



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$$

min знам  $abc$  - ?

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\Rightarrow a^2 b^2 c^2: 2^{51} \cdot 7^{84}$$
$$abc: 2^{32} \cdot 7^{\dots}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot m, \text{ где } m - \text{ произведение простых } a \text{ и } b \text{ и}$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot n, \text{ где } n - \text{ произведение простых } b \text{ и } c \text{ и}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot l, \text{ где } l - \text{ произведение простых } a \text{ и } c \text{ и}$$

$$a \text{ и } c \text{ не взаимно простые}$$
$$b \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:  $\omega, \Omega$

Решение:

AB - хорда  $\Omega$

AB - касая  $\omega$

$$\frac{AC}{CB} = 7 \quad (QC \perp AB)$$

$$CQ = 1$$

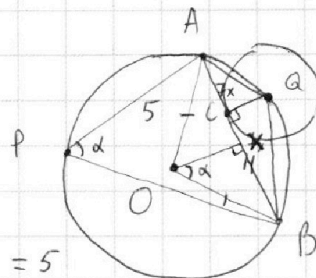
$$OA = 5$$

Найти: AB-?

1) Рассмотрим  $\triangle AOB$ :

р/б, т.к.

$$OA = OB = R_{\Omega} = 5$$

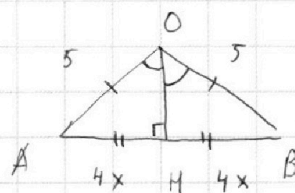


$\Rightarrow$  Проведем  $OH$  - высота, медиана  $\triangle AOB$  и биссектриса

$$AB = AC + CB = 7x + x = 8x$$

Т.к.  $OH$  - медиана  $\Rightarrow$

$$AH = HB = \frac{1}{2} AB = 4x$$



Пусть  $\angle AOH = \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4x}{5}$

Т.к.  $OH$  - высота и биссектрисой  $\angle AOB = 2\alpha$

2)  $\angle AOB$  - центральный опир на  $\cup A(Q)B$

$\angle APB$  - вписанный опир на  $\cup A(Q)B$ , где  $P$  точка на окружности на дуге  $\cup AB$  (где нет  $Q$ )

$$\Rightarrow \angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB = \alpha$$

$\angle AQB$  - вписанный опир на  $\cup A(P)B$

$\angle APB$  - вписанный опир на  $\cup A(Q)B$

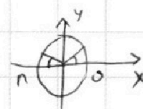
$$\Rightarrow \angle AQB + \angle APB = 180^\circ$$

$$\angle AQB = 180^\circ - \alpha$$

$$\sin \angle AQB = \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$

$$\cos \angle AQB = \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



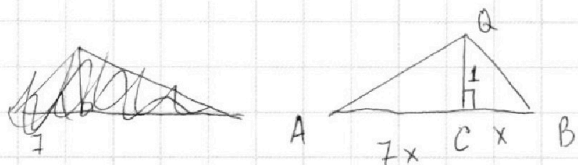
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(Продолжит 3 задачи)

Рассмотрим  $\triangle AQB$ :

$$\cos \angle AQB = -\sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$



По th Пифагора:  $\triangle AQC$ :

$$AQ = \sqrt{49x^2 + 1}$$

По th Пифагора  $\triangle QCB$ :

$$QB = \sqrt{x^2 + 1}$$

По th cos  $\triangle AQB$ :

$$AB^2 = AQ^2 + QB^2 - 2AQ \cdot QB \cos \angle AQB$$

$$64x^2 = 49x^2 + 1 + x^2 + 1 + 2\sqrt{49x^2 + 1}\sqrt{x^2 + 1} \sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$

$$\Rightarrow 14x^2 - 2 = 2\sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1} \sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$

$$49x^4 + 1 - 14x^2 = (49x^4 + 50x^2 + 1) \left(1 - \frac{16x^2}{25}\right)$$

$$49x^4 + 1 - 14x^2 = 49x^4 - \frac{16 \cdot 49x^6}{25} + 50x^2 - 32x^4 + 1 - \frac{16x^2}{25}$$

$$\frac{16 \cdot 49}{25} x^3 + 32x^2 - \frac{8 \cdot 158}{25} = 0$$

$$\frac{49}{25} x^3 + 2x^2 - \frac{99}{25} = 0$$

$$49x^3 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$(x-1)(49x^2 + 99x + 99) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 & (1) \\ 49x^2 + 99x + 99 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\boxed{x=1} \Rightarrow$$

$$AB = 8x \quad | \Rightarrow$$

$$x=1$$

$$\boxed{AB=8}$$

$$(2) 49x^2 + 99x + 99 = 0$$

$$D = 99^2 - 196 \cdot 99 < 0$$

$$\Rightarrow x \in \emptyset$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Заметим, что

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = 2 - 7x$$
$$-7x + 2 = 2 - 7x$$

$$\Rightarrow \text{Пусть } 2x^2 - 5x + 3 = A$$
$$2x^2 + 2x + 1 = B$$

$$\sqrt{A} - \sqrt{B} = A - B$$

$$\text{Ан } A - B = (\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})$$

$$\Rightarrow (\sqrt{A} - \sqrt{B}) = (\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})$$

$$(\sqrt{A} - \sqrt{B})(1 - \sqrt{A} + \sqrt{B}) = 0$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \sqrt{A} - \sqrt{B} = 0 & (1) \\ 1 - \sqrt{A} + \sqrt{B} = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \sqrt{A} = \sqrt{B} \Rightarrow \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$7x = 2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$(2) 1 - \sqrt{A} - \sqrt{B} = 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$1 - 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$-2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 7x - 3$$

$$4(2x^2 - 5x + 3) = 49x^2 - 42x + 9$$

$$8x^2 - 20x - 12 = 49x^2 - 42x + 9$$

$$41x^2 - 22x + 21 = 0$$

$$D_4 = 121 - 861$$

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x_1 = \frac{5+1}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{5-1}{4} = 1$$

$\Rightarrow$

$$(x-1)(x-\frac{3}{2}) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$$

$$2x^2 + 2x + 1$$

$$\text{всегда } > 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(Продолжи и закончи)

Проверим корни  $x = \frac{2}{7}$  подстановкой:

$$\sqrt{\frac{2 \cdot 4}{49} - \frac{5 \cdot 2}{7} + 3} - \sqrt{\frac{2 \cdot 4}{49} + \frac{2 \cdot 2}{7} + 1} = 2 - \frac{7 \cdot 2}{7}$$

$$\sqrt{\frac{8 - 70 + 147}{49}} - \sqrt{\frac{8 + 28 + 49}{49}} = 0$$

$$\sqrt{\frac{85}{49}} - \sqrt{\frac{85}{49}} = 0$$

верно  $\Rightarrow x = \frac{2}{7}$  — корни

Ответ:  $\frac{2}{7}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



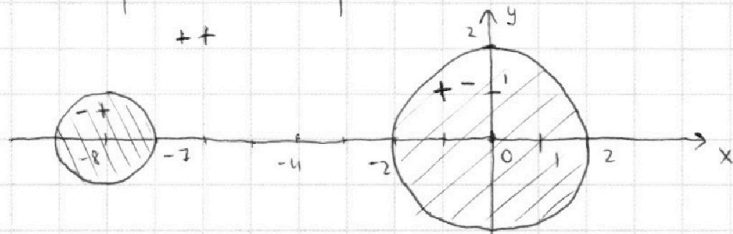
$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 & (2) \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 & (1) \end{cases} \quad \begin{matrix} 2 \text{ решения} \\ a - ? \\ b - ? \end{matrix}$$

$$(1) ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$(x+8)^2 + y^2 = 1$  — окружность с центром  $(-8; 0)$  и  $R = 1 \rightarrow I$  окр.

$x^2 + y^2 = 4$  — окружность с центром  $(0; 0)$  и  $R = 2 \rightarrow II$  окр.

Рассмотрим на координатной плоскости:



$$(y = ax + 10b)$$

(2) График — прямая, т.к. 2 решения  $\Rightarrow$

прямая должна быть общим касат и 2 окр.

(Прямая не может пересекать ни одну окружность, т.к. тогда бесконечно много решений)

$I$  окр:

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0$$

Вся область кроме внутри окр (границы НЕ входит)

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0$$

Закрашивается  $I$  окр с границами

$II$  окр:  $x^2 + y^2 - 4 > 0$

Вся область кроме  $II$  окр (границы не входит)

$$x^2 + y^2 - 4 \leq 0$$

Закрашивается  $II$  окр с границами

$\Rightarrow$  Есть 4 варианта прямой:

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

Заметим, что из симметрии:

1) и 2) случаи различаются лишь знаком коэфф.

Аналогично для случаев 3) и 4)

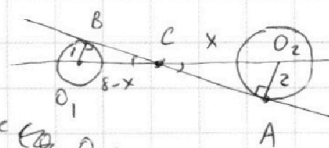
$\Rightarrow$  в кругах знаки будут

$(+-)$ , что удовлетворяет неравенству (1)

все окружности  $(++)$  не подходит.

Рассмотрим случай № 4):

Т.к.  $AB$  — общий касат  $\Rightarrow O_2A \perp AB$  и  $O_1B \perp AB$



здесь  $O_1B = r_1 = 1$   
 $O_2A = r_2 = 2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим  $\triangle O_1BC$  и  $\triangle O_2AC$

$\triangle O_1BC \sim \triangle O_2AC$  (по 2 углам; прямоугол +  $\angle BCO_1 = \angle O_2CA$  (вертикал))

$$\Rightarrow \frac{O_2A}{O_1B} = \frac{O_2C}{CO_2} = 2$$

$$O_1C + CO_2 = 8 \quad \begin{cases} xO_2 \neq 0 \\ xO_1 = -8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{пусть } O_2C = x \Rightarrow \frac{x}{8-x} = 2$$

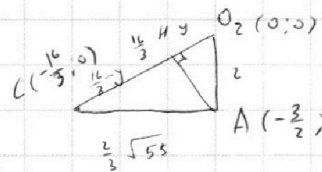
$$x = 16 - 2x$$

$$3x = 16$$

$$x = \frac{16}{3} \Rightarrow x_{TC} = -\frac{16}{3}$$

AC по теореме Пифагора из  $\triangle CO_2A$ :  $[HA \perp CO_2]$

$$AC = \sqrt{\frac{256}{9} - 4} = \sqrt{\frac{220}{9}} = \frac{2}{3}\sqrt{55}$$



$$\text{пусть } O_2H = y \rightarrow HC = \frac{16}{3} - y$$

по теореме Пифагора для  $\triangle CHA$  и  $\triangle HO_2A$ :

$$\frac{220}{9} - \frac{256}{9} - y^2 + \frac{32y}{3} = 4 - y^2$$

$$\frac{32y}{3} = 16$$

$$y = \frac{3}{2} \Rightarrow x_A = -\frac{3}{2}$$

$$HA = \sqrt{4 - \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow y_A = -\frac{\sqrt{7}}{2}$$

$\Rightarrow$  Прямую задает 2 точки

$$y = ax + 10b$$

C и A.

$$\begin{cases} 0 = -\frac{16}{3}a + 10b \\ -\frac{\sqrt{7}}{2} = -\frac{3}{2}a + 10b \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{-23}{3}a$$

$$a = \frac{-3\sqrt{7}}{23}$$

$$10b = -\frac{16\sqrt{7}}{23}$$

$$b = \frac{-16\sqrt{7}}{230}$$

$\Rightarrow$  Две числа 2) ответ:

$$\begin{aligned} a &= \frac{3\sqrt{7}}{23} \\ b &= \frac{16\sqrt{7}}{230} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



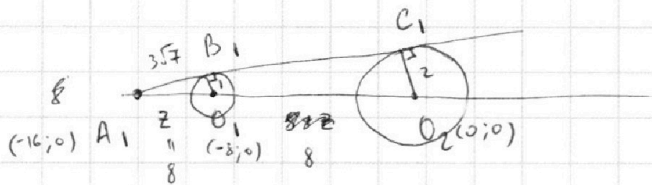
(Продолжить 6 задач)

Теперь рассмотрим случай: № 3:

$A_1C_1$  - ось кас к I и II окр

$$\Rightarrow O_1B_1 = r, O_1B_1 \perp A_1C_1$$

$$O_2C_1 = R, O_2C_1 \perp A_1C_1$$



$$\Delta A_1B_1O_1 \sim \Delta A_1C_1O_2 \quad (\text{по 2 углам } \angle B_1A_1O_1 = \angle C_1A_1O_2 \text{ - оды прямины } \Delta)$$

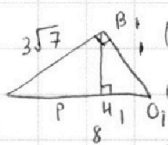
По т.т. Пифагора  $\Delta A_1O_1B_1$ :

$$\frac{O_2C_1}{O_1B_1} = 2 = \frac{O_2A_1}{A_1O_1}$$

$$A_1B_1 = \sqrt{64 - 1} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$$

$$2 = \frac{x+8}{x}$$

По т.т. Пифагора  $\Delta A_1B_1H_1$



$$2x = x + 8$$

$$x = 8 \Rightarrow x_{A_1} = -16$$

$$63 - p^2 = 1 - (8-p)^2$$

$$63 - p^2 = 1 - 64 - p^2 + 16p$$

$$2 \cdot 63 = 16p$$

$$p = \frac{63}{8}$$

$$\Rightarrow x_{B_1} = -16 + \frac{63}{8} = \frac{-65}{8}$$

$$B_1H_1 = \frac{3\sqrt{7} \cdot 1}{8} = \frac{3\sqrt{7}}{8} \Rightarrow y_{B_1} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$$

По двум точкам  $A_1$  и  $B_1$  определим прямую  $y = ax + b$

$$\begin{cases} 0 = -16a + b \\ \frac{3\sqrt{7}}{8} = -\frac{65}{8}a + b \end{cases}$$

$$\frac{3\sqrt{7}}{8} = \frac{3}{8}a$$

$$a = \frac{\sqrt{7}}{21}$$

$$b = \frac{\sqrt{7} \cdot 16}{21 \cdot 105}$$

$$\frac{8\sqrt{7}}{105}$$

$\Rightarrow$  т.к. случай 3 симметричен 4

$$\Rightarrow a = \frac{-\sqrt{7}}{21} \quad \text{и} \quad b = \frac{-8\sqrt{7}}{105}$$

Ответ:  $a = \pm \frac{3\sqrt{7}}{23} \Rightarrow b = \pm \frac{16\sqrt{7}}{230}$  ;

$a = \pm \frac{\sqrt{7}}{21} \Rightarrow b = \pm \frac{8\sqrt{7}}{105}$  ;

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

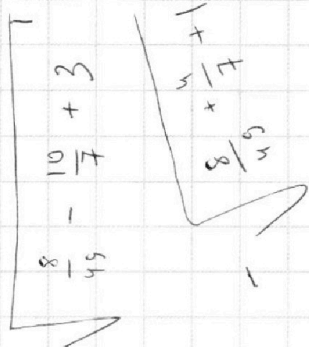


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x = \frac{2}{7}$$

Проверка:



$$\frac{5x + 8}{8 + 8} = \frac{5x}{16}$$

$$\begin{aligned} & 12 \cdot 14 \cdot 16 \\ & 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ & 49 \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{14}{2} \cdot \frac{16}{2} \end{aligned}$$

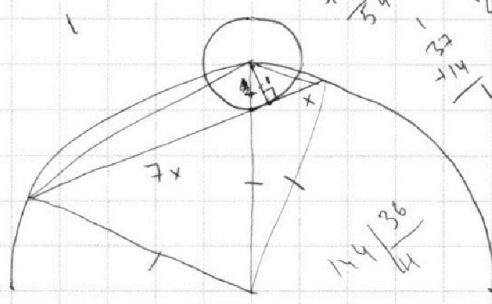
$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{A} - \sqrt{B} = A - B$$

$$(\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B}) = (\sqrt{A} - \sqrt{B})$$

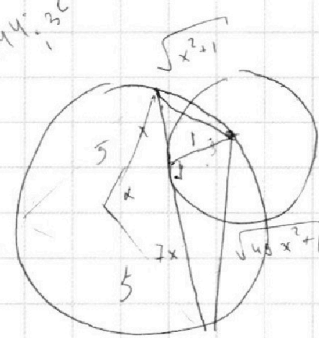
$$\sqrt{A} + \sqrt{B} = 1$$

$$\frac{8 - 70 + 147}{45} = \frac{85}{45}$$



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$2 \cdot 360 - 2\beta$$



$$\frac{L}{2}$$

$$\frac{360 - \alpha}{2}$$

$$\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 - 5 \cdot 2 + 147}{45}$$

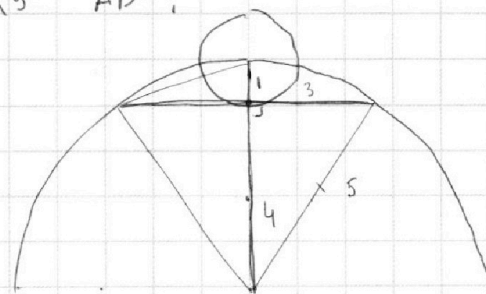
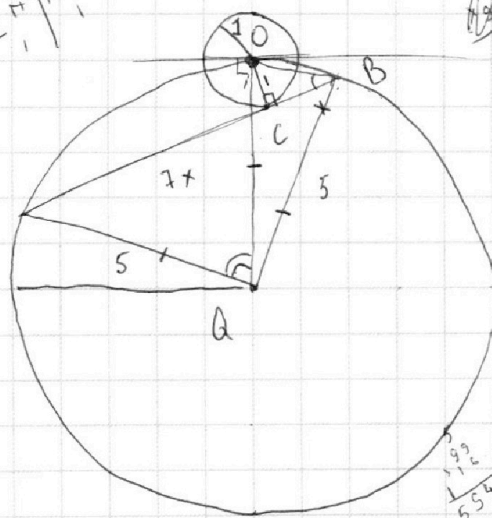
$$\frac{2 \cdot 49 \cdot 3}{147} = \frac{28}{7} = 4$$

$$\frac{198}{99} = 2$$

$$\frac{3 \cdot 45}{196}$$

AB-?

$$4 \times 7$$



$$\frac{2 \cdot 4 - 5 \cdot 2 + 7 + 3 \cdot 49}{45}$$

$$\frac{2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 7 + 145}{49} = \frac{85}{49}$$

$$8 + 28 + 45$$

$$\frac{49}{57} + \frac{28}{85}$$

$$\frac{4 \cdot 40}{5 \cdot 160}$$

$$\frac{198}{5540}$$

$$54$$

$$\begin{aligned} & 49 + 50 \\ & 89 \\ & + 98 \\ & \frac{89}{95} \\ & 891 \\ & 580 \end{aligned}$$

$$\frac{3}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\sqrt{7}}{x} = -\frac{23}{63}$$

$$-\frac{3\sqrt{7}}{23} = c$$

$$-16$$

$$-2 \cdot 64 + 63$$

$$\frac{\quad}{8}$$

$$8x^2 = x^2 + 1 + 49x^2 + 1 -$$

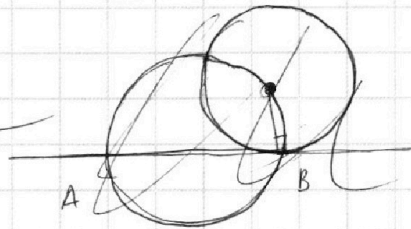
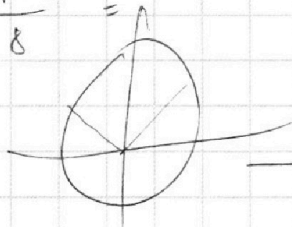
$$49x^2 + 50x^2 + 1$$

$$25 - 16x^2$$

$$1 \otimes \sqrt{x^2 + 1} \otimes \sqrt{49x^2 + 1}$$

$$\sqrt{25 - 16x^2}$$

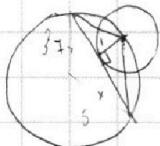
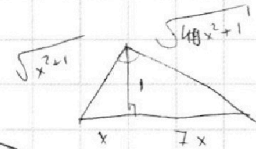
2



$$\frac{128}{63}$$

$$\frac{-65}{8} + 16$$

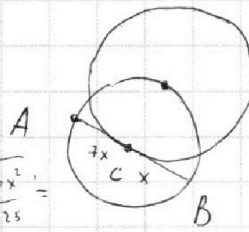
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha = \frac{4x}{5}$$



$$\frac{128 - 65}{63}$$

$$\frac{128 - 65}{8}$$

$$\cos \alpha = \frac{1 - \frac{16x^2}{25}}{25 - 16x^2}$$



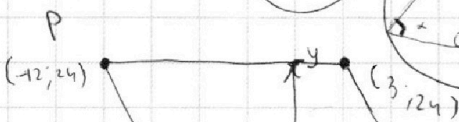
$$\sin \alpha = \frac{4x}{5}$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$\beta = \pi - \alpha$$

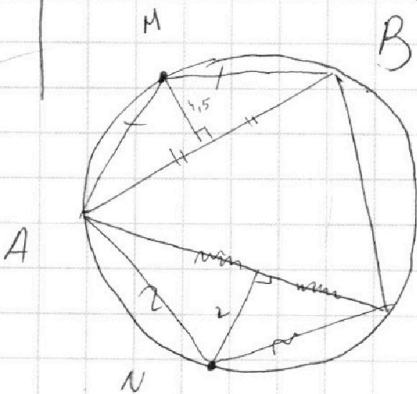
$$A(x_1; y_1)$$

$$B(x_2; y_2)$$



~~2x~~

$$\frac{44}{98}$$



$$\frac{4}{25} \cdot \frac{25}{8} = \frac{200-2}{25} = \frac{158}{25}$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$

$$\frac{200-2}{25} = \frac{158}{25}$$

$$\left(-64 + \frac{16}{25}\right) =$$

$$-8 \left(\frac{-8+2}{25}\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

~~2-7x~~



$$y = 2x$$

$$y = -2x$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = (2 - 7x)^2$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 58 \\ +21 \\ \hline 79 \\ 136 \\ 2058 \\ \hline 301 = 44 \end{array}$$

$$2 - 7x - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 2 - 7x$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 58 \\ \times 2 \\ \hline 116 \\ +441 \\ \hline 637 \end{array}$$

$$\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 0$$

$$(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1) = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{5 - 1}{4} = 1 \quad y = x + 1$$

$$y = -x - 6$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 45 \\ \times 41 \\ \hline 1845 \\ 2401 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$(-45x^2 + 21x - 2)(-45x^2 + 21x - 2) =$$

$$= 2401x^4 + 2058x^3 + 637x^2 - 84x + 4$$

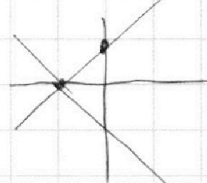
$$(x - 1)(x - \frac{3}{2}) = 0$$

$$58x^2 + 441x^2 + 58x^2$$

$$x = 1$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 21 \\ \hline 42 \end{array}$$



$$2x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$D = 4 - 8 < 0$$

$$D = -k + b$$

$$1 = b$$

$$k = 1$$

$$0 = -k + b$$

$$35 - 9 = 6$$

Проверим:

$$x = 1: \sqrt{2 - 5 + 3} - \sqrt{2 + 2 + 1} = 2 - 7$$

$$0 - \sqrt{5} = -5 \quad (\times) \text{ не подходит.}$$

$$x = \frac{3}{2}: \sqrt{\frac{9}{2} - \frac{15}{2} + 3} - \sqrt{\frac{9}{2} + \frac{6}{2} + 1} = 2 - \frac{21}{2}$$

$$\sqrt{\frac{17}{2}} =$$

$$4x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 5x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 - 6x + 3 =$$

$$15$$

$$\frac{15}{2} + 1 =$$

$$= \frac{17}{2}$$

Заметим что:

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = 2 - 7x = 4x^4 + 5x^3 - 2x^2 + x + 3$$

$$2 - \frac{21}{2} =$$

$$= \frac{2}{2}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \\ \hline 130 \end{array}$$

$$2401 - 81$$

$$2383$$

$$-7x + 2 = 2 - 7x$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 4 - 28x + 45x^2$$

$$-49x^2 + 21x - 2 = 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$$

$$x \in (-\infty; 1)$$

$$U(\frac{3}{2}; +\infty)$$

$$2401x^4 - 2058x^3 + 637x^2 - 84x + 4 = 8x^4 + 10x^3 - 4x^2 + 2x + 3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2393x^4 - 2068x^3 + 641x^2 - 88x + 1 = 0$$

$$0 = 8a + 10b$$

$$\frac{\sqrt{63}}{8} = \frac{1}{8}a + 10b$$

a, b, c

$$b = \frac{\sqrt{63}}{10}$$

$$2 = \frac{y}{6x}$$

$$16 \rightarrow 7y = y \rightarrow y = \frac{16}{3}$$

$$ab : 2^{14} 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} 7^{37}$$

$$\min abc \quad 2 = \frac{2+x}{6-x} \quad \frac{1}{2} = \frac{x}{x+8}$$

$$12 - 2x = 2 + x \quad x + 8 = 2 + x \quad x = 8$$

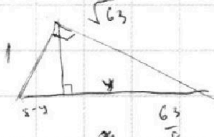
$$10 = 3x \quad x = \frac{10}{3}$$

$$abc = mnl \cdot 2^x \cdot 7^y$$

$$8 - \frac{63}{8} = \frac{64 - 63}{8} = \frac{1}{8}$$

$$abc = a'b'c' \cdot 2^x \cdot 7^y$$

$$abc = 64 \cdot 64 \cdot 2^3$$



$$63^2 = 1 - 64^2 + 16y$$

$$\frac{63 \cdot 64 - 63^2}{64} = \frac{63(64 - 63)}{64} = \frac{63}{64}$$

$$\frac{u+b}{(a+b)^2} + 8ab = \frac{(u+y)^2 = 64 + y^2 - 16y}{2 \cdot 63 = 16y} \quad y = \frac{63}{8}$$

$$\frac{c}{a} = 2^3 \cdot 7^7 \cdot \frac{c'}{a'}$$

$$c = \left(\frac{a}{a'} \cdot 2^3 \cdot 7^7\right) c'$$

$$\frac{c}{b} = 2^6 \cdot 7^{27} \cdot \frac{c'}{b'}$$

$$\frac{a}{a' b} = 2^8 \cdot 7^{22} \cdot \frac{a'}{b'}$$

$$\frac{16}{3} + \frac{32}{2} = \frac{16 + 32}{3} = \frac{48}{3} = 16$$

$$\frac{-32 + 3}{6} = \frac{-29}{6}$$

$$a = \left(\frac{b}{b'} \cdot 2^3 \cdot 7^{20}\right) a'$$

$$\frac{a'c}{a} = 2^3 \cdot 7^7$$

$$x^2 + y^2 - 4 = 0$$

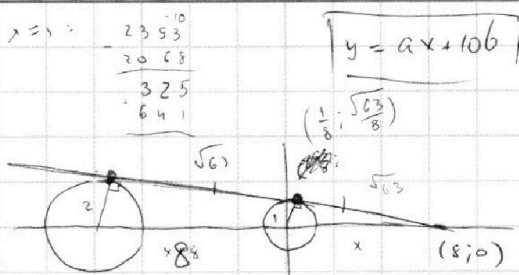
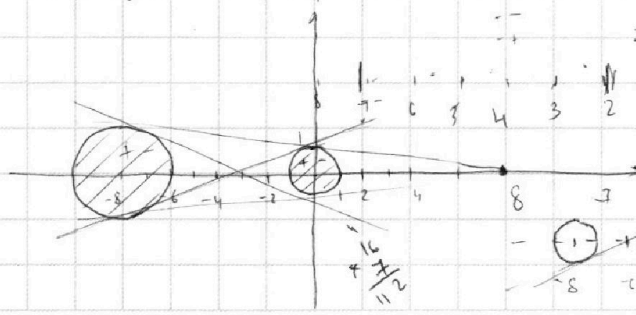
$$x^2 + y^2 = 4$$

окр  $O(0;0) \quad r=2$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

окр  $O(-8;0) \quad r=1$



$$\frac{x}{x+8} = \frac{1}{2} \quad 2x = x+8 \quad x=8$$

$$ab = 2^{14} 7^{10} m$$

$$bc = 2^{17} 7^{17} n$$

$$ac = 2^{20} 7^{37} l$$

$$\frac{bc}{ab} = 2^3 \cdot 7^7 \cdot \frac{n}{m}$$

$$cm = 2^3 \cdot 7^7 an$$

$$63 - \frac{63^2}{8^2} = h^2 \quad h^2 = \frac{937}{64} \quad h = \frac{\sqrt{937}}{8}$$

$$\frac{c}{a} = 2^3 \cdot 7^7 \cdot \frac{c'}{a'} \quad \frac{c'}{a'} = \frac{152}{4032}$$

$$c = \left(\frac{a}{a'} \cdot 2^3 \cdot 7^7\right) c'$$

$$\frac{c}{b} = 2^6 \cdot 7^{27} \cdot \frac{c'}{b'}$$

$$\frac{a}{a' b} = 2^8 \cdot 7^{22} \cdot \frac{a'}{b'}$$

$$\frac{16}{3} + \frac{32}{2} = \frac{16 + 32}{3} = \frac{48}{3} = 16$$

$$\frac{-32 + 3}{6} = \frac{-29}{6}$$

$$a = \left(\frac{b}{b'} \cdot 2^3 \cdot 7^{20}\right) a'$$

$$\frac{a'c}{a} = 2^3 \cdot 7^7$$

$$b' = \frac{6a' \cdot 2^3 \cdot 7^{20}}{a}$$

$$\frac{a'c}{a} = 2^3 \cdot 7^7$$