b^2 - 320ab - a - 100b^2)$

касание, а не пересечение в случае $D = 0$

$100a^2b^2 - 160ab - a - 100b^2 = 0$

2) приравняем $y = ax + 10b$ к $x^2 + y^2 = 4$

$x^2(a+1) - 20ab\,x + 100b^2 - 4 = 0$

$D = 4(100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4)$ касание только в случае $D = 0$

$100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4 = 0$

решим систему $\begin{cases} 100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4 = 0 \\ 100a^2b^2 - 160ab - a - 100b^2 = 0 \end{cases}$

$100ab^2 - 160ab - (5a+4) = 0$ $\quad D = 4^4 \cdot 10^2 a^2 + 4^2 \cdot 10^2 + 2000a$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$D = 4^4 \cdot 10^2 a^2 + 2000a + 4^2 \cdot 10^2 = 160^2 a^2 + 2000a + 1600$

~~кор Вассл~~ $\cancel{b_1 b_2 = \frac{1600a}{200a}}$

$\cancel{D = 0 \quad 160^2 a^2 + 2000a + 1600 = 0}$ $\quad \cancel{D = 4\cdot 10^6 - 4\cdot 4^2\cdot 10^2 \cdot 4^4 \cdot 10^2 =}$

$\cancel{= 4\cdot 10^4 (100-64) = 1200^2}$

$\cancel{a_1 = \frac{-2000+1200}{320} = \frac{-800}{320} = -2{,}5}$

$\cancel{a_2 = \frac{-3200}{320} = -10}$

$$b_{1,2} = \frac{160a \pm \sqrt{160^2 a^2 + 2000a + 1600}}{200a}$$

итого всего 4 ~~[illegible]~~ варианта

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$ min

$bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$ min

$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$ min

64 32

$7 \cdot 2 \quad \cdot \quad 7 \cdot 4$

НОК

$ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$

$bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$

$\frac{c}{a} = 2^3 \cdot 7^7$

$c = a \cdot 2^3 \cdot 7^7$

$\frac{a}{b} = 2^3 \cdot 7^{20}$

$b = \frac{a}{2^3 \cdot 7^{20}}$ $a = b \cdot 2^3 \cdot 7^{20}$

$\frac{c}{b} = 2^6 \cdot 7^{27}$

$b = \frac{c}{2^6 \cdot 7^{27}}$

$a = 2^{10} \cdot 7^7$, то $c = 2^{10} \cdot 7^{30}$

$b = 2^4$

$a + c \geqslant 20$

$b + c \geqslant 17$

$a + b \geqslant 14$

$a + b + 2c \geqslant 37$

$2c \geqslant 23$

$c \geqslant 11,5$

$c_{min} = 12$

$c = 2^{11}$

$b = 2^6$

$a = 2^9$

$a + c + 2b \geqslant 31$

$2b \geqslant 11$

$b \geqslant 5,5$

$b \geqslant 6$ min

$2a + b + c \geqslant 34$

$2a \geqslant 12$

$a \geqslant 9$

$2^{26} \cdot 7^{32}$

$a + c \geqslant 37$

$b + c \geqslant 17$

$a + b \geqslant 10$

$2c \geqslant 44$

$b \geqslant 0$

$2a \geqslant 30$

$c \geqslant 22$

$a \geqslant 15$

$c = 22$

$a = 15$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\frac{a}{b}$ $(a \in N, b \in N)$

$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{a^2+2ab+b^2-8ab} =$

$= \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$ $m < a+b$

3 и 5

$8ab$ $8a+b$

$8ab \mod m = a+b \mod m$

$\frac{a}{b} = c$

$a = bc$

$\frac{b(c+b)}{(a+b)^2 - 8ab}$

$7\cdot 8 = 56$ a, b

$7+8=15$

$m = 8$ $a+b \not\vdots a$ и $\not\vdots b$ т.к. $225-8\cdot 56$

a и b взаимнопростые

$8ab \vdots a$ и $\vdots b$, то

$a+b$ и ab не взаимно простые

$\frac{8}{8^2-8\cdot 15}$

$ab \vdots 8$

$m=8$

$x=1$ - верно

$\sqrt{49x^4+x^2} = x\sqrt{49x^2+1}$ $S_{\triangle BAP} = 8x \cdot \frac{1}{2} =$

$BP = \sqrt{x^2+1}$

$PA = \sqrt{49x^2+1}$

A $\frac{1}{2}\sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)} \sin BPA$

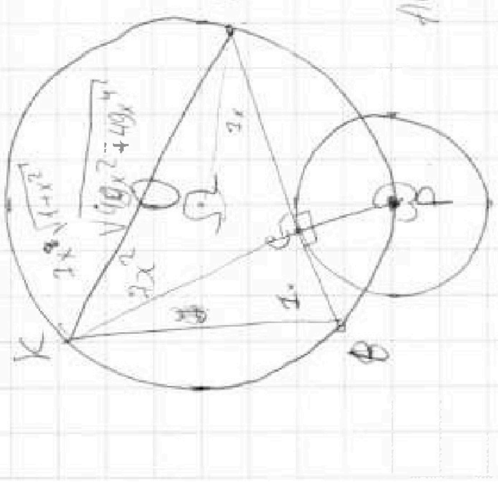
$AC : CB = 7$

AB - ?

$\frac{x}{y} = \frac{1}{7x}$

$7x^2 = y$

$64x^2 = (x^2+1)(49x^2+1)\sin BPA$



$R_\Omega = 5$

$r_\omega = 1$

$\angle B\omega A = 180 - \alpha$

$\angle B\Omega A = 2\alpha$

$r_{опис} = \frac{abc}{4S}$

$2\angle BPA = 360 - \angle BOA$

$S_\triangle POA = \frac{1}{2} 25 \cdot \sin BOA = \sqrt{(4x+5)(4x-5)^2(5-4x)} =$

$25 \sin BOA = 2(4x-5)\sqrt{(25-16x^2)}$ $P = 8x+10$

$p = 4x+5$

$5 = \frac{7x\sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{49x^2+1}}{2 \cdot 8x}$

$\Rightarrow 100 = (1+x^2)(49x^2+1)$

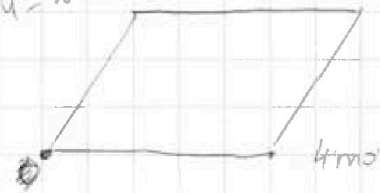
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

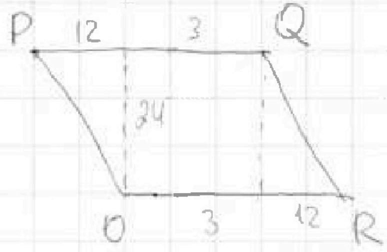
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$24 = 2^3 \cdot 3$



4 точки · 24



$O(0;0)$

$A(x_1;y_1)$ $B(x_2;y_2)$

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$

$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 12$

$x \in (-12; 15)$

$1+11$
$2+10$

$y \in (0;24)$

$6+6$

$\dfrac{a^2-6ab+b^2}{a^2+a^2b}$ | $\dfrac{a+b}{a^2}$

$-a^2b$

16
20
1280

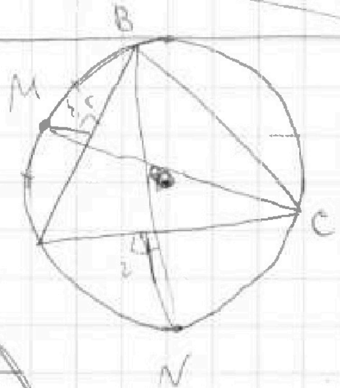
$\frac{16}{20}$
320

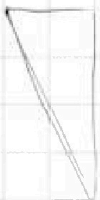
$2x + y = 12$

$2 + \frac{2\cdot 2}{2} \cdot 3 = 9$

$r_{опис} = \frac{abc}{4S} = \frac{abc}{2ab}$

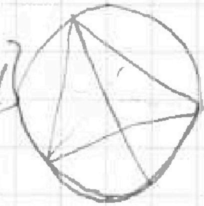
$r = \frac{a}{2\sin\alpha}$





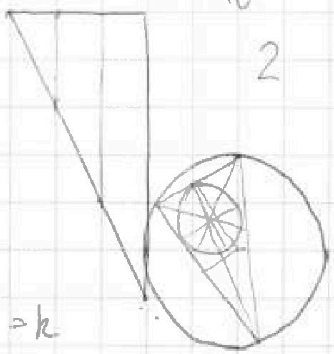
MC - бис.
BN - бис

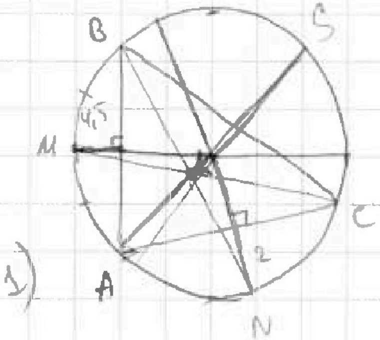
1 2 3 4
$\in [1;4]$

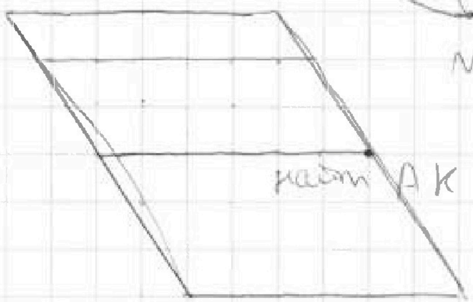


10

2 10
8
6
4
2
0







найти AK BN ∩ MC = k

1 , 3 7

$2a_1 + d(n-1)$

91 h1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$100 = 49x^2 + 49x^4 + 1 + x^2$

$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$

$49x^4 + 50x^2 - 99 \mid x-1$

$49x^4 - 49x^3$

$49x^3 + 50x^2$

$49x^3 - 49x^2$

$99x^2 - 99$

$99x^2 - 99x$

$99x - 99$

$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 \mid x+1$

$49x^3 + 49x^2$

0

$49x^2 + 99$

$x<0$

$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 = 0$

$x = -1$ $\qquad$ $x=1$ - корень

$49x^3 + 49x^2 + 9$

$47 \cdot 12 = 564$, $564 - 336$, 900, 1910

$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$

$49 \cdot 4 = 196$

$2x^2-5x+3 \geq 0$ $\qquad$ $2x^2+2x+1>0$

$D = 25-24 = 1$ $\qquad$ $D = 4-8$

$x = \frac{5+1}{4} = \frac{3}{2}$ $\quad$ $\frac{5-1}{4} = 1$

$\sqrt{2x^2+2x+1} + 2 > 7x$

$(-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$

$\sqrt{2x^2+2x+1} \geq 7x-2$

$2x^2-5x+3 = (\sqrt{2x^2+2x+1} + 2 - 7x)^2$

$\cancel{2x^2} - 5x + 3 = \cancel{2x^2} + 2x + 1 + 49x^2 + 4 - 28x + S$

$2x^2+2x+1 > 49x^2 - 28x + 4$ $\qquad$ $7x-2 \geq 0$, $x > \frac{2}{7}$

$47x^2 - 30x + 3 < 0$

$D = 900 - 12 \cdot 47$

$49x^2 - 21x + 2 + S = 0$

$S = 2\sqrt{2x^2+2x+1}(2-7x)$

$S^2 = 4(2x^2+2x+1)(49x^2+4-28x)$

$49 \cdot 8x^4 + 49 \cdot 8x^3 + 49 \cdot 4x^2 + 32x^2 + 32x$

$+16 - 28 \cdot 8x^3 - 28 \cdot 8x^2 - 28 \cdot 4x - 49x^2 + 21x - 2 = 0$

$49 \cdot 8x^4 + 21 \cdot 8x^3 - 5x^2 - 39x + 14 = 0$

$23 \cdot 8 = 184$, 92

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

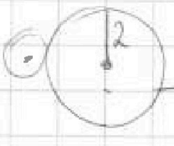
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$y = ax + 10b$

$1000 \,|\, 40$, 80, 20, 2



$-1 \cdot 20$

$100ab^2 - 5a - 320ab - 4 = 0$

$100ab^2 - 320ab - (4+5a) = 0$

$a \neq 0$

$D = 320^2a^2 + 400(4+5a) =$
$= 160^2a^2 + 1600 + 2000a$

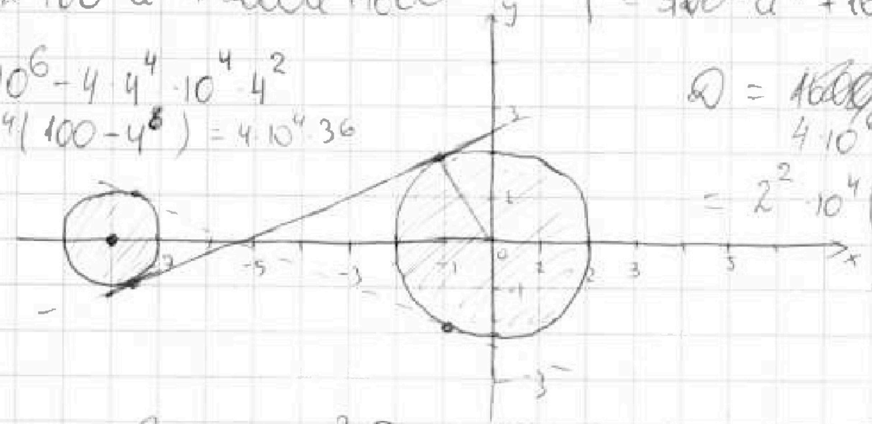
$160^2a^2 + 2000a + 1600$

$D = 1600^2$

$4\cdot 10^6 - 4\cdot 4^4 \cdot 10^4 \cdot 4^2$

$4\cdot 10^4(100 - 4^8) = 4\cdot 10^4 \cdot 36$

$4\cdot 10^6 - 4\cdot 10^4 \cdot 4^2 \cdot 2^5 =$
$= 2^2 \cdot 10^4 (100 - 16\cdot 32)$



$64 \cdot 4 = 256$

$y = ax + 10b$ $a^2x^2 + 100b^2 - 20abx$

$(x+8)^2 + y^2 = 1$ $320\cdot 2$ $x^2 + y^2 = 4$ $x^2(a+1) - 20abx + 100b^2 - 4 = 0$

$x^2(1+a) + x(16 - 20ab) + 100b^2 + 63 = 0$

$a \neq -1$

$D = \cancel{256} - 1280ab + 400a^2b^2 \cancel{- 4\cdot 64} - 4a - 400b^2$

$D = 0$ $400a^2b^2 - 1280ab - 4a - 400b^2 = 0$

$100a^2b^2 - 320ab - a - 100b^2 = 0$

$\cancel{100ab^2(ab-1) = a(320b + \dots)}$

2) $D = 400a^2b^2 - 4(a+1)(100b^2 - 4) =$

$D = 0$ $100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4 = 0$

$100ab^2 - 4a - 4 - 320ab - a = 0$

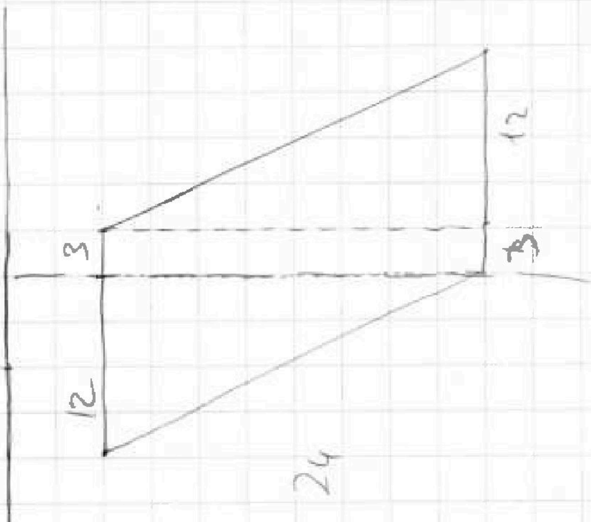
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$12 \times 3 +$



$500a^2b^2 - 1000ab^2 - 500b^2 + 4 - 1280ab = 0$