МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь
$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$
При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение
$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система
$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right) \leqslant 0 \end{cases}$$
имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
X						

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab \vdots 2^{14} \cdot 7^{10}$
$bc \vdots 2^{17} \cdot 7^{17}$
$ac \vdots 2^{20} \cdot 7^{37}$

стоит отметить, что те числа, на которые делятся ab; bc; ac — это и есть минимальные значения ab; bc; ac соответственно, тогда перемножим их и извлечем корень

$\sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = abc = \sqrt{2^{51} \cdot 7^{64}}$ но видно, что не извлечь целый корень из 2^{51}, но числа a; b; c натуральны, тоесть abc — натурально, нужно понять в какую сторону округлять т.к взяли минимальные значения, то $\sqrt{2^{51}}$ — минимально возможный, то $\sqrt{2^{50}}$ не может быть, тогда берем $\sqrt{2^{52}} = 2^{26}$

получается, что $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$. теперь стоит обратиться к условию и проверить верность суждений. мы знаем на что делятся попарные произведения, то и произведение всех трех этих чисел должно делиться на попарные ~~произведения~~, значит но здесь видно, что $7^{32} \not\vdots 7^{37}$, то 7^{32} н/у, тоесть $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$
подберем какой-нибудь пример, чтобы это выполнялось

пусть $a = 2^{9} \cdot 7^{15}$
$b = 2^{6}$
$c = 2^{11} \cdot 7^{22}$

$abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

$ab = 2^{15} \cdot 7^{15} \Rightarrow ab \vdots 2^{14} \cdot 7^{10}$
$bc = 2^{17} \cdot 7^{22} \Rightarrow bc \vdots 2^{17} \cdot 7^{17}$
$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \Rightarrow ac \vdots 2^{20} \cdot 7^{37}$

Значит, вариант $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$ — возможен, удовлетворяет всем условиям и минимален.

Ответ: $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) преобразуем дробь $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$, тогда

$$\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2-8ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$ отсюда следует, что

если ~~м~~ дробь сокращается на m, то 1) $m \le a+b$

2) $(8ab)$ и $(a+b)$ имеют общий делитель m

т.к в знаменателе сумма квадрата числителя и какого-то числа, то сокращение возможно лишь в случае, когда это число имеет общий делитель с числителем., тогда

найдем наибольший общий делитель чисел $(8ab)$ и $(a+b)$

1) $\frac{a}{b}$ - несократимая дробь, $(a \in N;\ b \in N)$, то есть a и b взаимно простые числа. Сумма двух взаимно простых чисел не делится ни на одно из этих чисел. Представим $(a+b)$ в виде произведения

$a+b = p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} \cdot p_3^{x_3} \dots$ ~~...~~ ни одно из этих чисел или их произвед. не равно a или b

$8ab = 8 \cdot a \cdot b$

Значит единственный возможный общий делитель - это 2^x

~~...~~, $x \le 3$, тогда максимальный делитель: 8

Значит, $m = 8$ - наибольший общий делитель

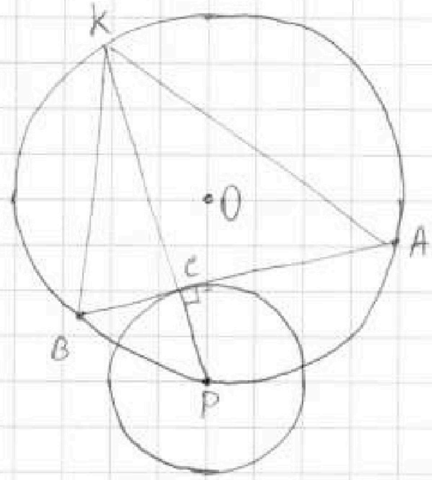
Ответ: $m = 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



P – центр окр ω
O – центр окр Ω
$PC \cap \Omega = K$

Пусть $BC = x$, то $AC = 7x$, тогда
$AB \cap PK = C$ – точка пересеч хорд в окр, то

$BC \cdot AC = PC \cdot CK$
$x \cdot 7x = 1 \cdot CK$
$CK = 7x^2$

PC – радиус, провед в т касания
$PC \perp AB$

В $\triangle ACK$ $\angle C = 90°$ – по выше доказ.
по т. Пифагора
$AK = \sqrt{49x^4 + 49x^2} = 7x\sqrt{x^2+1}$

в $\triangle BCK$ $\angle C = 90°$ по выше доказ, то по т. Пифагора
$BK = \sqrt{49x^4 + x^2} = x\sqrt{49x^2+1}$

окр Ω описана около $\triangle ABK$

$R_{опис} = \dfrac{BK \cdot AK \cdot AB}{4 S_{ABK}}$ $\qquad S_{ABK} = \frac{1}{2} CK \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 7x^2 \cdot 8x$

$R_{опис} = 5$ – по усл $\quad 5 = \dfrac{x \cdot \sqrt{49x^2+1} \cdot 7x\sqrt{x^2+1} \cdot 8x}{2 \cdot 7x^2 \cdot 8x} \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad 10 = \sqrt{49x^2+1}\sqrt{x^2+1}$

$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$ $\qquad x = 1$ – корень

$$\begin{array}{l|l} 49x^4+50x^2-99 & x-1 \\ \underline{49x^4-49x^3} & 49x^3+49x^2+99x+99 \\ \quad 49x^3+50x^2 & \\ \quad \underline{49x^3-49x^2} & \\ \qquad 99x^2 & \\ \qquad \underline{99x^2-99x} & \\ \qquad\quad 99x-99 & \\ \qquad\quad \underline{99x-99} & \\ \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

$49x^3+49x^2+99x+99=0$
$x=-1$ – корень

$$\begin{array}{l|l} 49x^3+49x^2+99x+99 & x+1 \\ \underline{49x^3+49x^2} & 49x^2+99 \\ 0 + 99x+99 & \\ \quad \underline{99x+99} & \\ \qquad 0 & \end{array}$$

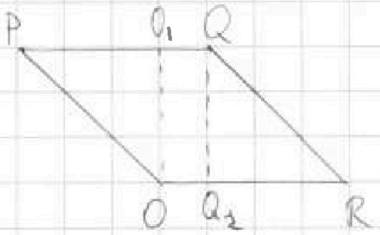
$(49x^2+99)(x-1)(x+1) = 0$
$x = 1$ – единственный положительный корень, то
$AB = BC + AC = x + 7x = 8x = 8 \cdot 1 = 8$

Ответ: $AB = 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$O(0;0)$ $R(15;0)$
$P(-12;24)$ $Q(3;24)$

Итак, опустим перпендикуляр из т. O на PQ и из т. Q на OR

1. $O_1O = 24$ - расстояние между пр. OR и PQ $24-0=24$
2. $OQ_1 = 3$ x координата т O и x коорд т Q $3-0=3$
3. $PO_1 = PQ - O_1Q = 15 - 3 = 12$ $|-12-3| = 15$
4. Значит, в $\triangle PO_1O$ как и в $\triangle QQ_1R$ 12 подобных треуг с целочисленными катетами, тогда т.к

$$\frac{PO_1}{OO_1} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

посчитаем кол-во целочисленных точек

$$\underbrace{\underset{(\text{первый})}{1} + \underset{(\text{последний})}{3} + 5 + 7 + \ldots}_{12+1=13}$$

$$\Sigma_{ap} = \frac{2\cdot 1 + 2(13-1)}{2}\cdot 13 = \frac{2+12\cdot 2}{2}\cdot 13 = 169$$

кол-во целочисленных точек в прямоуг O_1QQ_1O $(O_1Q-1)\cdot 24 = 2\cdot 24 = 48$

Итого в п-ме $169+48=217$ целочисленных точек

$2(x_2-x_1) + (y_2-y_1) = 12$, то есть все прямоугольники с четными сторонами содержат по 2 [illegible] точек

вариантов сторон 6

может поместится только 2 прямоуг: 10×2 и 2 прямоуг. длины 12

по 1 прямоуг 4×8 и 6×6

всего 6 вариантов каждый может быть использован несколько раз

т.к можно поместить и в отрицательную часть, то прибавится еще ~~столько же~~ 6 вариантов по несколько раз

~~[illegible]~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

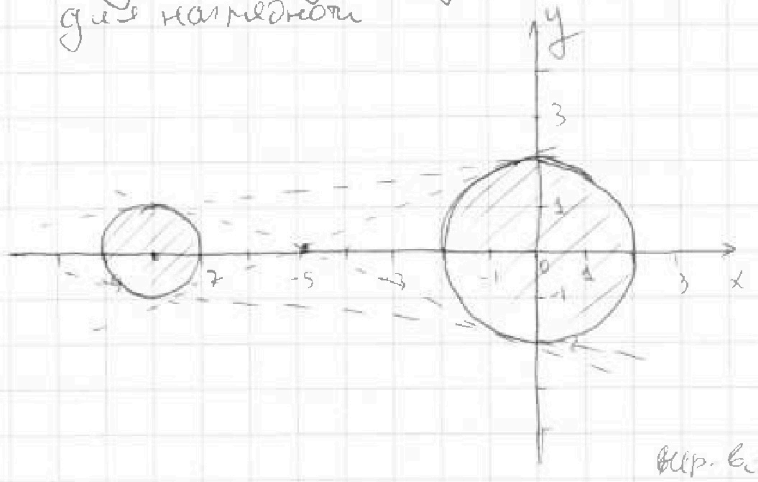
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

итак, рассмотрим (второе) нер-во

$(x+8)^2 + y = 1$ – ур. окружности $R = 1$ центр $(-8;0)$

$x^2 + y^2 = 4$ – ур. окружности $R = 2$ центр $(0;0)$ построим для наглядности



возьмем точки
$A(0;0)$, $B(-8;0)$
и $C(5;5)$
тогда видно, что
в т. A и B значение левой части нер-ва отрицательное
в т C значение полож,
т.е.
нер-во не выходит за пределы
окружностей

следовательно если
прямая $y = ax + 10b$ будет касаться обоих окружностей,
то будет лишь 2 решения системы

1) приравняем $y = ax + 10b$ и $(x+8)^2 + y^2 = 1$

$x^2(1+a) + x(16 - 20ab) + 100b^2 + 63 = 0$ $a \neq -1$

$D = 4(100a^2b^2 - 320ab - a - 100b^2)$

касание, а не пересечение в случае $D = 0$

$100a^2b^2 - 160ab - a - 100b^2 = 0$

2) приравняем $y = ax + 10b$ к $x^2 + y^2 = 4$

$x^2(a+1) - 20ab\,x + 100b^2 - 4 = 0$

$D = 4(100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4)$ касание только в
случае $D = 0$

$100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4 = 0$

решим систему $\begin{cases} 100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4 = 0 \\ 100a^2b^2 - 160ab - a - 100b^2 = 0 \end{cases}$

$100ab^2 - 160ab - (5a+4) = 0$ $D = 4^4 \cdot 10^2 a^2 + 4^2 \cdot 10^2 + 2000a$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$D = 4^4 \cdot 10^2 a^2 + 2000a + 4^2 \cdot 10^2 = 160^2 a^2 + 2000a + 1600$$

~~кол-во~~

$$\cancel{D = 0 \quad 160^2 a^2 + 2000a + 1600 = 0} \qquad \cancel{D = 4 \cdot 10^6 - 4 \cdot 4^2 \cdot 10^2 \cdot 4^4 \cdot 10^2 = 4 \cdot 10^4 (100 - 64) = 1200^2}$$

$$\cancel{a_1 = \frac{-2000+1200}{320} = \frac{-800}{320} = -2{,}5}$$

$$\cancel{a_2 = \frac{-3200}{320} = -10}$$

$$b_{1,2} = \frac{160a \pm \sqrt{160^2 a^2 + 2000a + 1600}}{200a}$$

итого всего 4 ~~корня~~ варианта

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$ min

$bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$ min

$ac: 2^{20} 7^{37}$ min

64 32

$7 \cdot 2 \quad \cdot \quad 7 \cdot 4$

НОК

$ab = 2^{14} 7^{10}$

$bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$

$\frac{c}{a} = 2^3 \cdot 7^7$

$c = a \cdot 2^3 7^7$

$\frac{a}{b} = 2^3 \cdot 7^{20}$

$b = \frac{a}{2^3 7^{20}}$ $a = b \cdot 2^3 \cdot 7^{20}$

$\frac{c}{b} = 2^6 \cdot 7^{27}$

$b = \frac{c}{2^6 \cdot 7^{27}}$

$a = 2^{10} \cdot 7^7$, то $c = 2^{10} \cdot 7^{30}$

$b = 2^4$

$a + c \geq 20$

$b + c \geq 17$

$a + b \geq 14$

$a + b + 2c \geq 37$

$2c \geq 23$

$c \geq 11{,}5$

$c_{min} = 12$

$c = 2^{11}$

$b = 2^6$

$a = 2^9$

$a + c + 2b \geq 31$

$2b \geq 11$

$b \geq 5{,}5$

$b \geq 6$ min

$2a + b + c \geq 34$

$2a \geq 12$

$a \geq 9$

$2^{26} \cdot 7^{32}$

$a + c \geq 37$

$b + c \geq 17$

$a + b \geq 10$

$2c \geq 44$

$b \geq 0$

$2a \geq 30$

$c \geq 22$

$a \geq 15$

$c = 22$

$a = 15$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\frac{a}{b}$ $(a\in N, b\in N)$

$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{a^2+2ab+b^2-8ab} =$

$= \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$ $m<a+b$

3 и 5

$8ab$ $8a+b$

$8ab \mod m = a+b \mod m$

$\frac{a}{b}=c$

$7\cdot 8=56$ a, b

$a=bc$ $\frac{b(c+b)}{(a+b)^2 - 8ab}$

$7+8=15$

$m=8$ $a+b \,/\, a$ и $/\, b$ т.к. $225-8\cdot 56$

a и b взаимнопростые

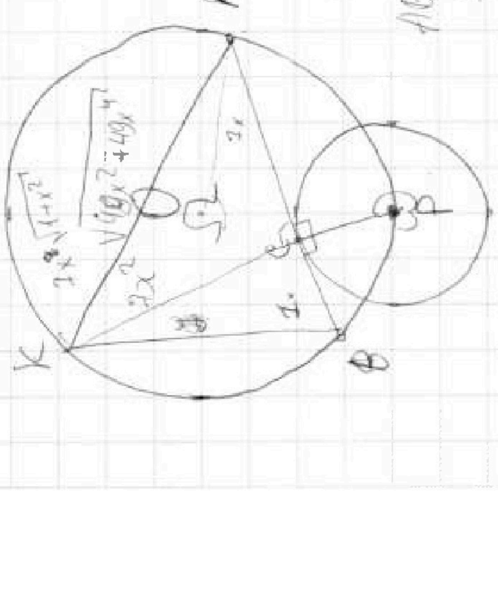
$8ab$ a и b, то

$a+b$ и ab не взаимно простые

$\frac{8}{8^2-8\cdot 15}$

$ab:8$

$m=8$



$\sqrt{49x^4+x^2} = x\sqrt{49x^2+1}$ $S_{\triangle BAP} = 8x\cdot\frac{1}{2}$

$BP=\sqrt{x^2+1}$

$PA=\sqrt{49x^2+1}$

A $\frac{1}{2}\sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)}\sin BPA$

$AC:CB=7$

$AB=?$

$\frac{x}{y}=\frac{7x}{x}$

$9x^2=y$

$64x^2=(x^2+1)(49x^2+1)\sin BOA$

$R_\Omega=5$

$r_\omega=1$

$r_{опис}=\frac{96}{49}$

$\angle BWA=180-\alpha$

$\angle B\Omega A=2\alpha$

$2\angle BOA=360-\angle BOA$

$S_\triangle POA=25\sin BOA=\sqrt{(4x+5)(4x-5)^2(5-4x)}=$

$25\sin BOA=2(4x-5)\sqrt{25-16x^2}$ $P=8x+10$

$P=4x+5$

$S=\frac{\sqrt{1+x^2}\cdot\sqrt{49x^2+1}}{2\cdot 8x}$ $\Rightarrow 100=(1+x^2)(49x^2+1)$

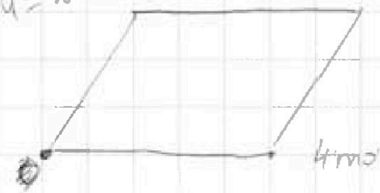
$x=1$ - верно

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$24=2^3\cdot 3$



4точки $\cdot 24$

$O(0;0)$

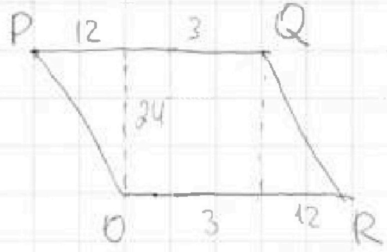
$A(x_1;y_1)\quad B(x_2;y_2)$

$2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$

$2(x_2-x_1)+y_2-y_1=12$

$x\in(-12;15)$

$2x+y=12$



$1+11$
$2+10$

$y\in(0;24)$

$6+6$

$2+\frac{2\cdot 2}{2}\cdot 3=9$

$\frac{a^2-6ab+b^2}{a^2+ab}$ | $\frac{a+b}{a^2}$

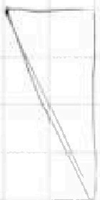
$-a^2b$

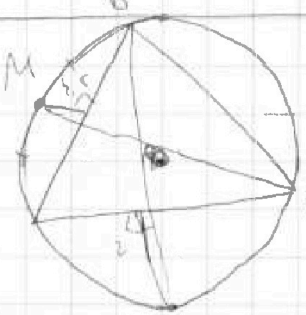
16
80
1280

16
20
320

$r_{опис}=\frac{abc}{4S}=\frac{abc}{2ab}$

$r=\frac{a}{2\sin\alpha}$



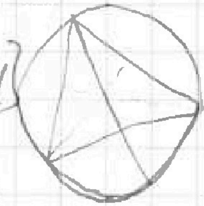


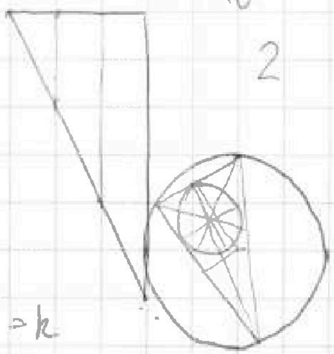
MC-дис.
BN-дис

10

1 2 3 4

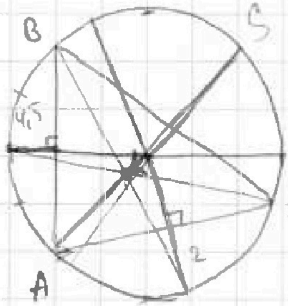
$\in[1,4]$

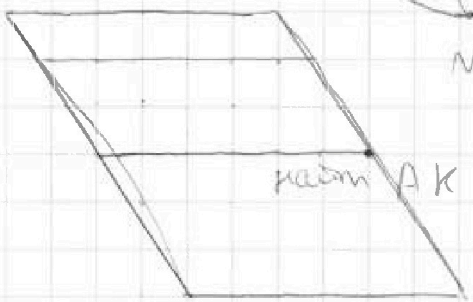




2 10
8
6
4
2
0

$2a_1+d(n-1)$





найти AK $\quad BN\cap MC=k$

1, 3 7

91 h1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$100 = 49x^2 + 49x^4 + 1 + x^2$

$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$

$49x^4 + 50x^2 - 99 \mid x-1$

$49x^4 - 49x^3$

$49x^3 + 50x^2$

$49x^3 - 49x^2$

$99x^2 - 99$

$99x^2 - 99x$

$99x - 99$

$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 \mid x+1$

$49x^3 + 49x^2$

0

$49x^2 + 99$

$x < 0$

$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 = 0$

$x = -1$

$x = 1$ - корень

$49x^3 + 49x^2 + 9$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$

$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$

$2x^2 + 2x + 1 > 0$

$D = 25 - 24 = 1$

$D = 4 - 8$ Н/Д

$x = \frac{5+1}{4} = \frac{3}{2} \quad \frac{5-1}{4} = 1$

$\sqrt{2x^2+2x+1} + 2 \geq 7x$

$(-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$

$\sqrt{2x^2+2x+1} \geq 7x - 2$

$2x^2 - 5x + 3 = (\sqrt{2x^2+2x+1} + 2 - 7x)^2$

$\cancel{2x^2} - 5x + 3 = \cancel{2x^2} + 2x + 1 + 49x^2 + 4 - 28x + S$

$\begin{cases} 2x^2 + 2x + 1 > 49x^2 - 28x + 4 \\ 7x - 2 \geq 0 \end{cases}$

$47x^2 - 30x + 3 < 0$

$x > \frac{2}{7}$

$D = 900 - 12 \cdot 47$

$49x^2 - 21x + 2 + S = 0$

$S = 2\sqrt{2x^2+2x+1}\,(2 - 7x)$

$S^2 = 4(8x^2 + 8x + 4)(49x^2 + 4 - 28x)$

$49 \cdot 8x^4 + 49 \cdot 8x^3 + 49 \cdot 4x^2 + 32x^2 + 32x$

$+16 - 28 \cdot 8x^3 - 28 \cdot 8x^2 - 28 \cdot 4x - 49x^2 + 21x - 2 = 0$

$49 \cdot 8x^4 + 21 \cdot 8x^3 - 5x^2 - 39x + 14 = 0$

$\begin{array}{r} 47 \\ \times 12 \\ \hline 94 \\ 47 \\ \hline 564 \end{array}$

$\begin{array}{r} 900 \\ -564 \\ \hline 336 \end{array}$

$\begin{array}{r} 49 \\ \times 4 \\ \hline 196 \end{array}$

$\begin{array}{r} 49 \\ -32 \\ \hline 17 \end{array}$

179

$\begin{array}{r} 23 \cdot 8 \\ \hline 184 \end{array}$

92

$\begin{array}{r} 53 \\ \hline 39 \end{array}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$y = ax + 10b$

$1000 \,|\, 40$, 80, 20, 2

$100ab^2 - 5a - 320ab - 4 = 0$

$100ab^2 - 320ab - (4+5a) = 0$

$a \neq 0$

$D = 320^2a^2 + 400(4+5a) = 160^2a^2 + 1600 + 2000a$

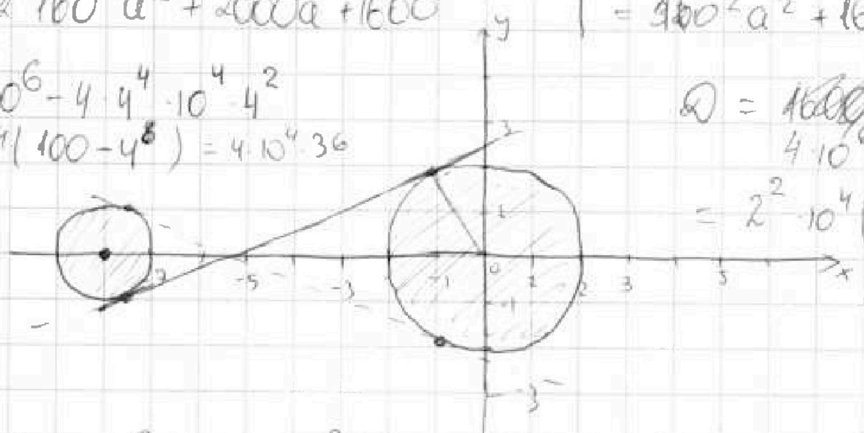
$160^2a^2 + 2000a + 1600$

$4 \cdot 10^6 - 4 \cdot 4^4 \cdot 10^4 \cdot 4^2$

$4 \cdot 10^4(100 - 4^8) = 4 \cdot 10^4 \cdot 36$

$D = 1600^2$

$4 \cdot 10^6 - 4 \cdot 10^4 \cdot 4^2 \cdot 2^5 = 2^2 \cdot 10^4(100 - 16 \cdot 32)$



$64 \cdot 4 = 256$

$y = ax + 10b$ $\quad a^2x^2 + 100b^2 - 20abx$

$(x+8)^2 + y^2 = 1$ $\quad x^2 + y^2 = 4$ $\quad x^2(a+1) - 20abx + 100b^2 - 4 = 0$

$320 \cdot 2$

$x^2(1+a) + x(16 - 20ab) + 100b^2 + 63 = 0$

$a \neq -1$

$D = \cancel{256} - 1280ab + 400a^2b^2 \cancel{- 4 \cdot 64} - 4a - 400b^2$

$D = 0$ $\quad 400a^2b^2 - 1280ab - 4a - 400b^2 = 0$

$100a^2b^2 - 320ab - a - 100b^2 = 0$

2) $D = 400a^2b^2 - 4(a+1)(100b^2 - 4) =$

$D = 0$ $\quad 100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4 = 0$

$100ab^2 - 4a - 4 - 320ab - a = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

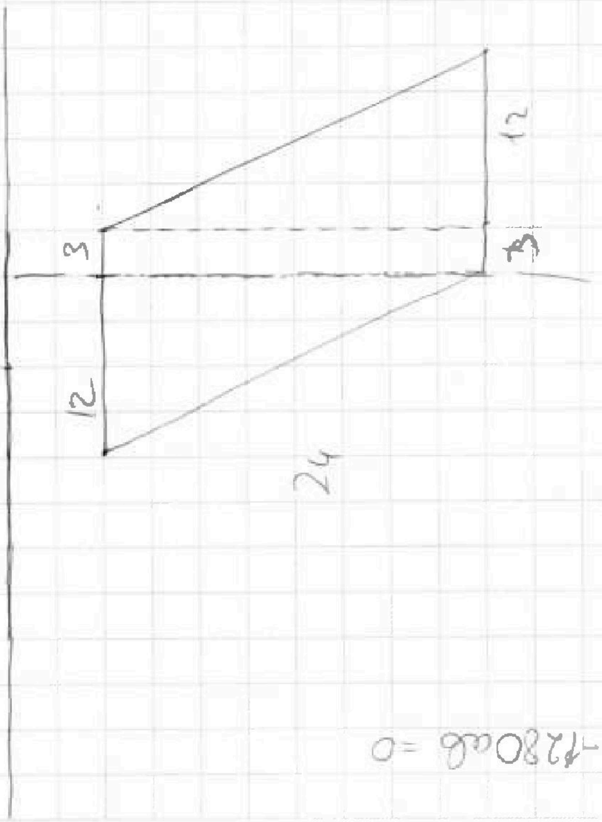
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{320}{120}$

$12 \times 3 +$



$500a^2b^2 - 1000ab^2 - 500b^2 + 4\cancel{4} - 1280ab = 0$