МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь
$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$
При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение
$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система
$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right)\leqslant 0 \end{cases}$$
имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№1

Пусть: $x \in N$; $y \in N$; $z \in N$; $k \in N$

такие, что: $ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot x$

$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot y$ $\Rightarrow a^2b^2c^2 = 2^{20+17+14} \cdot 7^{10+17+37} xyz =$

$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot y$ $= 2 \cdot (2^{25})^2 \cdot (7^{32})^2 xyz$

$abc = \sqrt{2xyz} \cdot 2^{25} \cdot 7^{32}$

но $ac \vdots 7^{37}$ и abc – целое $\Rightarrow \begin{cases} xyz \vdots 2 \\ xyz \vdots (7^5)^2 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow xyz = 2 \cdot 7^{10} k$

$abc = 2^{26} 7^{37} k \rightarrow abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}$ (т.к. $k \geq 1$)

Пример

$a = 2^9 \cdot 7^{20}$

$b = 2^6$

$c = 2^{11} \cdot 7^{17}$

Проверка: $ab = 2^{15} \cdot 7^{20} \vdots 2^{14} \cdot 7^{10}$

$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \vdots 2^{17} \cdot 7^{17}$

$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \vdots 2^{20} \cdot 7^{37}$

$abc = 2^{9+6+11} \cdot 7^{20+17} = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№2 $x \in \mathbb{Z}; y \in \mathbb{Z}$ ~~$x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$~~

Обозначим за $(x;y)$ – наибольший общий делитель чисел x, y, больший нуля

Если $\frac{a}{b}$ – несократима $\Rightarrow (a;b)=1$
иначе можно сократить дробь на $(a;b)$

Получаем, что, ~~если~~ $\frac{a+b}{a^2+b^2-6ab}$ можно сократить на m

~~$\Leftrightarrow (a;b) \vdots m$ т.е. $m \le (a;b)$ и при~~

$\Leftrightarrow (a+b; (a+b)^2-8ab) \vdots m$, т.е. $m \le (a+b; (a+b)^2-8ab)$

По Алгоритму Евклида: $(a+b;(a+b)^2-8ab) = (a+b; 8ab)$

~~Пусть~~ ~~$8ab \ge a+b$~~

~~Очевидно, что $4\sqrt{ab} \ge 1$ (т.к. $a \ge 1; b \ge 1$) $\Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow 8ab \ge 2\sqrt{ab} \ge \frac{4ab}{a+b}$~~

Посмотрим при каких условиях $8ab \ge a+b$:

~~$8ab \ge a+b \ge 2\sqrt{ab}$~~

~~из Коши о средних~~

~~$4\sqrt{ab}$~~ ~~$8ab$~~

Очевидно, что $(4a-1)(2b-1) > 0$ тк $a \ge 1$, $b \ge 1$

Значит $8ab > 2b+4a-1 = a+b+\underbrace{(b+3a-1)}_{>0} > a+b$

Получаем, что $8ab > a+b$ всегда

$ab \equiv_a 0; a+b \equiv_a b \not\equiv_a 0$ аналогично $\equiv_b$

тк $(a;b)=1 \Rightarrow (ab; a+b)=1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \max((a+b;8ab)) = \max((a+b;8)) = 8$

тк $(x;y) \le \max(x,y)$, т.е. $\max(m)=8$

Пример $\begin{cases} a=1 \\ b=15 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{15}$ – несокр

$\frac{a+b}{a^2+b^2-6ab} = \frac{1+15}{1+15^2-6 \cdot 15 \cdot 1} = \frac{16}{136} = \frac{8 \cdot 2}{8 \cdot 17} = \frac{2}{17}$ несокр; $m=8$

Ответ: $m=8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

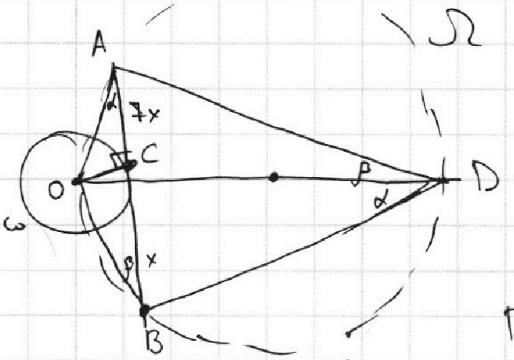
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3

$f(y)=\sin y>0$ тк $0<y<\pi$

Дано: O - центр окр ω
$O \in$ окр Ω; AB - хорда Ω
AB кас $\omega = C$
$AC : CB = 7$; $r=1$, $R=5$
радиусы ω и Ω соотв
Н-ти: AB - ?



Пусть $\angle OAB = \alpha$
$\angle OBA = \beta$
Пусть $AC = 7x$; $CB = x$

Проведем в Ω диаметр, содерж т O; Пусть он вторично пересекает Ω в точке D

Тогда тк вписс углы опир на одну дугу равн: $\angle ADO = \angle ABO = \beta$; $\angle BDO = \angle BAO = \alpha$

Рассм т C:
$OC \perp AB$ в т C тк ~~кас~~ точка касания
в $\triangle AOC$: $tg\alpha = \frac{1}{7x}$; в $\triangle BOC$: $tg\beta = \frac{1}{x}$ (тк $OC = r = 1$)

По теореме синусов:
$\frac{AB}{\sin(\alpha+\beta)} = 2R = 10$; $8x = 10(\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha)$

$tg\alpha = \frac{1}{7x} \Rightarrow \frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha} = \frac{1}{7x} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 = \frac{1}{49x^2}$; $\cos^2\alpha = \frac{49x^2}{49x^2+1}$

$\cos\alpha = \frac{7x}{\sqrt{49x^2+1}}$; $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{49x^2+1}}$

Аналогично: $\cos\beta = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$; $\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

$4x = \frac{5}{\sqrt{1+x^2}\sqrt{49x^2+1}}(x+7x) \quad | : 4x \neq 0$

$1 = \frac{5 \cdot 2}{\sqrt{1+x^2}\sqrt{49x^2+1}} \Leftrightarrow (1+x^2)(49x^2+1) = 100$
$1 + 49x^4 + 50x^2 = 100$
$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$

По теореме Виета: $\left[\begin{array}{l} x^2 = 1 \text{ - подх} \\ x^2 = -\frac{99}{49} \text{ - неподх тк } x^2 \geq 0 \end{array}\right. \Rightarrow x = 1$ тк $x \geq 0$

$AB = 8x = 8 \cdot 1 = 8$

Ответ: $AB = 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x$$

$$\frac{\left(\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}\right)\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}\right)}{\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}}=2-7x$$

Область решений не изменилась тк ~~иначе~~ иначе: $\underbrace{\sqrt{2x^2-5x+3}}_{\geq 0}+\underbrace{\sqrt{2x^2+2x+1}}_{\geq 0}=0$

$$\begin{cases}2x^2-5x+3=0\\ 2x^2+2x+1=0\end{cases} \Rightarrow 7x-2=0 \Rightarrow x=\frac{2}{7}$$

но $2\cdot\frac{2^2}{7^2}+\frac{2\cdot 2}{7}+1>0$ неверно

Значит переход равносилен

$$\frac{2x^2-5x+3-(2x^2+2x+1)}{\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}}=2-7x$$

$$\frac{2-7x}{\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}}=2-7x$$

$$(2-7x)\left(\frac{1-\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}\right)}{\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}}\right)=0$$

$$\left[\begin{array}{ll}(1) & 2-7x=0\\ (2) & \sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}=1\end{array}\right.$$

(1) $x=\frac{2}{7}$; $0<\frac{2}{7}<1 \Rightarrow$ подх

(2) возведём в квадрат

$$2x^2-5x+3=1-2\sqrt{2x^2+2x+1}+2x^2+2x+1$$

$$2\sqrt{2x^2+2x+1}=-1+7x \Rightarrow 7x-1\geq 0;\quad x\geq\frac{1}{7}$$

возведем в квадрат: $4(2x^2+2x+1)=49x^2-14x+1$

$$41x^2-22x-3=0$$

$$\frac{1}{4}D=11^2+41\cdot 3=121+123=244=4(11+50)=4\cdot 61$$

$$x_{1,2}=\frac{11\pm 2\sqrt{61}}{41};\quad \frac{11-2\sqrt{61}}{41}\ \vee\ \frac{1}{7};\quad 77-14\sqrt{61}\ \vee\ 41$$

$$36\ \vee\ 14\sqrt{61};\quad 18\ \vee\ 7\sqrt{61}$$

$\frac{11+2\sqrt{61}}{41}>\frac{1}{7}$, верно

Значит неподх $\sqrt{18^2}\ \vee\ \sqrt{49\cdot 61}$

$2x^2-5x+3\geq 0$

$(2x-3)(x-1)\geq 0$

$+\quad 1\quad -\quad 3/2\quad +\quad x$

$$\frac{11+2\sqrt{61}}{41}<\frac{11+2\sqrt{64}}{41}=\frac{11+16}{41}=\frac{27}{41}<1 \Rightarrow \text{подх}$$

$2x^2+x+1\geq 0$ точно при $x\geq 0 \Rightarrow$ подх

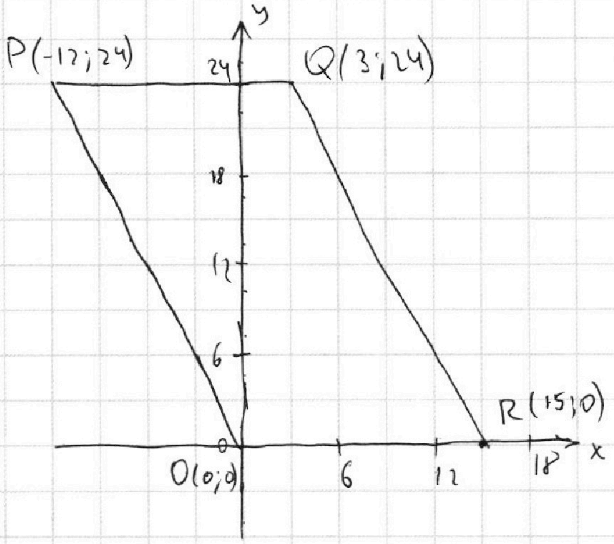
Ответ: $x=\frac{2}{7}$ или $x=\frac{11+2\sqrt{61}}{41}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5



Найдем ур-ие прямой QR:

$\frac{x-3}{15-3}=\frac{y-24}{0-24}$

$\frac{x-3}{12}=\frac{24-y}{24}\ \Big|\cdot 24$

$2x-6=24-y$

$2x+y=30$

PQ: $y=24$

PO: $y+2x=0$

OR: $y=0$

Получаем для точек внутри

$\begin{cases} 0\le y+2x\le 30 \\ 0\le y\le 24 \\ (2x_2+y_2)-(2x_1+y_1)=12 \end{cases}$ ← "разность" двух прямых вида $2x+y=C$

где сдвиг м/у ними $=12$

Пусть $2x_1+y_1=C\ge 0$, $2x_2+y_2=C+12\le 30$ => $0\le C\le 18$

при этом, т.к. $x_1\in\mathbb{Z}$, $y_1\in\mathbb{Z}$, $x_2\in\mathbb{Z}$, $y_2\in\mathbb{Z}$ => $C\in\mathbb{Z}$

И кол-во пар $(x_1;y_1)$ и $(x_2;y_2)$ равно:

~~кол-во =~~ при $C\,⋮\,2$: $|x_{пс\,ox}-x_{п\,y=24}|+1$; $x_{пс\,ox}=\frac{C}{2}$

$C\not⋮\,2$: $|x_{пс\,ox}-x_{п\,y=24}|=12$; $x_{пс\,y=24}=\frac{C}{2}-12$

кол-во $=\sum_{C=0}^{18}\left(\left|\frac{C}{2}-\frac{C}{2}+12\right|+1\right)^2=\sum_{C=0}^{18}$

в квадрате т.к. для любой точки прямой $2x+y=C$ можно выбрать любую точку прямой $C+12=2x+y$ той же четности

от 0 до 18 9 нечет и 10 чет чисел

кол-во $=9\cdot 12^2+10\cdot 13^2=2986$

Ответ: 2986

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№6 2 реш:

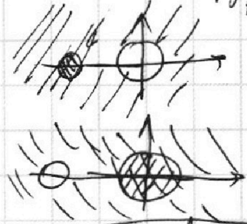
(1) $y = ax + 10b$

(2) $((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4) \le 0 \Leftrightarrow$ знаки скобок отличаются с точностью до совпадения при равенстве 0

Рассмотрим ~~второе~~ 2 н-во и нарисуем его на координатной плоскости

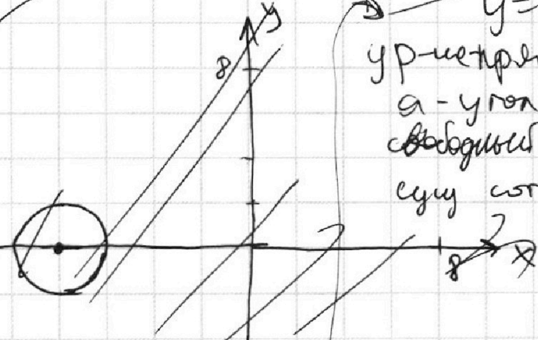
равносильно:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} (x+8)^2+y^2 \le 1 \\ (x^2+y^2) \ge 4 \end{cases} \\ \begin{cases} (x+8)^2+y^2 \ge 1 \\ x^2+y^2 \le 4 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \text{круг } (O(-8;0); R=1) \\ \text{круг } (O(0;0); R=2) \end{array}\right.$$



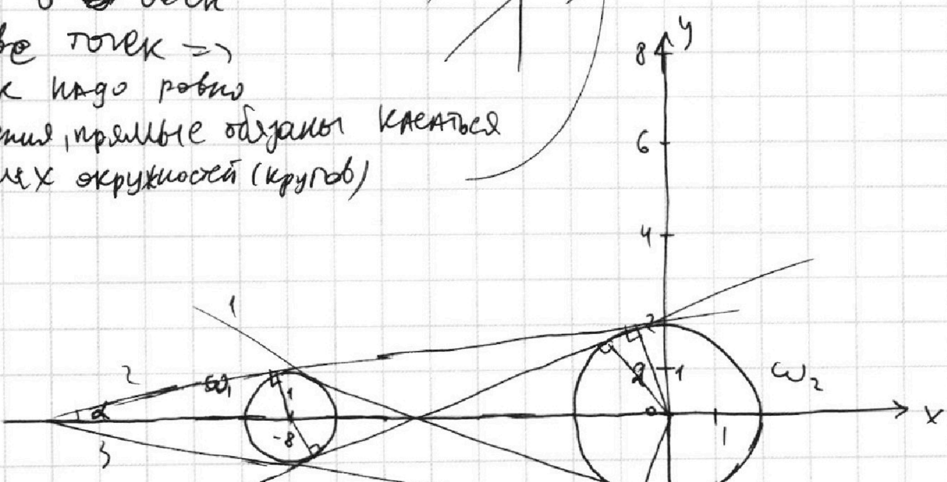
объединение \\\ и ///

объединение \\\ и ///



Заметим, что если прямая не касается ~~[illegible]~~ окружности (круга), то она пересекает круг в беск кол-во точек $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ тк надо ровно 2 решения, прямые обязаны касаться обеих окружностей (кругов)

$y = ax + b \cdot 10$ — ур-ие прямой, у которой a — угол наклона $10b$ — свободный член; $10b$ сущ согласно условию $\Leftrightarrow$ 2 $\Leftrightarrow$ $y = ax + b \cdot 10$ кас обеих окр



Есть 4 случая касания 2х окружностей (2 внешние и 2 внутр)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

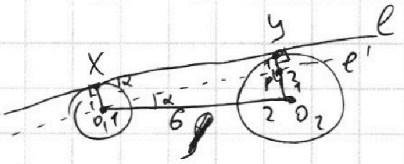
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\cancel{a = \sqrt{\ } tg\alpha}$
$\cancel{a = \sqrt{\ } - tg\alpha}$

Тк окр симметричны отн Ox =>

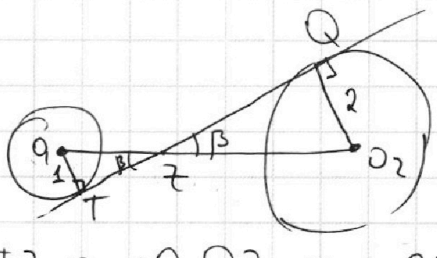
=> можно рассмотреть только 1 внешнюю и 1 внутреннюю касательную, остальные два ответа – два полученных с противоположным знаком, тк в этом случае Ox – биссектриса углов образованных внешними или внутренними касательными



Расстояние м/у центрами: 8 = +8

$\ell' \parallel \ell$; $PO_2 = 2 - 1 = 1 = 0,4 - 0x$

$$tg\alpha = \frac{PO_2}{PO_1} = \frac{1}{\sqrt{6^2-1}} = \frac{1}{\sqrt{35}}$$



$O_2O_1 = 8$

$\triangle O_1TZ \sim \triangle O_2QZ$ тк $\angle O_1ZT = \angle QZO_2$ – вертикальные
$90° = \angle O_2QZ = \angle O_1TZ$) =>

$$\Rightarrow \frac{O_2Z}{ZO_1} = \frac{QO_2}{TO_1} = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow ZO_1 = \frac{1}{3} O_2O_1 = \frac{8}{3}$$

$2ZO_1 + ZO_1 = 3ZO_1 = 8$

$$tg\beta = \frac{O_1T}{TZ} = \frac{1}{\sqrt{9Z^2 - TZ^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2 - 1}} = \frac{3}{\sqrt{64-9}} = \frac{3}{\sqrt{55}}$$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} a = \pm \frac{3}{\sqrt{55}} \\ a = \pm \frac{1}{\sqrt{35}} \end{array}\right.$

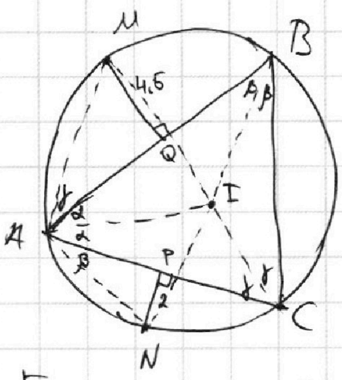
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№7



Дано: окр опис $\triangle ABC$
M, N - сер дуг AB и AC соотв
I - центр впис окр
$\rho(N, AC) = 2$; $\rho(M, AB) = 4,5$
Н-ти: AI

Р-ие:

Биссектрисы в $\triangle$ $\cap$ в 1 точке, в точке I; теорема о бисс. в $\triangle$
биссектрисы проходят через середины соотв дуг, т.е
$M \in CI$; $N \in BI$
Пусть $\angle A = 2\alpha$; $\angle B = 2\beta$; $\angle C = 2\gamma$, тогда $\alpha + \beta + \gamma = \frac{180°}{2} = 90°$ (Σ углов в $\triangle$)
$\beta = \angle CBN = \frac{1}{2} \smile CN = \angle CAN$; $\angle MAB = \frac{1}{2} \smile BM = \angle MCB = \gamma$

в $\triangle ANP$: $AN = \frac{PN}{\sin\beta} = \frac{2}{\sin\beta}$; в $\triangle AMQ$: $AM = \frac{MQ}{\sin\gamma} = \frac{4,5}{\sin\gamma}$
$\angle ANI = \angle ANB = \angle ACB = 2\gamma$
$\angle AMI = \angle AMC = \angle ABC = 2\beta$
По лемме о трезубце: $\begin{cases} MI = MA = \frac{4,5}{\sin\gamma} \\ NI = NA = \frac{2}{\sin\beta} \end{cases}$

По теореме косинусов:
$\triangle AMI$: $AI^2 = AM^2 + MI^2 - 2AM \cdot MI \cdot \cos 2\beta = 2AM^2(1 - \cos 2\beta) = 4AM^2 \sin^2\beta$
$\triangle ANI$: $AI^2 = AN^2 + NI^2 - 2AN \cdot NI \cos 2\gamma = 2AN^2(1 - \cos 2\gamma) = 4AN^2 \sin^2\gamma$

тогда: $\begin{cases} AI = 2AM\sin\beta \\ AI = 2AN\sin\gamma \end{cases}$ тк $\sin x$ при $x \in [0; \pi]$: $\sin x > 0$

$\begin{cases} (1) \; AI = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} \cdot 9 \\ (2) \; AI = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} \cdot 4 \end{cases}$

$$AI = \sqrt{AI^2} = \sqrt{9 \cdot \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} \cdot 4 \cdot \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}} = \sqrt{9 \cdot 4} = 6.$$

Ответ: $AI = 6$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$5+4+6=15$

~~1~~ 2 ~~3~~ ~~4~~ 5 6 ~~7~~

$2x^2-5x+3\geq 0$

$D=5^2-4\cdot 2\cdot 3=1$

$x=\frac{5\pm 1}{2\cdot 2}=\left[\begin{array}{l}\frac{3}{2}\\ 1\end{array}\right.$

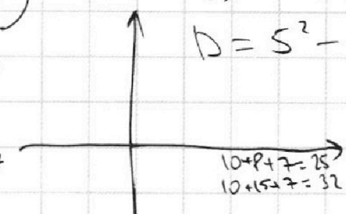
$(2x-3)(x-1)\geq 0$

$\left\{\begin{array}{l}x\leq 1\\ x\geq \frac{3}{2}\end{array}\right.$

$ab\geq 2^{14}\cdot 7^{10}$

$bc\geq 2^{17}\cdot 7^{17}$

$ac\geq 2^{20}\cdot 7^{37}$



$10+8+7=25$

$10+15+7=32$

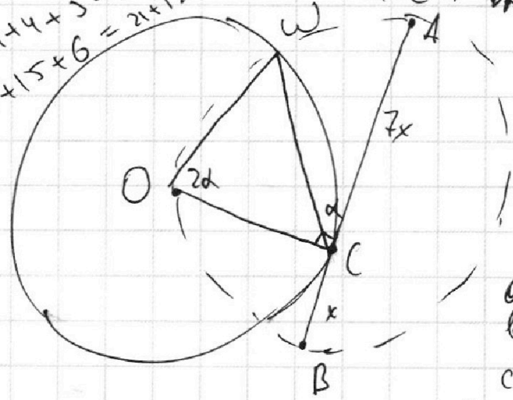
$\Rightarrow a^2b^2c^2\geq 2^{20+16+14+1}\cdot 7^{10+10+30+7\cdot 2}$

$abc\geq 2^{25}\cdot 7^{32}$

$AB=2R\sin(\alpha+\beta)+6=$

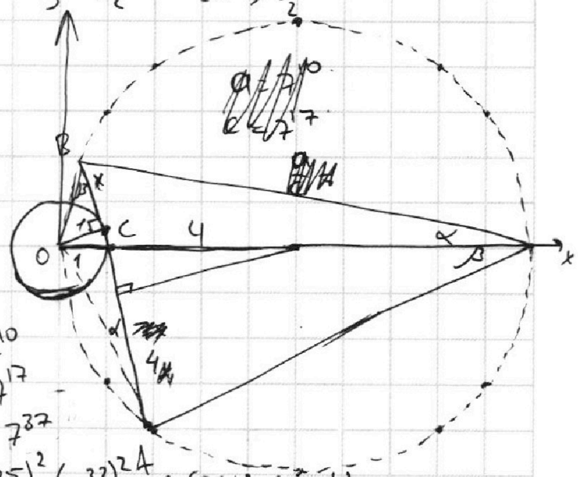
$4+4+4+5+5+5=21+12=33$

$=17+15+6$



$tg\alpha=\frac{1}{7y}$

$tg\beta=\frac{1}{x}$



$ab=x\cdot 2^{14}\cdot 7^{10}$

$bc=y\cdot 2^{17}\cdot 7^{17}$

$ca=z\cdot 2^{20}\cdot 7^{37}$

$a^2b^2c^2=2xyz\cdot(2^{25})^2\cdot(7^{32})^2$

~~$y=ax+10b$~~

$abc=\sqrt{2xyz}\cdot 2^{25}\cdot 7^{32}$

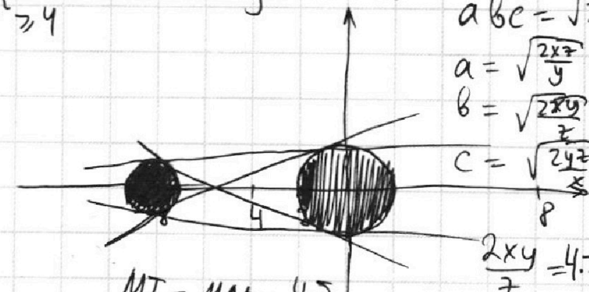
$a=\sqrt{\frac{2xz}{y}}\cdot 2^{8}\cdot 7^{5}$

$b=\sqrt{\frac{2xy}{z}}\cdot 2^{5}\cdot 7^{-5}$

$c=\sqrt{\frac{2yz}{x}}\cdot 2^{11}\cdot 2^{22}$

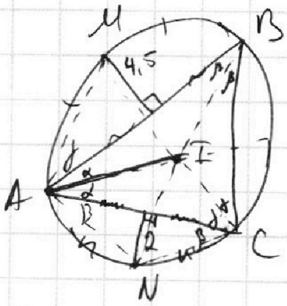
$\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}(x+8)^2+y^2\leq 1\\ x^2+y^2\geq 4\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}(x+8)^2+y^2\geq 1\\ (x^2)+y^2\leq 4\end{array}\right.\end{array}\right.$

$y=ax+10b$



$\frac{2xy}{z}=4\cdot 7^{10}\cdot k^2$

$b=2^6k$



$MI=MA=\frac{4,5}{\sin\gamma}$

$AI=2\cdot\frac{4,5}{\sin\gamma}\cdot\sin(\alpha+\gamma)=2\cdot\frac{2}{\sin\beta}\cdot\sin(\alpha+\beta)$

$\sqrt{2xyz}=2\cdot 7^5kz$

~~$9\sin\beta=4\sin^2\gamma$~~

~~$3\sin\beta=2\sin\gamma$~~

$9\sin\beta\cos\beta=4\cos\gamma\sin\gamma$

$9\sin 2\beta=4\sin 2\gamma$

~~$AI=9\cdot\frac{\sin\beta}{\sin\gamma}=9\cdot\frac{2}{3}=6$~~

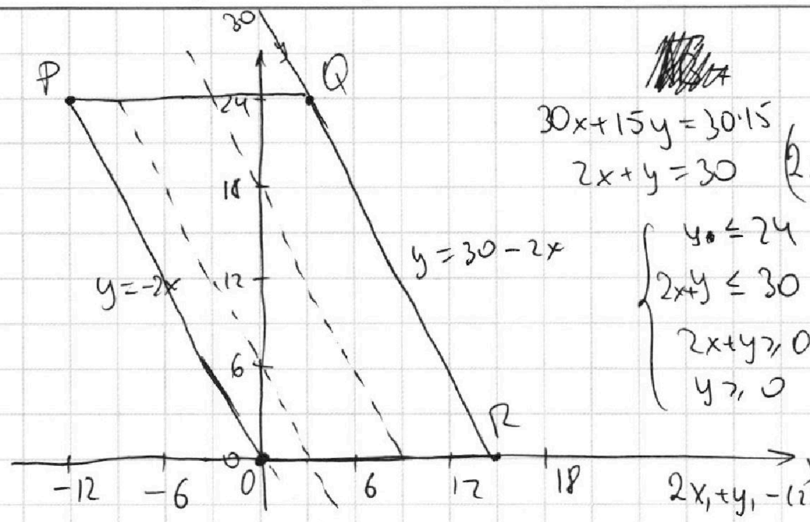
$abc=2^{26}\cdot 7^{37}kz$

$ac=2^{20}\cdot 7^{37}kz$

$b=2^6\Rightarrow c\geq 2^{11}\cdot 7^{17}$

$a\geq 2^{8}\cdot 7^{10}$

$a=2^9\cdot 7^{20}$



196

$30x + 15y = 30 \cdot 15$

$2x + y = 30$

прямая прямая

$(2x_1 + y_1) - (2x_2 + y_2) = 12$

сдвиг

$$\begin{cases} y \le 24 \\ 2x + y \le 30 \\ 2x + y \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

$2x_1 + y_1 - (2x_2 + y_2)$

?

$ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$

$8ab \ge 2\sqrt{ab}$

$4\sqrt{ab} \ge 1$

верно

6

$(a, b) = 1$

$(a + b; (a + b)^2 - 8ab) = (a + b; 8ab)$

1сл) $a = 1$; $b = 1$

b!

$8ab \ge 4a + 2b - 1$

2 b!

b!

$8ab - 4a$

$4a(2b - 1) \ge 2b - 1$

$1890 + 144 \cdot 9 =$ 1; 7

$(4a - 1)(2b - 1)$

$=$

$6 \cdot 7 = 42$

$\frac{8}{50 - 6 \cdot 7}$

$2x + y = 1$

$900 + 360 + 36$

1296

$y = 24$

$x = -\frac{23}{2} = -11{,}5$

$\frac{1 + 15}{1 + 225 - \underbrace{6 \cdot 15}_{90}} = \frac{16}{1 + 15 \cdot 9} = \frac{16}{136}$

$136 = 8 \cdot 17$

135

$1296 + 1690 =$ 11 → 0

$= 6 + 180 + 800 + 2000 + 2$

$= 2986$

$-11{,}5 - 0{,}5$

$\frac{150}{6} = \frac{75}{3} = 25$