



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

12

$\frac{a}{b}$  - несократимая;  $a, b \in \mathbb{N}$

$$\frac{a+b}{a^2+b^2+ab} = \frac{a+b}{a^2+2ab+b^2-ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-ab}$$

Предположим  $a = mn$  и  $b = mk$ ,  $n, k \in \mathbb{N}$ , но тогда  $\frac{a}{b} = \frac{mn}{mk} = \frac{m}{k}$   
сократим

$$\Rightarrow a+b = mn + mk; m, n \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow \frac{mn}{(mn)^2 - ab} \text{ делительство сократим} \Rightarrow ab : mn$$

$$\Rightarrow ab : b \frac{m}{n}$$

$$ab : b \frac{m}{n}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a : \frac{m}{n} \\ b : \frac{m}{n} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

Односл.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

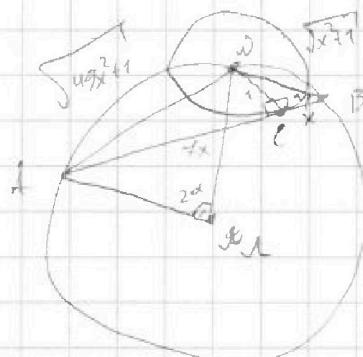
- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 3



Решение:

Задача:

$$\frac{AC}{CB} = 7 \quad R_A = 5 \\ R_B = 1$$

значит  $AB$

$$1) \text{Чтобы } \begin{cases} CB = x \\ AC = 7x \end{cases} \quad 2) \text{р.м. } \triangle BW: \text{ и } C - \text{ вершина} \\ \Rightarrow \angle C = 90^\circ \\ \Rightarrow \text{Т.о. } \triangle BW: \underline{WB = \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$3) \text{Признак } \triangle BW \cong \triangle AW: \cos x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$4) \angle ABW \text{ выражает на } \angle AW, \text{ вписанный} \\ (\angle ABW \text{ выражает на } \angle AW, \text{ уголhalbитель}) \Rightarrow \angle AW = 2x$$

$$5) \text{Ко. } \triangle \text{ выражает } \triangle AW: AW = \sqrt{4x^2 + 1}$$

$$6) \text{То т. выражает } \triangle AW: AW^2 = AW^2 + AW^2 = 2 \cdot AW \cdot AW \cdot \cos 2x$$

$$\boxed{\cos 2x} = 2 \cos^2 x - 1 = \frac{2x^2}{x^2 + 1} - 1 = \frac{2x^2 - x^2 - 1}{x^2 + 1} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 1 = 2x^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}, \text{ Пуск } x^2 = t, t > 0$$

$$4t^2 + 1 = 50 - 50 \frac{t-1}{t+1} | \cdot t+1 \neq 0$$

$$(49t+1)(t+1) = 50t+50 - 50t+50$$

$$49t^2 + 50t + 1 = 100 \Rightarrow 49t^2 + 50t - 99 = 0 \quad \text{при } t = 1 \Rightarrow \text{верно}$$

$$49 + 50 - 99 = 0 \quad \text{верно}$$

$$+ 3 \frac{50}{49} t - \frac{99}{49} = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = - \frac{99}{49} < 0 \Rightarrow \text{т.к.} \end{cases}$$

$$-t = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$AB = 7x + x = 8x = 8$$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 2x$$

$$\begin{cases} a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}, a \geq 0 \\ b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}, b \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 2x^2 - 5x + 3, a \geq 0 \\ b^2 = 2x^2 + 2x + 1, b \geq 0 \end{cases}$$

$$a^2 - b^2 = 2 - 4x$$

$$\Rightarrow a - b = a^2 - b^2; a - b = (a - b)(a + b); (a - b)(a + b - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = b(1), a \geq 0, b \geq 0 \\ a + b = 1(2) \end{cases} \quad \text{Болееная замена:}$$

$$(1): \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \quad (x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x = 2 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \boxed{x = \frac{2}{7}}$$

$$(*) : D = 1 - 2 = -1 < 0$$

$$\text{Делитель} \Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 > 0$$

$$(2): \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}}{\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}} = 1$$

$$2 \underbrace{\sqrt{2x^2 - 5x + 3}}_{\geq 0} \cdot \underbrace{\sqrt{2x^2 + 2x + 1}}_{\geq 0} = -4x^2 + 3x - 3 \quad |(x) \quad 4x^2 - 3x + 3 = f(x)$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 7(\text{делитель}) \geq 0 \quad | \Rightarrow 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 9 - 4f < 0$$

$$\Rightarrow f(x) > 0$$

$$-4x^2 + 3x - 3 = -f(x)$$

$$\Leftrightarrow -f(x) < 0$$

$$\Rightarrow -4x^2 + 3x - 3 < 0$$

Ответ:  $\left\{ \frac{2}{7} \right\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1/6

$$\left\{ \begin{array}{l} ax - y + 10b = 0 \\ (x+1)^2 + y^2 - 1 \end{array} \right. \quad (2)$$

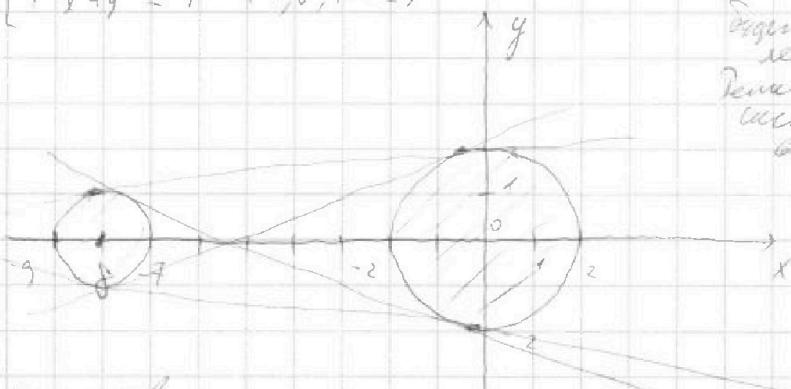
$$\left\{ \begin{array}{l} (x+1)^2 + y^2 - 1 \\ (x+1)^2 + y^2 - 1 \end{array} \right. \quad a: 2 \text{ реш}$$

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} (x+1)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 1 \end{array} \right. \quad (-1; 0, R=1)$$

$x^2 + y^2 \geq 1$  ( $0; 0, R=2$ ) *(зображены на координатной плоскости)*

$$\left\{ \begin{array}{l} (x+1)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{array} \right. \quad (-1; 0, R=1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 \leq 4 \\ (0; 0, R=2) \end{array} \right. \quad (0; 0, R=2)$$



$$(2) ax - y + 10b = 0$$

$$y = ax + 10b$$

*одна из линий*  
*здесь нанесена*

*если прямая пересекает верхнюю полукружность,*  
*то другое доказательство*  
*доказано в задаче*  
*здесь же доказано*  
*одна из линий*  
*пересекает верхнюю полукружность.*  
*Всего этого доказательства достаточно,*  
*и где фигура не показана.*

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| X |   |   |   |   |   |   |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

11.1

Решение:

Задача:

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$
$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10} K$$
$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$
$$bc = 2^{14} \cdot 7^{17} m ; \text{кмн } K \text{ при умножении}$$
$$ac : 2^{12} \cdot 7^{12}$$
$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} n$$
$$abc : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$abc^2 = 2^{54} \cdot 7^{64}$$

Чему  $m \cdot n \cdot abc$ ?

$$abc = 7^{\sqrt[32]{2^{51}}} kmn, m \cdot n \cdot abc \in \mathbb{N}$$
$$\Rightarrow abc \in \mathbb{N}; \text{кмн } K$$
$$\Rightarrow \sqrt[32]{2^{51}} \in \mathbb{N}$$

Сам  $K \cdot m \cdot n = 1$ , что корректно находит  
известного пифагора  $\Rightarrow$  Кмн - минимальное

при  $kmn = 2$

$$\Rightarrow abc = 7^{32} \cdot \sqrt[32]{2^{51} \cdot 2} = 7^{32} \cdot 2^{26}$$

Ответ:  $7^{32} \cdot 2^{26}$



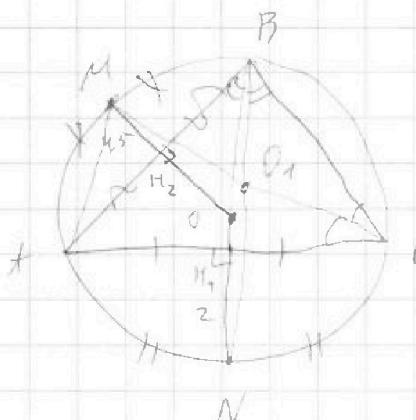
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



CO<sub>1</sub>-бисс

CO<sub>1</sub> ∩ W = M      m < 4N = NC

MH<sub>2</sub>-ср.черт

BO<sub>1</sub>-бисс.

BO<sub>1</sub> ∩ W = N      m < 4N = NC

NH<sub>1</sub>-ср.черт

O<sub>1</sub>-внешчр

Числ. оставшиеся

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



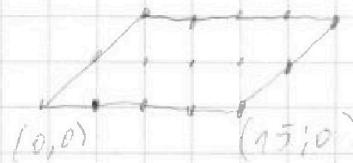
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Черновик

$$2y_2 - 2x_1 + y_1 - y_2 = 12$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$

62 62



$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 4+4=12 \\ 7-7 \\ \hline 8 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$2x + y = 12$$

$$x = 5$$

$$y = 2$$

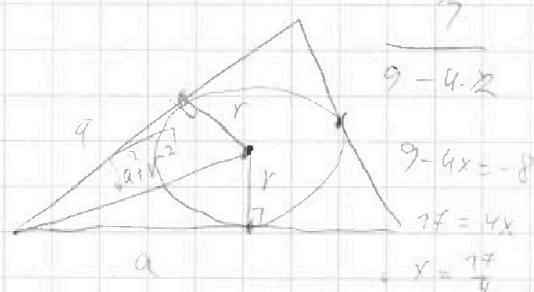
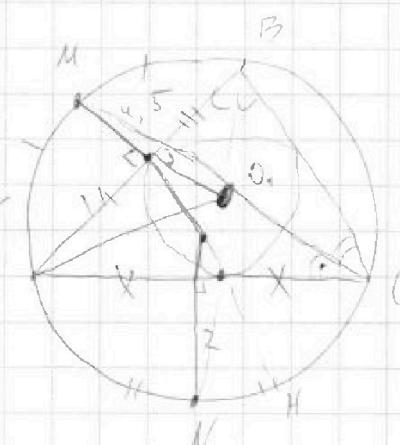
$$\begin{cases} x = 5+t \\ y = 2-2t \end{cases}$$

$$x = 5$$

$$y = 2$$

$$x = 6$$

$$y = 0$$



$$ab : m, a, b \text{ взаимно}$$

$$4,5 \cdot x = a^2$$

$$2 \cdot y = b^2$$

$$4,5 + y = 2 + y$$

$$x = y + 2,5$$

$$y = x - 2,5$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 9-4 \cdot 2 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$9-4x = -8$$

$$7x = 4x$$

$$x = \frac{77}{4}$$

$$a^2 - 5 = a^2$$

$$a^2 = 2x + 5$$

$$9a^2 = b^2 - 5$$

$$x = \frac{b^2 - 5}{2}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 6-5=1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$a = b$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} \rightarrow \frac{mn}{m^2 - 4ab} = km = a \quad \frac{a}{b} \text{ нецв} \quad a+b : m \quad \frac{a}{b} = k$$

$$(a+b)^2 - 4ab = \frac{mn}{m^2 - 4ab} \cdot b^2$$

$$a+b \leq 2$$

$$a+b : m \quad a = mn - b$$

$$a = mn - b$$

$$\frac{mn}{m^2 - 4ab + b^2}$$

$$mn$$

$$mn = \frac{mn}{m^2 - 4ab + b^2} + b^2$$

$$mn = \frac{mn}{m^2 - 4ab + b^2} + b^2$$

$$mn = \frac{mn}{m^2 - 4ab + b^2} + b^2$$

$$mn = \frac{mn}{m^2 - 4ab + b^2} + b^2$$

$$mn = \frac{mn}{m^2 - 4ab + b^2} + b^2$$

$$mn = \frac{mn}{m^2 - 4ab + b^2} + b^2$$

$$mn = \frac{mn}{m^2 - 4ab + b^2} + b^2$$

$$mn = \frac{mn}{m^2 - 4ab + b^2} + b^2$$

$$mn = \frac{mn}{m^2 - 4ab + b^2} + b^2$$

$$mn = \frac{mn}{m^2 - 4ab + b^2} + b^2$$

$$mn = \frac{mn}{m^2 - 4ab + b^2} + b^2$$

$$mn = \frac{mn}{m^2 - 4ab + b^2} + b^2$$

$$mn = \frac{mn}{m^2 - 4ab + b^2} + b^2$$

$$mn = \frac{mn}{m^2 - 4ab + b^2} + b^2$$

$$a : \sqrt{mn}$$

$$\frac{a}{b^2} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{a^2}{b^2} - 6 \frac{a}{b} + 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

16

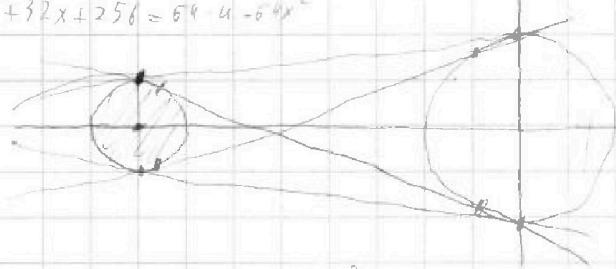
$$\begin{cases} ax - y + 100 = 0 \\ ((x+f)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$65x^2 + 32x = 0 \quad x = 0$$

$$\frac{1}{8}x + 2 = \sqrt{4 - x^2} \quad \text{Две ветви}$$

$$x + 16 = \pm \sqrt{4 - x^2} \quad f_1, f_2$$

$$x^2 + 32x + 256 = 64 - 4x^2$$



$$x + 2 = \sqrt{x^2 + y^2 - 4} \quad |(x; y); \text{ верхняя ветвь}$$

$$x^2 - \frac{1}{8}x + y^2 - 6 = 0 \quad 2 =$$

$$\frac{1}{8}x + 2(x+k) = \sqrt{4 - x^2}$$

$$a^2x^2 + 2akx + k^2 = 4 - x^2$$

$$a^2x^2 + 2akx + k^2 + x^2 - 4 = 0$$

$$a^2k^2 - a^2k^2 - 4a^2 - 4 + x^2 = 0$$

$$4a^2(a^2 - k^2)$$

$$ax + k = \sqrt{1 - (x+f)^2}$$

$$a^2x^2 + 2akx + k^2 = 1 - (x+f)^2$$

$$x^2 + 10x + 64$$

$$x^2(a^2 + 1) + V(2ak + 16) + k^2 + 63 = 0$$

$$2(ak + 8)$$

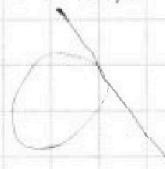
$$a^2k^2 + 25ak + 64 - a^2k^2 - 2^2 - 63a^2 - 63 = 0$$

$$16ak + 4 - k^2 - 63a^2 = 0 \quad k^2$$

$$(1) \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ (x+f)^2 + y^2 \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 4 \\ (x+f)^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x+f)^2 &= x^2 \\ 4 - x^2 &= 1 - (x+f)^2 \\ 4 - x^2 &= 1 - 1 - 2xf - f^2 \\ 2xf + f^2 &= 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (x; y) &\\ (x, y) &\\ (0, 100) &\\ \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ (x-f)^2 + y^2 \leq 1 \end{cases} \\ -(x-f)^2(y-y_1) + (x_1)^2(y-y_1) & \end{aligned}$$

$$y = 0x + 0.8$$

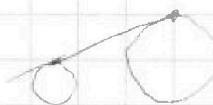
$$\begin{aligned} y = \frac{1}{8}x + 2 & \quad \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{1}{8} \\ b = -\frac{1}{5} \\ c = -\frac{1}{5} \end{array} \right. \\ f(f; ?) & \quad 1 = -1 + 2 \quad \text{верно} \\ (0, 2) & \quad k = 2 \quad \text{верно} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y = \frac{3}{8}x + 2 & \quad \left\{ \begin{array}{l} a = -\frac{3}{8} \\ b = -3 + 2 \quad \text{верно} \\ c = 2 \end{array} \right. \\ (-8, -1) & \quad \text{верно} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^2 &= 4x^2 \\ y &= \sqrt{4x^2} \\ \frac{1}{16}x + 26 & \end{aligned}$$

$$k^2 - 16ak - 1 + 63a^2 = 0 \quad | 4 - 32a - 1 + 63a^2 = 0$$

$$4a^2 + 8 - 16ak - 1 + 63a^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

№ 9

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\begin{cases} a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}, a \geq 0 \\ b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}, b \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 = 2x^2 - 5x + 3 \\ b^2 = 2x^2 + 2x + 1 \end{cases}$$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a - b = (a - b)(a + b)$$

$$(a - b)(a + b - 1) = 0$$

$$a = b$$

$$a + b = 1$$

$$2x^2 - 5x + 3 = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

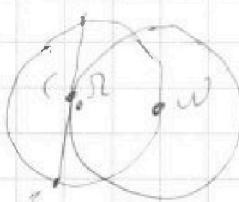
$$-7x = 2$$

$$x = -\frac{2}{7}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \quad |^2$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} \cdot \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 5x + 3 \\ + 2x^2 + 2x + 1 \\ \hline 4x^2 - 3x + 4 \end{array}$$



$$2r_1^2 = 2\sqrt{5}^2 - (4x^2 - 3x + 4)$$

$$= -4x^2 + 3x - 3$$

$$4x^2 - 3x + 3 = 0$$

$$4x^2 - 3x + 3 > 0$$

$$-4x^2 + 3x - 3 < 0$$

$$(7x)^2 = (b+1) \cdot 6$$

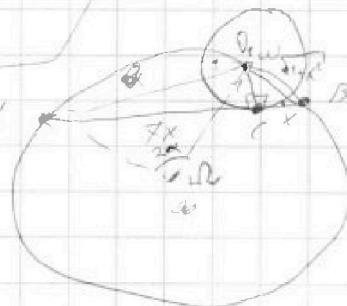
$$49x^2 = 6 + 6$$

$$49x^2 - 6 = 0$$

или

$$49x^2 + 6 = 6$$

$$49x^2 = 6 - 6 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

№1

$$a, b, c \in \mathbb{N}: ab : 2^{14} \cdot 7^{10}; bc : 2^{17} \cdot 7^{11}, ac : 2^{20} \cdot 7^7$$

$$\begin{cases} ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc = 2^{17} \cdot 7^{11} \\ ac = 2^{20} \cdot 7^7 \end{cases} \Rightarrow ab \cdot bc = 2^{51} \cdot 7^{14} \text{ кмн} \in \mathbb{N}$$

$$ab \cdot bc = \sqrt{2^{51} \cdot 7^{14}} \text{ кмн} \in \mathbb{N}$$

$$= 7 \sqrt{2^{51} \text{ кмн}}$$

кмн  $\in \mathbb{N}$

$$\sqrt{2^{51}} = 2^{26}$$

чтобы можно  
было писать цифры

нужно 7 кмн : 2

т. н(Кмн) : Кмн : 2

Кмн = 2

при Кмн = 7 нужно  
записывать

№2

$\frac{a}{b}$  число ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ )

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$a^2 - 6ab + b^2 = (a+b)^2 - 8ab$$

$$D_1 = 98^2 - 6^2 = 88^2$$

$$a^2 - 6ab + b^2 \mid a+b$$

$$a_{1,2} = 36 \pm 88$$

$$ab = k \text{ м}$$

$$a^2 - 6ab + b^2 \mid n \text{ м}$$

$$a+b = x \quad x^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$ab = y \quad x^2 - 8ab = y^2 \text{ м}$$

$$\frac{x}{x^2 - 8y} = \frac{k \text{ м}}{k^2 m^2 - 8nm} =$$

$$= \frac{k}{km - 8n} =$$