



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$\min \text{ знак } abc - ?$$

$$ab : 2^{14} 7^{10}$$

$$ab = 2^{14} 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} 7^{17}$$

$$bc : 2^{17} 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} 7^{37}$$

$$ac : 2^{20} 7^{37}$$

$$bc : 2^{17} 7^{17} \quad | \Rightarrow a^2 b^2 c^2 : 2^{51} 7^{64}$$

$$ac : 2^3 \quad | \quad 32$$

$$abc : 7 \quad |$$

$$ab = 2^{14} 7^m, \text{ где } m - \text{произведение множителей } a \text{ и } b \text{ не}$$

$$bc = 2^{17} 7^n, \text{ где } n - \text{произведение множито} \begin{cases} \text{всех} \\ b^{14} \cdot 7^{10} \end{cases}$$

$$ac = 2^{20} 7^l, \text{ где } l - \text{произведение множито} \begin{cases} \text{всех} \\ b \cdot a \text{ не включены} \\ b^{17} \cdot 7^{17} \end{cases}$$

$$a \text{ и } c \text{ не включены}$$

$$b^{20} \cdot 7^{37}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано: ω , Ω

Решение:

AB - хорда Ω

AB - касательная ω

$$\frac{AC}{CB} = 7 \quad (\text{QC} \perp AB)$$

$$CQ = 1$$

$$OA = 5$$

Найти: $AB = ?$

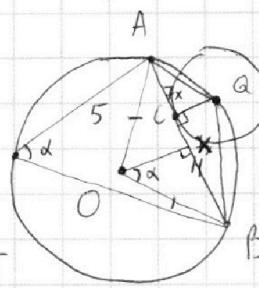
1) Рассмотрим

$\triangle AOB$:

p/5, т.к.

$$OA = OB = R_{\omega} = 5$$

\Rightarrow Проведем OH - высота, медиана $\triangle AOB$

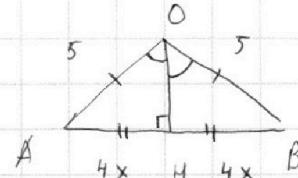


$$AB = AC + CB = 7x + x = 8x$$

Т.к. OH - медиана \Rightarrow

$$AH = HB = \frac{1}{2}AB = 4x$$

$$\text{Неск} \angle AOH = \alpha \Rightarrow \boxed{\sin \alpha = \frac{4x}{5}}$$



Т.к. OH - является и биссектрисой $\angle AOB = 2\alpha$

2) $\angle AOB$ - центральный угол на $\cup A(Q)B$

$\angle APB$ - вписанный угол на $\cup A(P)B$, где P точка на окружности на дуге $\cup AB$ (вдоль нее нет Q)

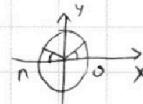
$\angle AQB$ - вписанный угол на $\cup A(P)B$
 $\angle APB$ - вписанный угол на $\cup A(Q)B$] $\Rightarrow \angle AQB + \angle APB = 180^\circ$

$$\angle AQB = 180^\circ - \alpha$$

$$\sin \angle AQB = \sin(180^\circ - \alpha) = \underline{\underline{\sin \alpha}}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$

$$\cos \angle AQB = \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



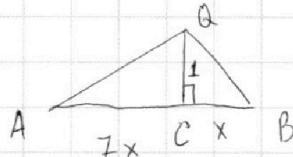
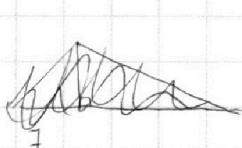
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(Продолж 3 задачи)

Рассмотрим $\triangle AQB$:



$$\cos \angle AQB = -\sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$

По тн Пифагора: $\triangle AGC$:

$$AQ = \sqrt{49x^2 + 1}$$

По тн Пифагора $\triangle QCB$:

$$QB = \sqrt{x^2 + 1}$$

По тн $\cos \triangle AQB$:

$$(808) AB^2 = AQ^2 + QB^2 - 2AQ \cdot QB \cos \angle AQB$$

$$64x^2 = \underbrace{49x^2 + 1}_{6} + \underbrace{x^2 + 1}_{1} + 2\sqrt{49x^2 + 1}\sqrt{x^2 + 1} \sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$

$$\Rightarrow 14x^2 - x^2 = x^2 \sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1} \sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$

$$49x^4 + 1 - 14x^2 = (49x^4 + 50x^2 + 1) \left(1 - \frac{16x^2}{25}\right)$$

$$49x^4 + 1 - 14x^2 = 49x^4 - \frac{16 \cdot 49x^6}{25} + 50x^2 - 32x^4 + 1 - \frac{16x^2}{25}$$

$$\frac{16 \cdot 49}{25}x^3 + 32x^2 - \frac{8 \cdot 198}{25} = 0$$

$$\frac{49}{25}x^3 + 2x^2 - \frac{99}{25} = 0$$

$$49x^3 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$(x-1)(49x^2 + 99x + 99) = 0$$

$$\begin{cases} x-1=0 \\ 49x^2 + 99x + 99 = 0 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

$$\boxed{x=1} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{l} AB = 8x \\ x = 1 \end{array} \Rightarrow$$

$$\boxed{AB = 8}$$

Ответ: 8.

$$(2) 49x^2 + 99x + 99 = 0$$

$$D = 8808 \leftarrow 99^2 - 196 \cdot 99 < 0$$

$$\Rightarrow x \in \emptyset$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Заметим, что $2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 - 2x - 1 = 2 - 7x$
 $-7x + 2 = 2 - 7x$

$$\Rightarrow \text{Ну же } 2x^2 - 5x + 3 = A$$

$$2x^2 + 2x + 1 = B$$

\Rightarrow

$$\sqrt{A} - \sqrt{B} = \text{Ал } A - B$$

$$\text{Ал } A - B = (\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})$$

$$\Rightarrow (\sqrt{A} - \sqrt{B}) = (\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})$$

$$(\sqrt{A} - \sqrt{B})(1 - \sqrt{A} + \sqrt{B}) = 0$$

\Leftrightarrow

$$\sqrt{A} - \sqrt{B} = 0 \quad (1)$$

$$1 - \sqrt{A} + \sqrt{B} = 0 \quad (2)$$

(1) $\sqrt{A} = \sqrt{B} : \Rightarrow \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$-7x = 2$$

$$x = \frac{2}{-7}$$

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x_1 = \frac{5+1}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{5-1}{4} = 1$$

$$(x-1)(x-\frac{3}{2}) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$$

(2) $1 - \sqrt{A} - \sqrt{B} = 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$$1 - 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$2x^2 + 2x + 1$$

бумага > 0

$$-2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = -7x - 3$$

$$4(2x^2 - 5x - 3) = 49x^2 - 42x + 9$$

$$8x^2 - 20x - 12 = 49x^2 - 42x + 9$$

$$41x^2 - 22x + 21 = 0$$

$$D/4 = 121 - 861$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(продолжение)

Проверим корень $x = \frac{2}{7}$ подстановкой:

$$\sqrt{\frac{2 \cdot 4}{49} - \frac{5 \cdot 2}{7} + 3} - \sqrt{\frac{2 \cdot 4}{49} + \frac{2 \cdot 2}{7} + 1} = 2 - \frac{x \cdot 2}{7}$$

$$\sqrt{\frac{8 - 70 + 147}{49}} - \sqrt{\frac{8 + 28 + 49}{49}} = 0$$

$$\sqrt{\frac{85}{49}} - \sqrt{\frac{85}{49}} = 0$$

Верно $\Rightarrow x = \frac{2}{7}$ — корень

Ответ: $\frac{2}{7}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

2 решения

a - ?

b - ?

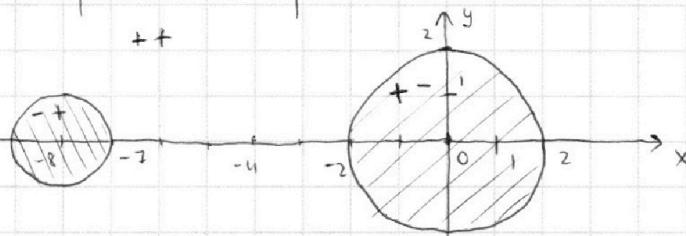
$$(1) ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$(x+8)^2 + y^2 = 1$ — окружность с центром $(-8; 0)$ и $R=1 \rightarrow$ I окр.

$$(x^2 + y^2 - 4) \geq 0$$

$x^2 + y^2 = 4$ — окружность с центром $(0; 0)$ и $R=2 \rightarrow$ II окр.

Рассмотрим на координатной плоскости:



$$(y = ax + 10b)$$

(2) График — прямая, т.е. 2 решения \Rightarrow

прямая должна быть общим касат к 2 окр.

(Прямая не может пересекать ни одну окружность,
т.к. тогда бесконечно много решений)

\Rightarrow Есть 4 варианта касания:

1) ~~-○-~~

Заметим, что из симметрии:

\Rightarrow б) круговых знаки будут

2) ~~-○-~~

1) и 2) случаи различаются

+ -, что удовлетворяет

3) ~~-○-~~

Аналогично для случаев

первенству (1)

4) ~~-○-~~

3) и 4)

б) окружностей (+)

не подходит.

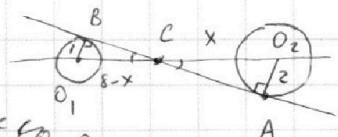
Рассмотрим случай № 3):

Т.к. AB — общая касат $\Rightarrow O_2A \perp AB$ и $O_1B \perp AB$

, т.е. $O_2A \perp O_1B$

$$O_1B = R = 2$$

$$O_2A = r = 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим $\triangle O_1BC$ и $\triangle O_2AC$

$\triangle O_1BC \sim \triangle O_2AC$ (по 2 углам; при $y_{O_2} + \angle BCO_1 = \angle O_2CA$ (внешне))

$$\Rightarrow \frac{O_2A}{O_1B} = \frac{O_2C}{CO_2} = 2 \quad O_1C + CO_2 = 8 \quad \begin{cases} x_{O_2} \neq 0 & : y_{O_2} = y_{O_1} \\ x_{O_1} = -8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{By } O_2 \quad O_2C = x \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{8-x} = 2$$

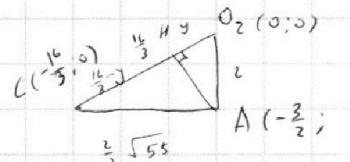
$$x = 16 - 2x$$

$$3x = 16$$

$$x = \frac{16}{3} \Rightarrow x_{T.C} = -\frac{16}{3}$$

AC no th Пифагора и $\triangle CO_2A$: $[HA \perp CO_2]$

$$AC = \sqrt{\frac{256}{9} - 4} = \sqrt{\frac{220}{9}} = \frac{2}{3}\sqrt{55}$$



$$\text{By } O_2H \Rightarrow HC = \frac{16}{3} - y$$

No th Пифагора для $\triangle CHA$ и $\triangle HO_2A$:

$$\frac{220}{9} - \frac{256}{9} - y^2 + \frac{32y}{3} = 4 - y^2$$

$$\frac{32y}{3} = 16$$

$$y = \frac{3}{2} \Rightarrow x_A = -\frac{3}{2}$$

$$HA = \sqrt{4 - \frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2} \Rightarrow y_A = -\frac{\sqrt{7}}{2} \Rightarrow \text{Причина 2 точки}$$

$$y = ax + 106$$

C и A.

$$\begin{cases} 0 = -\frac{16}{3}a + 106 \\ -\frac{\sqrt{7}}{2} = -\frac{3}{2}a + 106 \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{-23}{3}a$$

$$a = \frac{-3\sqrt{7}}{23}$$

\Rightarrow Для нахождения 2) орбита:

$$\begin{aligned} a &= \frac{23}{-3\sqrt{7}} + \frac{+3\sqrt{7}}{23} \\ b &= \frac{16}{-3\sqrt{7}} + \frac{+16\sqrt{7}}{230} \end{aligned}$$

$$a = \frac{23}{-3\sqrt{7}}$$

$$b = \frac{-16\sqrt{7}}{230}$$

$$b = \frac{-16\sqrt{7}}{230}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(Продолжение 6 задачи)

Теперь рассмотрим случай: № 3:

A_1C_1 — общая как к I и II
окр

$$\Rightarrow O_1B_1 = r, O_1B_1 \perp A_1C_1$$

$$O_2C_1 = R, O_2C_1 \perp A_1C_1$$

, $\triangle A_1B_1O_1 \sim \triangle A_1C_1O_2$ (по 2 углам)
($\angle B_1A_1O_1$ — общий)

№ th Пилюзора $\triangle A_1O_1B_1$:

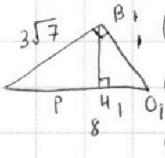
$$\frac{O_2C_1}{O_1B_1} = 2 = \frac{O_2A_1}{A_1O_1}$$

$$A_1B_1 = \sqrt{64 - 1} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$$

$$2 = \frac{8+8}{8}$$

№ th Пилюзора $\triangle A_1B_1H_1$

и $\triangle B_1H_1O_1: A_1$



$$2\cancel{8} = \cancel{8} + 8$$

$$8 = 8 \Rightarrow x_{A_1} = -16$$

$$63 - p^2 = 1 - (8-p)^2$$

$$63 - p^2 = 1 - 64 - p^2 + 16p$$

$$2 \cdot 63 = 16p$$

$$p = \frac{63}{8}$$

$$\Rightarrow x_{B_1} = -16 + \frac{63}{8} = \frac{-65}{8}$$

$$B_1H_1 = \frac{3\sqrt{7} \cdot 1}{8} = \frac{3\sqrt{7}}{8} \Rightarrow y_{B_1} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$$

№ 2 вум точкам A_1 и B_1 определим прямую $y = ax + 106$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = -16a + 106 \\ 3\frac{\sqrt{7}}{8} = -\frac{65}{8}a + 106 \end{array} \right.$$

$$\frac{3\sqrt{7}}{8} = \frac{65}{8}a$$

$$a = \frac{\sqrt{7}}{21}$$

\Rightarrow 7-е. случае 3 симметричн 4

$$b = \frac{\sqrt{7} + 16}{21 \cdot 105}$$

$$= \frac{8\sqrt{7}}{105}$$

$$\Rightarrow a = \frac{-\sqrt{7}}{21} \text{ и } b = \frac{-8\sqrt{7}}{105}$$

$$\underline{\text{Ответ: }} a = \pm \frac{3\sqrt{7}}{23} \Rightarrow b = \pm \frac{16\sqrt{7}}{230};$$

$$a = \pm \frac{\sqrt{7}}{21} \Rightarrow b = \pm \frac{8\sqrt{7}}{105};$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{2x^2 - 5x + 3}{2x^2 + 2x + 1} = \frac{\sqrt{2x^2 - 5x + 3}}{\sqrt{2x^2 + 2x + 1}} = \frac{\sqrt{(2x-1)(x-3)}}{\sqrt{(2x+1)^2}} = \frac{\sqrt{2x-1}\sqrt{x-3}}{2x+1}$$

$$\sqrt{A} - \sqrt{B} = A - B$$

$$(\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B}) = (\sqrt{A}\sqrt{B})$$

$$\sqrt{A} + \sqrt{B} = 1$$

2360-2β

12

36-0-2
2

+ 21

12

$$\frac{t}{3} = x$$

$$\frac{8}{45} - \frac{10}{7} + 3$$

$$\frac{M_F}{M_T} = \frac{G_F}{G_T}$$

$$\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 - 5 \cdot 2 \cdot 4}{4^3} m^{-4}$$

$$\begin{array}{c} \text{Gauss-Jordan Elimination} \\ \text{Step 1: } \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right] \\ \text{Step 2: } \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right] \\ \text{Step 3: } \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

1985

$$\begin{array}{r} \overset{2}{\cancel{3}} \\ \times \overset{2}{\cancel{3}} \\ \hline 156 \end{array}$$

AB - ?

MATERIALS AND METHODS

A hand-drawn diagram of a dome or vaulted ceiling. The top surface is a circle with a central point labeled '1'. A horizontal line passes through the center, with points '2' and '3' marked on it. Point '2' is at the midpoint of the horizontal line. Two vertical lines descend from the center to the base, forming a cross. Point '4' is located on the left vertical line, and point '5' is on the right vertical line. The base of the dome is represented by two intersecting arcs.

10

$$\frac{4}{48} - \frac{5 \cdot 2 \cdot 7 + 3 \cdot 49}{48}$$

$$\frac{2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 \cdot 7 + 45}{45} = \frac{85}{45}$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 57 \\ \hline 28 \\ + 230 \\ \hline 2652 \end{array}$$

40

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 11 \\ \hline 5540 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 & 8 \\
 & 9 \\
 & 9 \\
 + & 9 \\
 \hline
 8 & 9 \\
 8 & 9 \\
 8 & 0
 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

2

~~2x-7x~~



$$y = 2x$$

$$y = -2x$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = (2 - 7x)^2$$

$$\begin{array}{r} 58 \\ \times 2 \\ \hline 98 \\ 116 \\ \hline 116 \\ 36+3=44 \\ \hline 441 \end{array}$$

$$2 - 7x - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 2 - 7x$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ \times 2 \\ \hline 196 \\ 156 \\ \hline 441 \\ 637 \end{array}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{5+1}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{5-1}{4} = 1 \quad y = k+1$$

$$y = -x - b$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 2 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$D = 4 - 8 < 0$$

$$D = -k+b$$

$$1 = b$$

$$k = 1$$

$$0 = -k+b$$

$$0 = -1+b$$

$$b = 1$$

$$35 - 9 = 6$$

Проверим:

$$x=1: \sqrt{2-5+3} - \sqrt{2+2+1} = 2-7$$

$$0 - \sqrt{5} = -5$$

(х) не подходит.

$$x = \frac{3}{2}: \quad \sqrt{\frac{9}{2} - \frac{15}{2} + 3} - \sqrt{\frac{9}{2} + \frac{6}{2} + 1} = 2 - \frac{21}{2}$$

$$\sqrt{\frac{17}{2}} =$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 + 4x^3 \cdot 2x^2 - 5x^2 \\ - 5x^3 - 10x^2 - 6x^3 + 3 \\ \hline 4x^4 + 10x^3 - 11x^2 - 6x^3 + 3 = \frac{15}{2} + 1 = \frac{17}{2} \end{array}$$

$$3 \text{ заметим что: } 2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = 2 - 7x \Rightarrow 4x^2 + 5x - 2x^2 - 7x + 2 = 2 - 7x$$

$$\begin{array}{r} 2401 - 8 \\ \hline 2353 \end{array}$$

$$-7x + 2 = 2 - 7x$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 4 - 28x + 45x^2$$

$$x \in (-\infty, 1)$$

$$-49x^2 + 21x - 2 = 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$$

$$V(\frac{3}{2}, +\infty)$$

$$2401x^4 - 2058x^3 + 637x^2 - 84x + 4 = 8x^4 + 10x^3 - 4x^2 + 2x + 3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2393x^4 - 2068x^3 + 641x^2 - 86x + 1 = 0$$

$$\begin{array}{r} x=1 : \\ \begin{array}{r} 2393 \\ -2068 \\ \hline 325 \\ -641 \\ \hline 10 \end{array} \end{array}$$

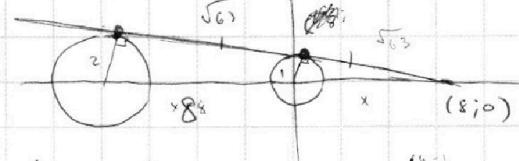
$$y = ax + 106$$

$$0 = 8a + 106$$

$$-\frac{\sqrt{63}}{8} = \frac{63}{8} a$$

$$a = -\sqrt{63} \approx -3\sqrt{7}$$

$$\frac{\sqrt{63}}{8} = \frac{1}{8}x + 106$$



$$a, b, c$$

$$b = \frac{8\sqrt{63}}{10}$$

$$ab : 2^{14} 7^{10}$$

64

$$5$$

$$bc : 2^{17} 7^{17}$$

$$2 = \frac{y}{8\sqrt{63}}$$

$$16 - 7y = y$$

$$y = \frac{16}{17}$$

$$ac : 2^{20} 7^{37}$$



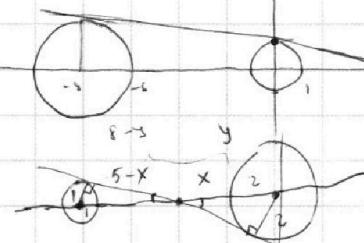
$$\begin{array}{l} \frac{x}{x+8} = \frac{2}{2} \\ 2x = x+8 \\ x=8 \end{array}$$

$$ab = 2^{14} 7^{10} m$$

$$bc = 2^{17} 7^{17} n$$

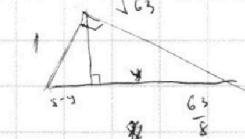
$$ac = 2^{20} 7^{37} l$$

$$\frac{252}{125}$$



$$abc = ab'c' 2^{x+y}$$

$$abc = 6a^1 6a^1 2^3$$



$$63 - y^2 = 1 - 64 - y^2 + 16y$$

$$\begin{array}{l} ab = 2^{14} 7^{10} a^1 b^1 \\ bc = 2^{17} 7^{17} b^1 c^1 \\ ac = 2^{20} 7^{37} a^1 c^1 \end{array}$$

$$63 - \frac{63^2}{8^2} = h^2$$

$$h^2 = \frac{937}{64} \left(\frac{h}{8} \right)^2$$

$$\frac{63 - 63^2}{64} = \frac{63}{64}$$

$$\frac{a+b}{2} =$$

$$8$$

$$x =$$

$$16 - 7 =$$

$$2$$

$$y =$$

$$\frac{63}{8}$$

$$z =$$

$$\frac{63}{8}$$

$$w =$$

$$2$$

$$x^2 + y^2 = 4 = 0$$

$$x^2 + y^2 = u$$

$$-okp$$

$$c$$

$$0(0;0)$$

$$r = 2$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$

$$-$$