МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь
$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$
При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение
$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система
$$\begin{cases} ax+y-8b=0, \\ (x^2+y^2-1)\left(x^2+(y-12)^2-16\right) \leqslant 0 \end{cases}$$
имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

~~$ab \vdots (2^{15}\cdot 7^{11}) \Rightarrow ab = 2^{15}\cdot 7^{11}\cdot x_1$; $bc \vdots (2^{17}\cdot 7^{18}) \Rightarrow bc = 2^{17}\cdot 7^{18}\cdot x_2$;~~

~~$ac \vdots (2^{23}\cdot 7^{39}) \Rightarrow ac = 2^{23}\cdot 7^{39}\cdot x_3$, $(ab : 2^{15}\cdot 7^{11}) = x_1$~~

$$\begin{cases} ab \vdots (2^{15}\cdot 7^{11}) \\ ac \vdots (2^{23}\cdot 7^{39}) \\ bc \vdots (2^{17}\cdot 7^{18}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab : (2^{15}\cdot 7^{11}) = x_1 \\ ac : (2^{23}\cdot 7^{39}) = x_2 \\ bc : (2^{17}\cdot 7^{18}) = x_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab = 2^{15}\cdot 7^{11}\cdot x_1 \\ ac = 2^{23}\cdot 7^{39}\cdot x_2 \\ bc = 2^{17}\cdot 7^{18}\cdot x_3 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow (abc)^2 = 2^{(15+23+17)}\cdot 7^{(11+39+18)}\cdot x_1\cdot x_2\cdot x_3$ (x_1, x_2, x_3 – обозначение частного при делении ab на $2^{15}\cdot 7^{11}$, ac на $2^{23}\cdot 7^{39}$ и bc на $2^{17}\cdot 7^{18}$ соответственно) $\Rightarrow (abc)^2 = 2^{55}\cdot 7^{68}\cdot x_1\cdot x_2\cdot x_3 \Rightarrow$ ~~$abc = \sqrt{2^{55}\cdot 7^{68}\cdot x_1\cdot x_2\cdot x_3} = 7^{39}\cdot 2^{27}\cdot\sqrt{2\cdot x_1\cdot x_2\cdot x_3}$. abc – нат натураль-ное число~~ $\Rightarrow (abc)^2 \vdots (2^{55}\cdot 7^{68})$. Т.к. $(abc)^2$ – квадрат нат. числа, степени всех простых множителей этого числа – четны $\Rightarrow$

$\Rightarrow (abc)^2 \vdots (2^{56}\cdot 7^{68}) \Rightarrow abc \vdots (2^{28}\cdot 7^{39})$. Тогда мин. $abc = 2^{28}\cdot 7^{39}$.

Пример: $a = 2^{11}\cdot 7^{11}$, $b = 2^5$, $c = 2^{12}\cdot 7^{18}$

$ab = 2^{16}\cdot 7^{11}$, $bc = 2^{17}\cdot 7^{18}$, $ac = 2^{23}\cdot 7^{39}$, $abc = 2^{28}\cdot 7^{39}$

Ответ: $abc = 2^{28}\cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№2

Пусть ~~дробь~~ нашлось такое m, что числитель и знаменатель дроби $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$ можно сократить на m. ~~Тогда~~

Тогда $(a+b) \vdots m$ и $(a^2+b^2-7ab) \vdots m$. $a^2+b^2-7ab=(a+b)^2-9ab$.

$(a+b)^2-9ab \vdots m$, $(a+b)^2 \vdots m \Rightarrow 9ab \vdots m$. Пусть $m=p_1^{\alpha_1}\cdot p_2^{\alpha_2}\cdot\ldots\cdot p_k^{\alpha_k}$ (разложение m на простые множители, где p_i $(1\le i\le k)$ – простой делитель m, а α_i – степень вхождения p_i в m). Пусть нашлось такое p_i ~~(где ...)~~, что $ab \vdots p_i$. Т.к. $\frac{a}{b}$ – несократима, ~~a+b не имеют~~ $НОД(a,b)=1 \Rightarrow$ только одно из чисел a и b делится на p_i (иначе $НОД(a,b)\geq p_i$).

Пусть $a \vdots p_i$, а $b \not\vdots p_i$ (без ограничения общности) $\Rightarrow a+b \not\vdots p_i \Rightarrow a+b \not\vdots m$ (т.к. p_i – простой множитель m), что противоречит ~~усл~~ ~~предположению~~ условию $\Rightarrow$ не найдется такого p_i, что $ab \vdots p_i \Rightarrow НОД(ab,m)=1$ ~~$\Rightarrow 9ab \vdots m$~~.

Тогда из $9ab \vdots m$ и $НОД(ab,m)=1 \Rightarrow 9 \vdots m$. Тогда $m\leq 9 \Rightarrow$ ~~Возьмем m=9~~. Подберем пример для $m=9$: $a=1$, $b=8$, $\frac{a}{b}=\frac{1}{8}$,

$\frac{a+b}{a^2+b^2-7ab}=\frac{1+8}{1+64-7\cdot1\cdot8}=\frac{9}{9}=1$ ($\frac{a}{b}$ – несократима, $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$ сокращается на m.

Ответ: $m=9$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\sqrt{3x^2+3x+1} > 1$

$3x^2+3x+1>1$

$3x^2+3x>0$

$x^2+x>0$

$x\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$

Тогда $\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}>1$ при любом допустимом $x \Rightarrow \sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}=1$ не имеет решений.

Тогда существует только 1 возможный корень: $x=\frac{1}{9}$, если он входит в область определения.

$3x^2+3x+1>0$ при всех x $\cancel{\Rightarrow \sqrt{3x^2+3x+1}}$, $3x^2-6x+2\geq 0$ ~~при x∈~~. $D=36-24=$
$=12 \Rightarrow x=\frac{6\pm\sqrt{D}}{6}=1\pm\frac{\sqrt{12}}{6}=1\pm\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x\in\left(-\infty;1-\frac{1}{\sqrt{3}}\right]\cup\left[1+\frac{1}{\sqrt{3}};+\infty\right)$

$\cancel{\frac{1}{9}\leq 1-\frac{1}{\sqrt{3}}}$ $\quad 1-\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}=\frac{9-3\sqrt{3}}{9}>\frac{9-8}{9}=\frac{1}{9} \Rightarrow x=\frac{1}{9}$ лежит в области определения.

Ответ: $x=\frac{1}{9}$

№ 4.

$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x \quad | \cdot \left(\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}\right)$.

$\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}>0$ ~~т.к.~~ на всей области определения, т.к. $\sqrt{3x^2-6x+2}\geq 0$, а $\sqrt{3x^2+3x+1}>0$ (т.к. $D=9-4\cdot 3=-3$) $\Rightarrow$ $\Rightarrow \sqrt{3x^2+3+1}>0$. Область определения $\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}$ и $\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3+1}$ совпадает.

$\left(\sqrt{3x^2-6x+2}\right)^2-\left(\sqrt{3x^2+3x+1}\right)^2=(1-9x)\left(\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}\right)$

$\cancel{3x^2}-6x+2-\cancel{3x^2}+3x+1=(1-9x)\left(\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}\right)$ $\left(\sqrt{3x^2-6x+2}\right)^2$

Я раскрыл как $3x^2-6x+2$, ~~тоже~~ потому что область определения изначального уравнения совпадает с областью, на которой $3x^2-6x+2$ имеет ~~положительное~~ неотрицательное значение совпадают, и точки, в которой $3x^2-6x+2$ принимает отр. значение не рассматриваются.

$(1-9x)\left(\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}-1\right)=0$

$\left[\begin{array}{l} 1-9x=0 \\ \sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}=1 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{9} \\ \sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}=1 \end{array}\right.$

$\sqrt{3x^2-6x+2}>1$ ~~при $x\in\left(-\infty;1-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$~~

$3x^2-6x+2>1$

$D=36-4\cdot 3\cdot 1=24 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x<\frac{6-\sqrt{24}}{6} \\ x>\frac{6+\sqrt{24}}{6} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x<1-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\ x>1+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \end{array}\right. \Rightarrow x\in\left(-\infty;1-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)\cup$ $\cup\left(1+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}};+\infty\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Заметим, что только при $0 \le z \le 32$ прямая пересечет параллелограм (дальше рассматриваются только эти z). Заметим, что если z - нечетное, то прямая $z = 2x+y$ будет иметь ровно 13 точек с целыми координатами в параллелограме (искомые точки), т.к. в таком случае y должно быть нечетным (чтобы x было целым), а нечетных y: $0 \le y \le 26$ ровно 13. Аналогично при z-четном, y-четное $\Rightarrow$ искомых точек 14. Тогда между прямой парой $z = 2x+y$ и $z+14 = 2x+y$ 13^2 пар если z-неч, и 14^2 если z-чет. Если рассмотрим пары прямых $z = 2x+y$ и $z+14 = 2x+y$ при $0 \le z \le 18$, то мы рассмотрим все пары прямых $\Rightarrow$ все пары искомых точек.

Тогда общее кол-во пар $k = 10 \cdot 14^2 + 9 \cdot 13^2 = 1960 + (1690 - 169) =$
$= 1960 + 1521 = 3481$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

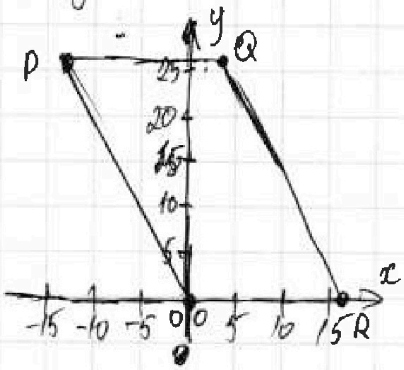
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5

~~Пусть $2x_2+y_2=(2x_1+y_1)=14$~~

~~Пусть $2x_1+y_1=z$. Тогда $2x_2+y_2=14+z$~~



Найдем уравнение прямой PO:

Пусть оно $ax+y=b$

~~$a\cdot(-13)+26$~~

$$\begin{cases} a\cdot(-13)+26=b \\ a\cdot 0+0=b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ a\cdot(-13)+26=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ a=2 \end{cases}$$

Тогда $2x+y=0$ – уравнение прямой PO.

Уравнение прямой QR: $ax+y=b$:

$$\begin{cases} 3x+26=b \\ 16x+0=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13x-26=0 \\ 16a+0=b \end{cases} \begin{cases} a=2 \\ b=32 \end{cases} \Rightarrow QR: 2x+y=32.$$

PQ: $y=26$, OR: $y=0$. Тогда все точки в параллелограмме удовлетворяют условию: $\begin{cases} 0\le 2x+y\le 32 \\ 0\le y\le 26 \end{cases}$

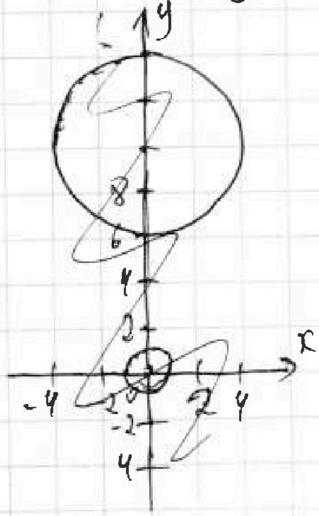
Возьмем прямые $z_1=2x+y$ и $z_2=2x+y$ $14+2$. Тогда любая точка прямой $z=2x+y$ с целыми значениями координат и принадлежащая ~~находящаяся~~ внутри параллелограмма и такая же точка на прямой $z+14=2x+y$ (удовлетворяющая этим же условиям) являются искомой парой.

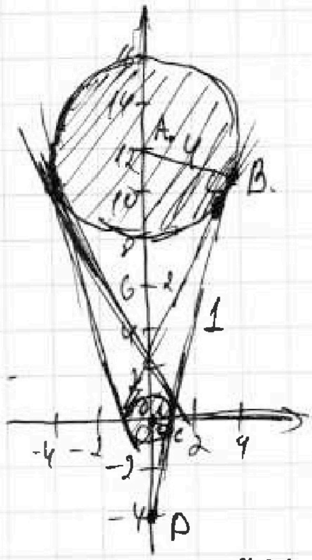
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16)\leq 0$ только если один из множителей ≥ 0, а второй ≤ 0.





Т.к. ~~овагн~~ графики обоих множителей - ~~круги~~ - окружности, то множество всех решений этого ~~уравн~~ неравенства все точки внутри каждого круга (т.к. круги не пересекаются, точка внутри ~~круга~~ делает значение одного из множителей положительным, а второго - отрицательным).

Т.к. $ax+y-8b=0$ - прямая, то и система имеет всего два решения, то эта прямая касательная к ~~обеим~~ им окружностям (иначе она либо не ~~кака~~ имеет общих точек с кругами (0 решений), либо касается одной окружности (1 решение), либо пересекает хотя бы одну окружность (бесконечное кол-во решений). По условию нужно найти a всех прямых, касающихся обеих окружностей. ~~Возьмём прямую 1.~~

~~У неё только одна~~ ~~Т.к. AB=4?, AC~~ Тогда $a=4,-4$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

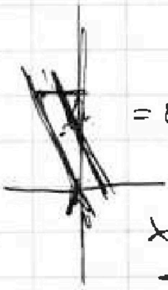
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$4(120^2+221^2)=4(120^2-2\cdot120\cdot221+221^2)+8\cdot120\cdot221=4(221-120)^2+$

$8\cdot26520$

$\times\begin{array}{r}221\\120\\\hline 442\\221\\\hline 26520\end{array}$ $\quad\times\begin{array}{r}221\\12\\\hline 442\\221\\\hline 26520\end{array}$ $\quad\times\begin{array}{r}26520\\2\\\hline 212160\end{array}$ $\quad\times\begin{array}{r}17\\17\\\hline 119\\17\\\hline 289\\49\\\hline 338\end{array}$



$=4(10201+$

$\times\begin{array}{r}251\\251\\\hline 251\\1255\\502\\\hline 63001\end{array}$

$D=4\cdot(251^2+240)$

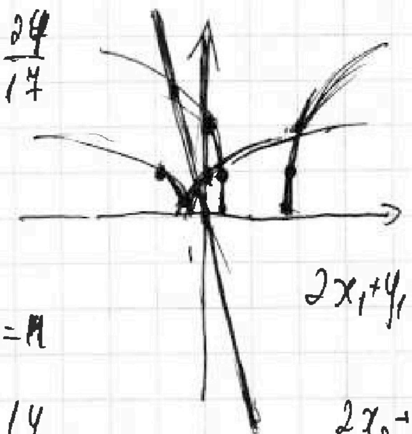
$a^2=\sqrt{\dfrac{2\sqrt{251^2+240}-338}{281}}$

$+\begin{array}{r}53040\\10201\\\hline 63241\end{array}$

0

$AB=24a=\dfrac{24}{17}$

$10\cdot14\cdot14+13\cdot13\cdot9$



$(x+1)=\dfrac{1}{x}$

$\dfrac{x^2+x-1}{x}=0$

$3x^2+3x+1=0$

$D=9-12=-3$

$D=36-24=12$

$x=\dfrac{6\pm\sqrt{12}}{6}=1\pm\dfrac{\sqrt3}{3}$

$2x_1+y_1=2$

$2x_2+y_2-(2x_1+y_1)=14$

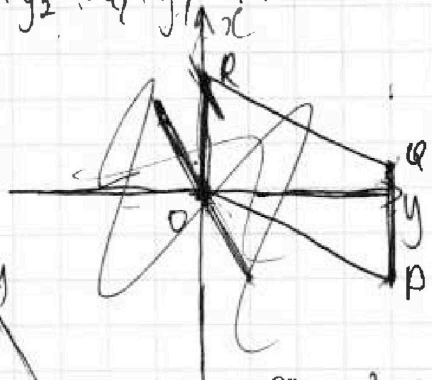
$2x_2+y_2=2x_1+y_1+14$

$2x_2+y_2=2+$

$x=\dfrac{\sqrt3+1}{\sqrt3}$

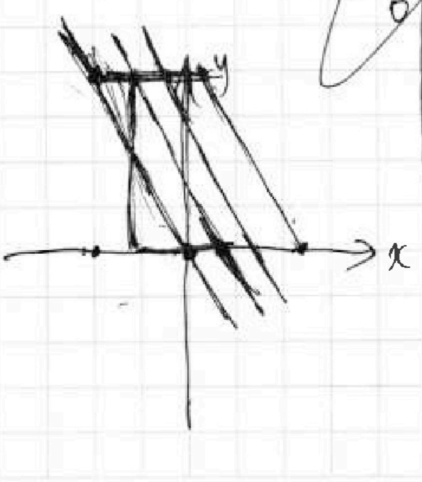
$x=\dfrac{\sqrt3-1}{\sqrt3}$

$2x_0+y_0$



$3\left(1+\dfrac{1}{\sqrt3}\right)^2-6-2\sqrt3$

~~$+2=3+1+2\sqrt3-$~~



$2a+b-14=2x_1+y_1$

$y_1=-2x_1+2a+b-14$

$2a+b=14$

$0=a\cdot16+b$

$32=a\cdot3+b$

~~$y_1=14-2x_1$~~

$32=-13a\Rightarrow a=-2$

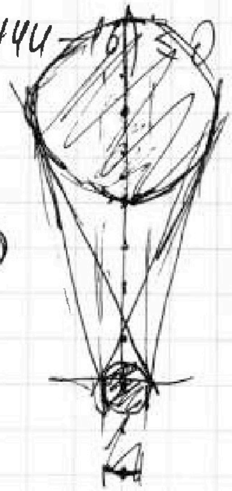
$y=-2x+32$

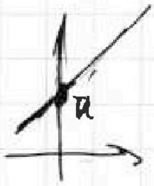
$0\le y\le 16$

$-2x\le y\le-2x+32$

$0\le y+2x\le32 \quad 0\le y\le16.$

$(x^2+y^2-1)(x^2+y^2-24y+144-16)=0$





$a=-4, -4$

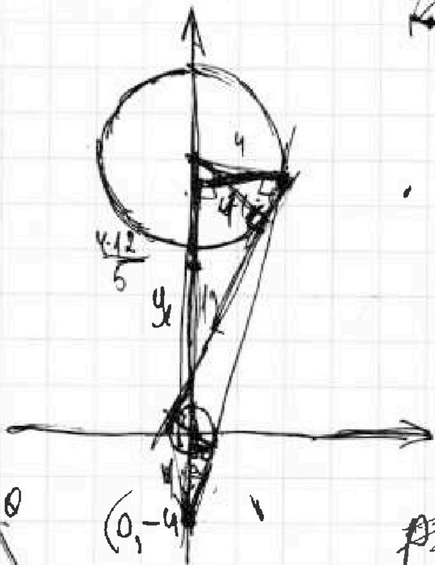
$-ax=y+4$

$-a=\frac{y+4}{x}$

$c=y_0-ax_0$ $\quad \cancel{-a=4}$

$36-12=24$

$x=\frac{6\pm\sqrt{24}}{6}=1\pm\frac{\sqrt6}{3}$



$ax+y=-4$

$ax+y=c$ $\quad \cancel{ax+y=y}$

$c-y$

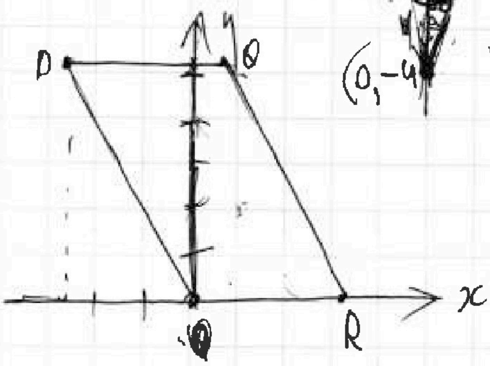
$a=\frac{\cancel{y+c}}{x}$

$\cancel{tg}\ \frac{y_1+4}{x_1}=\frac{y_2+4}{x_2}$

$y_1=ctg\,a\cdot|x_1|$ $\quad y_2=ctg\,a\cdot|x_2|$

$\frac{4\cdot12}{5\cdot4}=\frac{12}{5}$ $\quad -\frac{12}{5}$

$\cancel{PQ}$:



$ax+y=b$

$-13a+26=b \Rightarrow -13a+26=0$

$a=2$

$0=b$

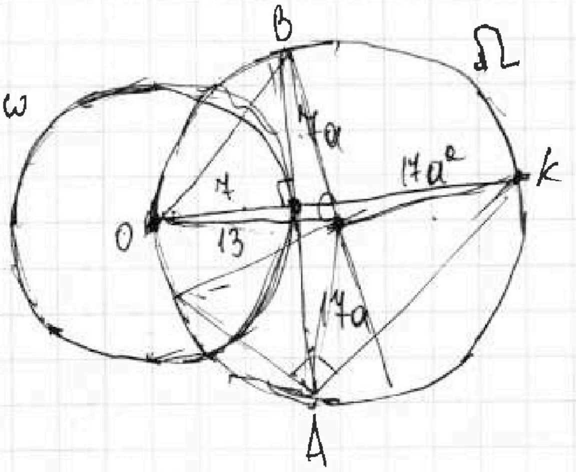
$2x+y=0$

$2x+y=b_2$

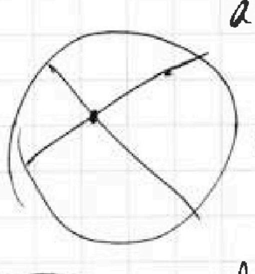
$2x+y=32$

$0\le 2x+y\le 32$

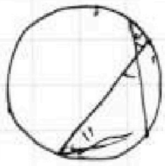
$0\le y\le 26.$



$ab = 11$
$a - b = 11$
$b = 0,\ a = 11,\ c = 8$



$a + b = 15$ $a = 11$,
$a - b = 6$ $b = 5$
$c = 12$.
$240 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 12$



$\frac{\cancel{AC}}{\cancel{OC}}$ $\frac{\cancel{OB}}{\cancel{Ck}}$

~~ACCK~~

$\frac{OC}{CA} = \frac{BC}{Ck}$

$OC \cdot Ck = AC \cdot BC.$

$14 \cdot 4a^2 = 7 \cdot Ck \Rightarrow Ck = 17a^2$

$13^2 = \sqrt{17^2a^2 + 17^2a^4} + 7^2 + 7^2a^2$

$17^2x^2 + (17^2 + 7^2)x + 7^2 - 13^2 = 0.$ $D = 17^4 + 2 \cdot 17^2 \cdot 7^2 + 7^4 - 4 \cdot 17^2 \cdot 7^2$

$+ 13^2 \cdot 17^2 \cdot 4 = (17^2 - 7^2)^2 + 4 \cdot 13^2 \cdot 17^2 = 240^2 + 2^2 \cdot 13^2 \cdot 17^2 = 47130$

$a^2 = \frac{-17^2 - 7^2 + }{17^2}$

$2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1)$

$13 \times 17 = 91$, 13, 221

$221 \times 221 = 221$, 442, 442, 48841

240×240: 96, 48, 57600

$12 \times 12 = 14400$, $+48841 = 63241$

321×321: 321, 642, 963, 103041

$54600 + 48841 = 106441$

331×331: 331, 993, 993, 109561

24×24: 96, 48, 576

28×28: 224, 56, 784

27×27: 189, 54, 729

329×329: 2961, 658, 987, 108241

251×251: 251, 1255, 502, 61

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\cancel{3x^2+9x+1}$ $3x^2-6x+2-3x^2+3x-1=-9x+1$

$1-9x=(1-9x)\left(\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}\right)$

$(1-9x)\left(\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}-1\right)=0$

$\left[\begin{array}{l}1-9x=0\\ \sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}=1\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{9}\end{array}\right.$

$\frac{1-18+54}{27}=\frac{37}{27}$

$\cancel{\frac{1+9+27}{27}}=\frac{37}{27}$

$3x^2-6x+2=0$ $D=36-24=12$

$\cancel{3t^2+6t+3-6t-6+2=3t^2-1}$

$3t^2-6t+3-6t+6+2=3t^2-12t+11$

$3t^2+6t+3+3t+3+1=3t^2+9t+7$

$3t^2-6t+\cancel{3}+3t-\cancel{3}+1=3t^2-3t+1$

$3(t^2+3t+3)=\cancel{3(t+\sqrt{3})^2}$

$ab \vdots p_i^{\beta_i}$

$a \vdots p_i^{\beta_i}$

$m=p_1^{\alpha_1}\cdot\ldots$

$ab \vdots p_i^{\beta_i} p_j^{\beta_j}$

$a \vdots p_i^{\beta_i}$ $p_j^{\beta_j}$

$\frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}=$

$\frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$

$a+b \vdots m$

$(a+b)^2-9ab \vdots m$

$\Downarrow$

$9ab \vdots m$

$\frac{(a+b)^2-9ab}{(a+b)^2-9ab}=1 \Rightarrow 1+\frac{9ab}{(a+b)^2-9ab}$

$a+b \vdots p_i^{\beta_i}$ $(a,b)=1$

$\frac{5+4}{25+16-7\cdot 2}$

$ab \vdots m \Rightarrow 9 \vdots m$

$\frac{1+8}{1+64-7\cdot 8}=\frac{9}{65-56}=\frac{9}{9}=1$