



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

- ✓ 1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

- ↓ 2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

- ↓ 4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

- ↓ 6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- ↓ 7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 4^{10}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 4^8$$

$$ac = 2^{20} \cdot 4^{34}$$

$$\min(abc) = ?$$

Тема:

т.к мы хотим минимизировать произведение 3 чисел и мы знаем, что наименьшее произведение кратно $2^{14} \cdot 4^8$
в разложении степени $\chi \Rightarrow$

$$\begin{aligned} a &= 2^{\alpha} \cdot 4^{\beta} \\ b &= 2^{\gamma} \cdot 4^{\delta} \\ c &= 2^{\epsilon} \cdot 4^{\zeta} \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} 2^{\alpha+4\beta} = 2^{14} \cdot 4^{10} \\ 2^{\gamma+4\delta} = 2^{14} \cdot 4^8 \\ 2^{\epsilon+4\zeta} = 2^{20} \cdot 4^{34} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + 4\beta \geq 14 \\ \gamma + 4\delta \geq 14 \\ \epsilon + 4\zeta \geq 20 \end{cases} \Rightarrow (\alpha + 4\beta + \gamma) \cdot 2 \geq 51 \Rightarrow (\alpha + 4\beta + \gamma) \geq 20,5; \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} \beta + \gamma \geq 10 \\ \gamma + \delta \geq 14 \\ \delta + \epsilon \geq 34 \end{cases} \Rightarrow \min(\alpha + 4\beta + \gamma) = 21 \quad \text{m.k. 9, 6, ce}$$

$$\Rightarrow \min(\alpha + 4\beta + \gamma + \delta + \epsilon) = 21 + 32 = 53 \Rightarrow \min(abc) = 2^{53}$$

$$\text{Ответ: } 2^{53}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ.

Решение:

$$a, b \in \mathbb{N}$$

$$\text{НОД}(a, b) = 1$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}^2$$

$$(a+b)^2 : m$$

$$(a^2 - 6ab + b^2) : m$$

$$m \in \mathbb{N}$$

Что это?

$$3) 8 : m \Rightarrow \text{наиб}(m) = 8$$

Теорема:

$$a^2 - 6ab + b^2 = (a+b)^2 - 8ab$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} ((a+b)^2 - 8ab) : m \\ (a+b) : m \end{array} \right.$$

$$\rightarrow 8ab : m$$

$$1) a : m$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 8ab : m \\ (a+b) : m \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow b : m \quad (m \text{ и } 8ab) : m$$

$$\text{НОД}(a, b) = 1$$

Числодробь

$$2) b : m \Rightarrow a : m \quad (m \text{ и } a+b) : m$$

$\text{НОД}(a, b) = 1 \Rightarrow$ Числодробь

Ответ: 8.



- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

N 3

Дано:

w, \mathcal{R} ;

$O \in \mathcal{R}$;

O -центр

AB -касательная

κw :

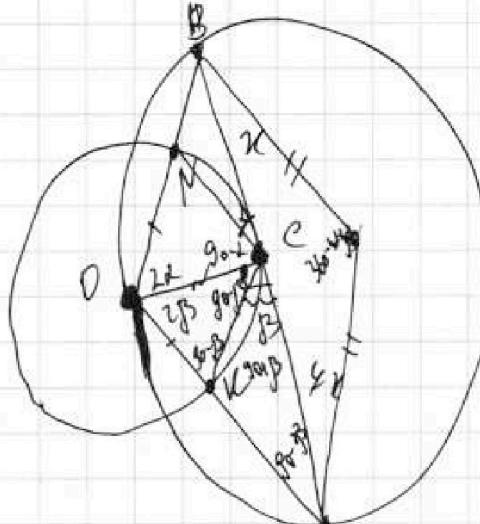
C -точка касания,

$A, B \in \mathcal{R}$,

$$\frac{AC}{CB} = \frac{1}{2}, \quad R_w = 1.$$

$$R_R = 5;$$

$AB - ?$



$$\frac{4 \cdot \sin \alpha \cos \beta}{\cos^2 \alpha} = \frac{2 \cdot \sin \beta}{\cos^2 \beta}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha \cos \beta$$

Также:

$$\angle OCB = 90^\circ; \quad (\text{угол между касательной})$$

$$\text{pow}_A(w) = AK(AK+2) = x^2$$

$$\text{pow}_B(w) = BW(BN+2) = 4g_2^2$$

$$\Rightarrow \tan AK(AK+2) = BN(BN+2)$$

$$\frac{\tan}{\sin^2 \beta} = \frac{1}{\cos^2 \beta} \Rightarrow \tan = \tan \beta; \quad \frac{OB \cdot \sin^2 \alpha}{OA \cdot \sin^2 \beta} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{x}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \tan = \tan \alpha \Rightarrow \frac{BA \cdot BN}{AK + BN} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{4 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{\tan \beta}{1 - \tan^2 \beta} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{\sin(2\alpha + 2\beta)} = \frac{AB}{\sin(2\alpha - 4(\alpha + \beta))}$$

~~$\tan \alpha \cos \beta$~~

$$\frac{-5}{\cos(2\alpha + 2\beta)} = -\frac{AB}{\sin(2\alpha - 4(\alpha + \beta))} \Rightarrow AB = 10 \cos 10 \sin(2(\alpha + \beta)) =$$

$$= 20 \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta)$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha; \quad \beta = \arctan(\frac{1}{4} \tan 2\alpha)$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}; \quad \sin \beta = \frac{\tan \alpha \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} \quad \tan \beta = \arctan(\frac{1}{4} \tan 2\alpha); \quad \tan 2\alpha = x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(Приложение)

$$(2) \sqrt{4x+4} = b^2 - 2b + 1$$

$$\begin{cases} a = 2x^2 + 2x \\ b = 2 - 2x \end{cases}$$

$$8x^2 + 8x + 4 = b^2 - 28x + 4g x^2 - 4 + 14x + 1$$

$$8x^2 + 8x + 4 = 4g x^2 - 14x + 1$$

$$4x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$\Delta = 484 + 12 \cdot 41 = 484 + 492 = 976 = 2 \cdot 488 = 2 \cdot 4 \cdot 122 = 8 \cdot 2 \cdot 61 = 48 \cdot 61$$

$$\Rightarrow x = \frac{22 \pm \sqrt{61}}{2 \cdot 41} = \frac{11 \pm \sqrt{61}}{41}$$

$$x \in (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (3, 61)$$

$$x \in [\frac{3}{2}, 12] - \text{без точек}$$

$$\frac{11 + \sqrt{61}}{41} < \frac{3}{2}$$

$$\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} > 1$$

$$22 + 4\sqrt{61} < 123$$

$$4\sqrt{61} < 101$$

$$11 - 2\sqrt{61} < 41$$

$$\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} < \frac{3}{2}$$

$$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} > 1$$

$$\Rightarrow 11 + 2\sqrt{61} < 41$$

$$2\sqrt{61} < 30$$

$$\text{Ответ: } \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}; \frac{2}{3}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

Условие для решения: $(2x+3)(x-1) \geq 0$

$$(2x^2 - 5x + 3) \geq 0 \Leftrightarrow (2x+1)(x-3) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [3; +\infty)$$

$$(2x^2 + 2x + 1) \geq 0 \text{ - верно } \forall x;$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 3 - 4x} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

$$a = 2x^2 + 2x$$

$$b = 2 - 4x$$

$$\Rightarrow \sqrt{a+b+c} - \sqrt{a+c} = b$$

$$\Rightarrow \sqrt{a+b+c} = \sqrt{a+c} + b$$

$$\sqrt{a+c} \geq -b$$

$$a+b+c = b^2 + a+c + 2b\sqrt{a+c}$$

$$(1) \quad b=0$$

$$\Rightarrow b = b^2 + 2b\sqrt{a+c}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 4x = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow b=0 \quad (1)$$

$$1 = b + 2\sqrt{a+c} \quad (2)$$

(2)

$$2\sqrt{a+c} = 1 - b \Rightarrow b \leq 1$$

$$2 - 4x \leq 1$$

$$4a+c = b^2 - 2b + 1$$

$$\Rightarrow 1 \leq 4x$$

$$b(2x^2 + 2x) = (2 - 4x)^2 - 2(2 - 4x) + 1$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{1}{4}$$

$$8x^2 + 8x = 4 - 28x + 16x^2 - 4x + 14x + 1$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x} \geq 4x - 2; x \geq \frac{1}{2}$$

$$2x^2 + 2x \geq 4x^2 - 28x + 4$$

$$4x^2 - 2x - 30x + 4 \geq 0$$

$$8x^2 + 8x = 4 - 28x + 16x^2 - 4x + 14x + 1$$

$$x \in (-\infty; \frac{(5-\sqrt{5})}{4}) \cup (\frac{(5+\sqrt{5})}{4}, +\infty)$$

$$8x^2 + 8x = 4 - 28x + 16x^2 - 4x + 14x + 1$$

неравенство

$$\Rightarrow 4x^2 - 22x + 1 = 0$$

$$\Delta = 484 - 164 = 320 = 4 \cdot 80 \approx 16 \cdot 20 = 16 \cdot 4 \cdot 5 = 8^2 \cdot 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{-22 \pm 8\sqrt{5}}{2 \cdot 4} = \frac{-11 \pm 4\sqrt{5}}{4} \quad x \geq \frac{1}{4}; x \in (-\infty; \frac{-1}{3}) \cup (3, +\infty)$$

$$\text{Ответ: } \frac{-11 \pm 4\sqrt{5}}{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(2) \quad a = \frac{15}{8} b$$

$$\frac{225}{64} b^2 + 1 = 25 b^2$$

$$\Rightarrow 1 = b^2 (25 - \frac{225}{64}) \Rightarrow b^2 = \left(\frac{1345}{64}\right)^{-1}$$

$$= \frac{64}{1345} = \frac{16}{63 \cdot 11} \Rightarrow b = \pm \frac{8}{5\sqrt{55}}$$

$$\Rightarrow a = \pm \left(\frac{\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{5\sqrt{55}}}{\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{5\sqrt{55}}} \right) = \pm \frac{3}{5\sqrt{55}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \pm \frac{3}{5\sqrt{55}} \\ a = \pm \frac{1}{3\sqrt{55}} \end{cases}$$

(Однако: $\pm \frac{3}{5\sqrt{55}}, \pm \frac{1}{3\sqrt{55}}$)

это все

/

(Наше решение будем использовать
поскольку оно не содержит b^2 никак, а группой
будут не пересекаться — бездубль в решении,
иначе мы не вычленим
группу)

$$\Rightarrow 1) \quad \begin{cases} 1 + 16ab - 63a^2 - 100b^2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + 1 < 25b^2 \end{cases}$$

и.к

у нас имеем вида

правильное неравенство

$$4a^2 + 4 < 63a^2 + 160ab + 1$$

$$\Rightarrow 59a^2 + 160ab - 3 > 0$$

$$\begin{cases} (10b - 8a)^2 < a^2 + 1 \\ 25b^2 > a^2 + 1 \end{cases}$$

$$25b^2 > (10b - 8a)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5b > 10b - 8a \Rightarrow a > \frac{5}{8}b \\ 5b < 8a - 10b \Rightarrow a > \frac{15}{8}b \end{cases}$$

Однако: $\pm \frac{3}{5\sqrt{55}}, \pm \frac{1}{3\sqrt{55}}$.



На одной странице можно оформлять ТОЛЬКО одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(Продолжение)

$$\begin{cases} y = ax + \cos b \\ (x+8)^2 + y^2 = 1 \end{cases} \quad - \text{решение системы.}$$

$$\Rightarrow (x+8)^2 + (ax + \cos b)^2 = 1$$

$$x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 2ax\cos b + \cos^2 b = 1$$

$$x^2(a^2+1) + x(16+2a\cos b) + \cos^2 b + 63 = 0$$

$$\Delta = (16+2a\cos b)^2 - 4(a^2+1)(\cos^2 b + 63) = 0$$

$$\rightarrow 256 + 64a\cos b + 400\cos^2 b - 4(a^2\cos^2 b + 63a^2 + 400\cos^2 b + 63) = 0$$

$$256 + 64a\cos b - 252a^2 - 400\cos^2 b - 252 = 0$$

$$\Rightarrow 4 + 16a\cos b - 252a^2 - 400\cos^2 b = 0 \quad | : 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 + 1 = 25b^2 \\ 100b^2 + 63a^2 - 16a\cos b = 1 \end{cases} \quad 1 + 16a\cos b - 63a^2 - 400b^2 = 0$$

$$(10b - 8a)^2 - a^2 = 1$$

$$\Rightarrow a^2 + 1 = (10b - 8a)^2$$

$$\Rightarrow 25b^2 = (10b - 8a)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5b = 10b - 8a \\ 5b = 8a - 10b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{8}b \quad (1) \\ a = \frac{15}{8}b \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad \frac{25}{64}b^2 + 1 = 25b^2 \Rightarrow 1 = 25(b^2 - \frac{1}{64}b^2) \Rightarrow \frac{25 - 63 \cdot b^2}{64} = 1$$

$$\Rightarrow b = \pm \frac{8}{15\sqrt{4}} \Rightarrow a = \left(\frac{5}{8} \pm \frac{1}{3\sqrt{4}} \right) \Rightarrow b^2 = \frac{64}{25 \cdot 63} = \frac{64}{25 \cdot 9}$$

$$\Rightarrow a = \pm \frac{3}{3\sqrt{4}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ



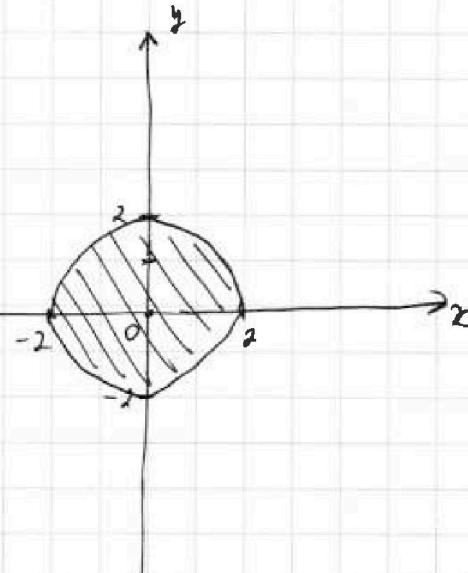
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

a - ? (2 решения)

$$\begin{cases} y = ax + 10b & - \text{линейн. фр-я. (график - прямая)} \quad (1) \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 & \quad (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \\ (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$$



$(x+8)^2 + y^2 \leq 1$ - круг 1, центр $(-8, 0)$

$x^2 + y^2 \geq 4$ - круг 2, центр $(0, 0)$

2 решение будем искать в том случае, если

прямая $y = ax + 10b$ будет касаться какого-либо из
кругов. Иначе будем брать решения, чтобы не было
касания, искажающие

\Rightarrow по 1 решению касания из системы.

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow x^2 + a^2 x^2 + 20abx + 100b^2 = 4$$

$$x^2(a^2 + 1) + 20abx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$400a^2b^2 - 4(100a^2b^2 + 100b^2 - 4)(a^2 + 1) = 0$$
$$-400b^2 + 16a^2 + 16 = 0 \quad | : 16$$

$$a^2 - 25b^2 + 1 = 0 \Rightarrow 25b^2 = a^2 + 1$$

одно
решение

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\triangle ABC$.

w -окружность $\triangle ABC$;
 $\angle A M = \angle M B$;

$\angle A N = \angle N C$;

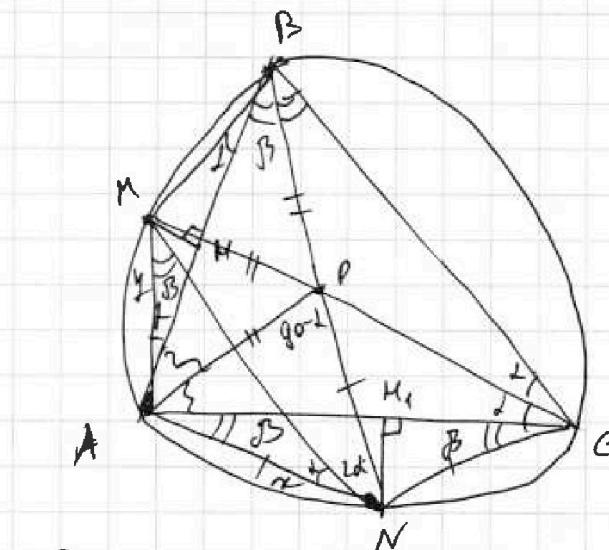
P -центр вписанной
окр.;

$M M = 9,5$; $M \in AB$;

$N M_1 = 2$; $M_1 \in AC$;

$M M \perp AB$; $N M_1 \perp AC$ $\Rightarrow \angle UAM = \angle MB$ $\Rightarrow \angle ACM = \angle MCN$

AP ?



Доказать:

$$\Rightarrow CM - \text{две} - \text{eq} \angle ACB$$

$$w. \angle UAN = \angle NC \Rightarrow \angle ABN = \angle CBN$$

$$\Rightarrow BN - \text{две} - \text{eq} \angle ABC$$

$\Rightarrow \triangle A M B$ - равнодоступный (внешнее углы равны)

$\Rightarrow \triangle NBC$ - равнодоступный (внешнее углы равны)

$\Rightarrow M \in NB = P$ (у. внешней - окр. - т. пересечение)

$$\Rightarrow \angle BNP = \angle CAP$$

Пусть $AN = x$; $AM = y$. Тогда $\angle A$ определяется:

$$\angle MBA = \alpha; \angle ACN = \beta \quad PN = AN = NC; AP = PB = PM$$

$$\Rightarrow \angle ANP = 2\alpha; \Rightarrow AP^2 = x^2 - 2x^2 \cos 2\alpha = 2x^2(1 - \cos 2\alpha) = 2x^2 \cdot 2 \sin^2 \alpha; \sin \beta = \frac{x}{y} \Rightarrow x = \frac{y}{\sin \beta} \Rightarrow AP^2 = \frac{16 \sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \alpha = \frac{y}{x} \Rightarrow AP^2 = \frac{16 \cdot 8x}{xy^2} = \frac{8x^2}{y^2}$$
$$\sin \beta = \frac{2}{x}$$

$$\frac{AP}{\sin \alpha} = \frac{x}{\cos \alpha} \Rightarrow AP = x \sin \alpha = \frac{8x}{2y} = \frac{4x}{y}$$

Проведем $MN \Rightarrow \angle ANM = \alpha; \angle AMN = \beta$ (выпуклый
угол)

$$\Rightarrow \frac{x}{\sin \beta} = \frac{y}{\sin \alpha} \quad (\text{m-существо})$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\frac{2}{x}} = \frac{y}{\frac{y}{x}} \Rightarrow \frac{x^2}{2} = \frac{2y^2}{x} \Rightarrow xy^2 = 9x^2$$
$$\Rightarrow 2y = 3x \quad (x > 0)$$
$$\Rightarrow x = \frac{2}{3}y$$
$$\Rightarrow AP = 4 \cdot \frac{\frac{2}{3}y}{y} = 4 \cdot \frac{2}{3} = 6$$

Ответ: $AP = 6$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1 - \cos^2 x}{1 - \omega s^2 y} = \frac{1}{\omega}$$

$$\Rightarrow 4g - 4gs \cos^2 y = \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 x}{\cos^2 y} = \frac{1}{\omega}$$
$$= \frac{(x^2 + y^2 - z^2) - u^2 v^2}{x^2 + y^2 - z^2}$$

$$\frac{\cos^2 x}{\cos^2 y} = \frac{b^2 + y^2 - u^2 v^2}{b^2 + y^2 - z^2} =$$
$$= 1 - \frac{4g x^2}{4g^2 + y^2 - u^2 v^2} = 1 - \frac{u^2 v^2}{25y^2 - x^2}$$

$$\cos x = \sqrt{25y^2 - 4g x^2}$$

$$\cos y = \sqrt{25y^2 - z^2}$$

$$\cos z = \frac{25y^2 - u^2 v^2}{10y}$$

$$\cos f = \frac{25y^2 - x^2}{10y}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{10y^2 - (25y^2 - u^2 v^2)^2}}{\sqrt{10y^2 - (25y^2 - x^2)^2}} = \frac{u}{v}$$

$$\Rightarrow 10y^2 - u^2(25y^2 - u^2 v^2)^2 = 10y^2 - (25y^2 - x^2)^2$$

$$\Rightarrow 10y^2 = (u^2(25y^2 - u^2 v^2)^2 - (25y^2 - x^2)^2)$$

$$(u^2(25y^2 - u^2 v^2)^2 + (25y^2 - x^2)^2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

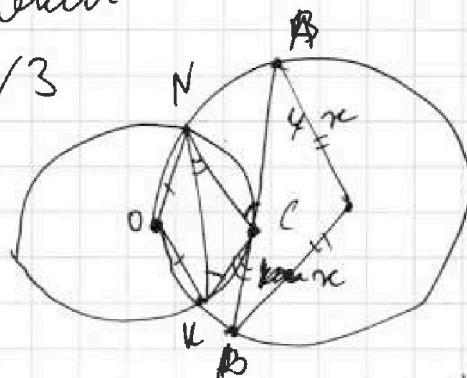
решение которой представлено на странице:

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Но я не могу

1



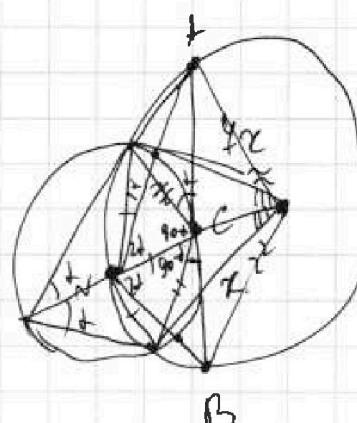
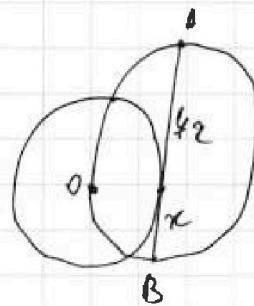
$$\frac{AC}{eB} = 4$$

$$R_W = 1$$

$$R_R = 5$$

$$AB^{-1}$$

MR. THOMAS



$$\cancel{8x^2 = 10} \\ \Rightarrow (AB = 10)$$

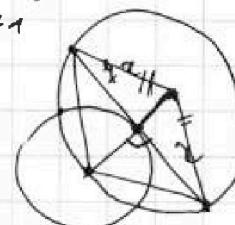
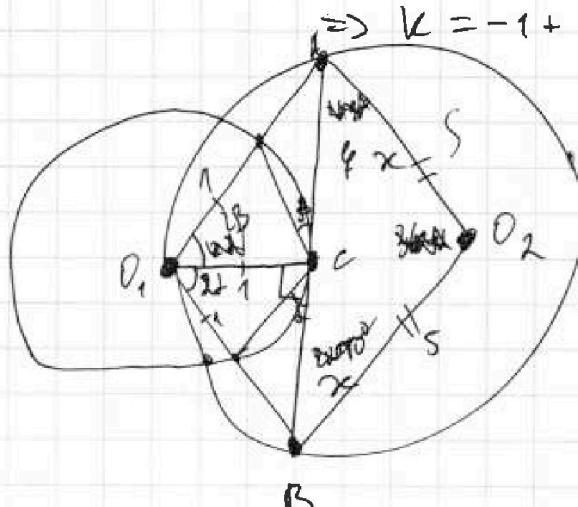
$$x \neq 4x_1$$

$$k(k+2) = x^2$$

$$\Rightarrow k^2 + 2K - x^2 = 0$$

$$\rho = h + kx^2 = u(x^2 + 1)$$

$$\Rightarrow k = -1 + \sqrt{x^2 + 1}$$



$$t = \frac{(x^2+1) \cdot 4x}{8x} + \frac{(49x^2+1) \cdot 2}{8x}$$

$$L = \frac{4}{3}x^2 + \frac{4}{3} + \frac{49}{8}x^{2+} - \frac{4}{3}x^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$D(0, 0)$$

$$P(-12; 24)$$

$$Q(3; 24)$$

$$R(15, 0)$$

$$A(x_1; y_1)$$

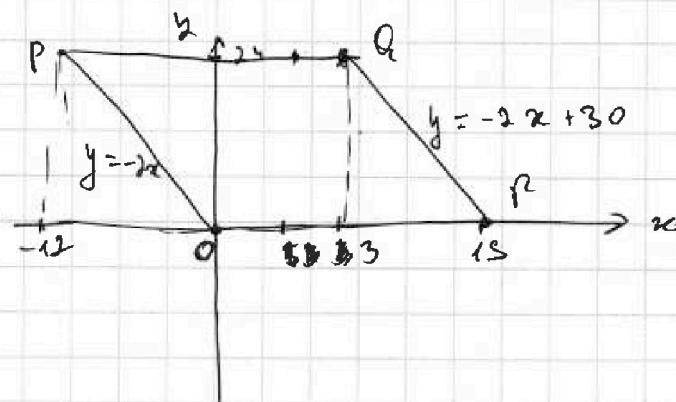
$$B(x_2; y_2)$$

$$x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{Z}$$

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 12$$

Код - то как?

(внтури $\triangle PQR$)



$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 12$$

$$\Rightarrow (y_2 - y_1) : 2$$

$$\begin{cases} -12 \leq x_1 \leq 15 \\ -12 \leq x_2 \leq 15 \\ 0 \leq y_1 \leq 24 \\ 0 \leq y_2 \leq 24 \end{cases} \Rightarrow y \geq 0$$

$$2x + \Delta y = 12$$

N h

$$\frac{\sin \angle A O_1 C}{\sin \angle B O_1 C} = 4$$

$$4OB \cdot \sin \angle = OA \cdot \sin \beta \quad R_w = 1$$

$$\frac{1 - \cos^2 x}{\sqrt{1 - \cos^2 y}} = 4$$

$$R_{S2} = 5$$

$$\frac{AC}{CB} = 4.$$

$$\sin \angle A O_1 C = 4 \sin \angle B O_1 C$$

$$OB \cdot 1 \cdot (OB - 1) \cdot (OB + 2) = x$$

$$OB \text{ or } x$$

$$\cos y = \frac{x^2 + y^2 - z^2}{2xy}$$

$$\frac{OB \cdot \sin \angle}{OA \cdot OC \cdot \sin \beta} = \frac{1}{4}$$

$$\cos z = \frac{1^2 + y^2 - OB^2}{2xy} \quad \theta (OB + y) \cdot (OB + z)$$

$$\Rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{AC}{BC} = 1$$

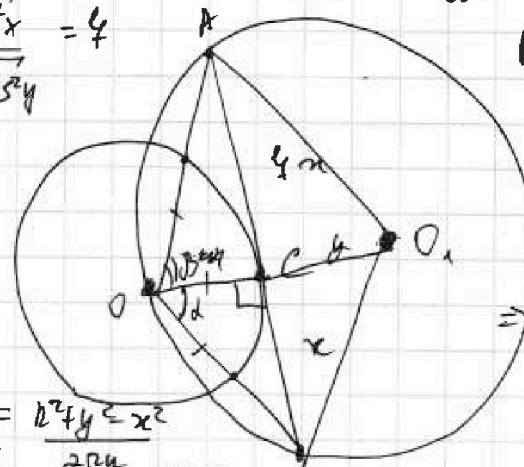
$$4OB \sin z = OA \cdot \sin \beta$$

$$4OB = OA$$

$$(OB + y)^2 = x^2$$

$$\Rightarrow OB + y = x$$

$$\Rightarrow OB = x - 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N⁴ (Черновик)

$$\begin{aligned} 90 - \beta &= 2\alpha \\ \Rightarrow 2\alpha + \sqrt{3} &\leq 90 \end{aligned}$$

$$\frac{AP}{\cos \beta} = \frac{y}{\cos \alpha}$$

$$\Rightarrow AP = \frac{y \cos \beta}{\cos \alpha}$$

$$\frac{AC}{\sin 2\beta} = \frac{y}{\sin \beta}$$

$$\Rightarrow AC = 2y \cos \beta$$

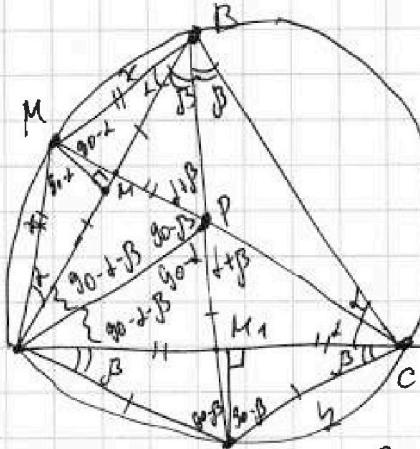
$$AB = 2x \cos \alpha \Rightarrow NC = \frac{NM_1}{\sin \beta} = PN = \frac{x}{\sin \beta}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{AP^2}{AC^2} = \frac{2 \cdot 81}{4 \sin^2 \alpha} - \frac{2 \cdot 81}{4 \sin^2 \alpha} \cdot \cos 2\beta \\ AP &= \frac{y \cdot \sqrt{y^2 - 4}}{\frac{\sqrt{4x^2 - 81}}{2x}} = \frac{81}{2 \sin^2 \alpha} (1 - \cos 2\beta) = \frac{81 \cdot \sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{AB}{\sin 2\beta} &= \frac{x}{\sin \alpha} \Rightarrow AB = 2x \cos \alpha \cdot \frac{1}{2} = \frac{x^2 \cdot x \cos \alpha + x^2 \cdot x \cos \alpha - x^2 \cos^2 \alpha}{2x \cos \alpha} \\ AP &= 2x \sqrt{\frac{y^2 - 4}{4x^2 - 81}} = \frac{4x^2}{y} \\ \sin \alpha &= \frac{y}{\sqrt{y^2 - 4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{y^2 - 4}{4x^2 - 81} &= \frac{4}{y^2} \quad \sin \alpha = \frac{y}{2x}; \quad \sin \beta = \frac{2}{y} \\ \Rightarrow AP^2 &= 81 \cdot \frac{4}{y^2} = \frac{16x^2}{y^2} \quad \sqrt{\frac{4x^2 - 81}{y^2}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow y^2(y^2 - 4) = 4(4x^2 - 81)$$



$$\sqrt{M} = \sqrt{M} \beta$$

$$\sqrt{AN} = \sqrt{NC}$$

$$AP - ?$$

$$MM_1 = \frac{g}{2}$$

$$NM_1 = 2$$

$$\frac{x}{\sin \beta} = \frac{g}{\sin \alpha}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{MM_1}{MP} = \frac{2}{\sin \beta} = \frac{g}{2 \sin \beta} \\ \Rightarrow MP &= \frac{MK}{\sin \alpha} = \frac{g}{\sin \alpha} = \frac{g}{2 \sin \alpha} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{AB}{\sin 2\alpha} &= \frac{x}{\sin \alpha} \\ \Rightarrow AB &= 2x \cos \alpha \\ \Rightarrow \cos \alpha &= \frac{x}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h &= x^2 \sin^2 \alpha = 2x \sin \alpha = 2. \end{aligned}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 4}}$$

$$\sqrt{\frac{4x^2 - 81}{y^2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

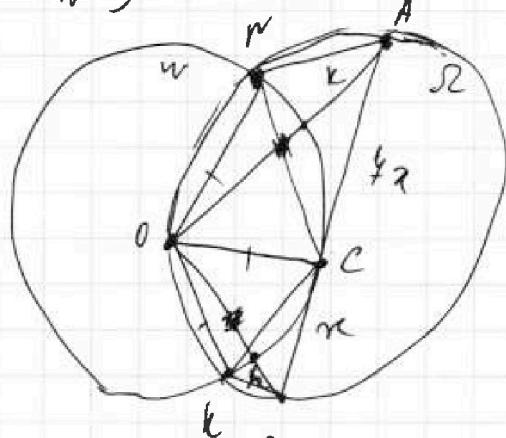
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} (a+b) : m \\ (a^2 - ab + b^2) : m \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} ((a+b)^2 - 8ab) : m \\ 8ab : m \\ (a+b) : m \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 1) a : m \quad (a, b) = 1 \\ \Rightarrow b : m \quad \text{v.a.r} \\ 2) b : m \Rightarrow a : m \\ (a, b) = 1 \quad \text{v.a.r} \\ 3) a : b_m \quad (a, b) = 1 \\ b : m \quad -\text{v.a.r} \\ \Rightarrow 8 : m \Rightarrow \cancel{\text{v.a.r}} = 2 \\ \text{max}(m) = 8 \end{array}$$

N3



$$\frac{w(n+1)}{k(n+1)} \stackrel{B}{\leftarrow} w$$

$$V(k+2) = kgk^2$$

$$h(u+2) = y^2$$

$$\Rightarrow \frac{k(k+2)}{h(h+2)} = 49$$

$$\frac{AC}{CB} = 4$$

$$\rho_w = 1$$

$$R_f = 5$$

AB^- ?

$$\begin{aligned} & \text{Left side: } \\ & h(h+1) = x^2 \\ & k(k+1) = y^2 x^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{h(h+1)}{k(k+1)} = hg$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

Черновик

$$a, b, c \in N$$

$$ab : 2^{14} \cdot 4^{10}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 4^{14}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 4^{34}$$

$$a = 2^d \cdot 4^{\beta} \cdot k$$

$$b = 2^e \cdot 4^{\gamma} \cdot n$$

$$c = 2^f \cdot 4^{\delta} \cdot m$$

$$2^{d+e+f} \cdot 4^{\beta+\gamma+\delta} \cdot k \cdot n : 2^{14} \cdot 4^{10}$$

$$\min(ab) - ?$$

$$\begin{cases} d+e \geq 14 \\ \beta+\gamma \geq 10 \end{cases}$$

$$abc = knm \cdot 2^{d+e+f} \cdot 4^{\beta+\gamma+\delta} \quad \begin{cases} e+f \geq 14 \\ d+f \geq 20 \\ \beta+\delta \geq 34 \end{cases}$$

$$d, e, f \in \mathbb{Z}$$

$$2(d+e+f) \geq 20 + 14 + 14 \quad \overline{d+e+f}$$

$$d+e+f \geq 51$$

$$\Rightarrow d+e+f \geq 26$$

$$2(\beta + e + \delta) \geq 24 + 34 = 64$$

$$\Rightarrow \beta + e + \delta \geq 32 \Rightarrow \min(d+e+f) = 26$$

$$\min(abc) = 2^{d+e+f} \cdot 4^{\beta+\gamma+\delta} = 2^{26} \cdot 4^{32} \quad \min(\beta + e + \delta) = 32$$

$$\text{Оконч.: } 2^{26} \cdot 4^{32}$$

N2

$$a+b \mid \underbrace{(a+b)^2 - a^2}_{a^2 + 2ab + b^2} \quad \frac{(a+b)}{m}$$

$$a, b \in N$$

$$a^2 + 2ab + b^2 \mid (a^2 - ab + b^2) : m$$

$$m \rightarrow \max$$

$$(a-b)^2 - nab \mid m$$

$$m - ?$$

$$(a^2 - ab + b^2) : m \quad (a+b) : m$$

$$\Rightarrow gab : m$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 6 (Продолжение)

$$1) (x+g)^2 + (ax+10b)^2 = 1$$

$$x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 1 = 0$$

$$x^2(a^2+1) + x(16+20ab) + 100b^2 - 63 = 0$$

$$(16+20ab)^2 - 4(a^2+1)(100b^2 - 63) = 0$$

$$\begin{cases} (x^2+g^2=1) & x^2 + (ax+10b)^2 = 1 \\ g = ax + 10b & x^2 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 1 = 0 \\ & x^2(a^2+1) + 20abx + 100b^2 - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 400a^2b^2 - 4(a^2+1)(100b^2 - 1) = 0 \quad (1) \\ (16+20ab)^2 - 4(a^2+1)(100b^2 - 63) = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) 400a^2b^2 - 4(100a^2b^2 - 4a^2 + 100b^2 - 1) = 0$$

$$16a^2 - 400b^2 + 16 = 0 \quad | : 16$$

$$a^2 - 25b^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + 1 = 25b^2$$

$$(2) 256 + 640ab + 400a^2b^2 - 4(100a^2b^2 + 63a^2 + 100b^2 - 63) = 0$$

$$256 + 640ab - 252a^2 - 400b^2 - 252 = 0$$

$$640ab - 252a^2 - 400b^2 + 4 = 0 \quad | : 24$$

$$\begin{array}{r} 25214 \\ -2463 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$160ab - 63a^2 - 100b^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 63a^2 + 100b^2 - 160ab = 1$$

$$\begin{cases} a^2 + 1 = 25b^2 \Rightarrow 100b^2 = 4a^2 + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 63a^2 + 100b^2 - 160ab = 1 & 67a^2 - 160ab + 3 = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\left\{ \begin{array}{l} a^2 + b^2 = 25b^2 \\ 63a^2 + 100b^2 - 160ab = 1 \end{array} \right.$$

$$63a^2 + 100b^2 - 160ab = 1 \quad (10 \cdot 2 \cdot 8)$$
$$64a^2 - 160ab + 100b^2$$

$$(8a - 10b)^2 = 64a^2 - 160ab + 100b^2$$

$$(8a - 10b)^2 - a^2 = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a^2 + 1 = (8a - 10b)^2 \\ a^2 + 1 = 25b^2 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} a = \frac{15}{8}b \\ a = \frac{5}{8}b \end{array} \right]$$

$$\Rightarrow 1) \frac{225}{64}b^2 + 1 = 25b^2 \quad \frac{25}{64} = \frac{6400}{4}$$

$$1600 - 225 = 1375 \quad \Rightarrow b^2(25 - \frac{225}{64}) = 1 \quad \frac{1600}{1375}$$

$$35^2 = 900 + 300 + 25 = \frac{64}{1375}$$

$$\begin{array}{r} 1375 \\ - 10 \\ \hline 375 \\ - 34 \\ \hline 35 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24515 \\ - 25 \\ \hline 25 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$b^2 = \frac{64}{1375}$$

$$1375 = 5^3 \cdot 11 \quad \Rightarrow b = \pm \frac{\sqrt{55}}{5\sqrt{55}}$$

$$\Rightarrow a = \pm \left(\frac{15}{8} \cdot \frac{\sqrt{55}}{5\sqrt{55}} \right) = \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$$

Ответ: $\pm \frac{3}{\sqrt{55}}$

$$\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} \quad \frac{3}{2}$$

$$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \quad \frac{3}{2}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Решение: } 22 - 4\sqrt{61} < 123 & 22 + 4\sqrt{61} > 123 \\ - 101 - 4\sqrt{61} < 0 & 4\sqrt{61} < 101 \end{array}$$



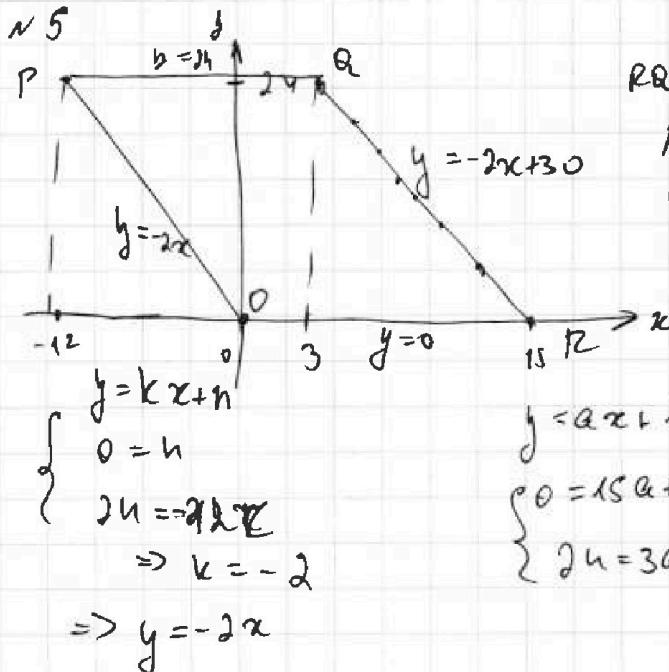
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



RQ это - пар - и

A($x_1; y_1$)

B($x_2; y_2$)

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{Z}$

кои. во пар.?

$$\Rightarrow (y_2 - y_1) : 2$$

$$\begin{cases} y = ax + b \\ 0 = 15a + b \\ 2n = 3a + b \end{cases} \Rightarrow -12a = 24 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow b = 30$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$

$$(2 \cdot y_1) : 2$$

$$x \in [-12; 15]$$

$$2(2x_2 - 2x_1)$$

$$y \in [0; 24]$$

$$2(x_2 - x_1) + (2x_1 - 2x_2) = 12$$

- нест. реш.

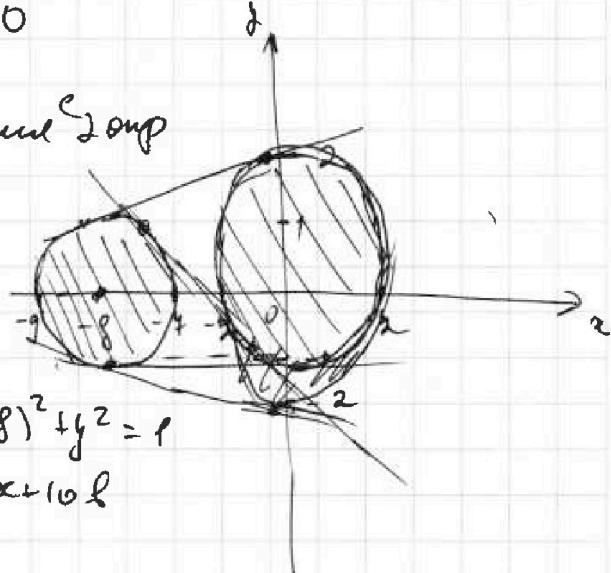
$$\begin{cases} ax + y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

a - ? (3 л \hookrightarrow 3 л реш.)

$$y = ax + 10b$$

касание 2 окр

$$1) \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases}$$



$$2) \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 = 1 \\ y = ax + 10b \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x \quad 2x^2 - 2x - 3x + 3$$

$$x^2 - 5x + 6 \\ (x+1)(x-6) \Rightarrow (2x+1)(x-3) \quad \frac{11-4\sqrt{5}}{11} > \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{(2x+1)(x-3)} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x \quad 41 > 44 - 28$$

$$023: \quad (2x-1)(x+3) \quad \frac{25}{130} \quad 28\sqrt{5} > 36$$

$$x \in (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (3, +\infty) \quad 2x^2 + 6x - 2 - 3 \quad \frac{16}{130} \quad 16 \cdot 4 \frac{4}{5} \quad \frac{216}{280}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 3 - 4x} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x \quad \frac{41}{45} \quad 2 - 4x \quad \frac{41}{45}$$

$$\sqrt{6 + a + 1} - \sqrt{6 + 1} = a \quad a = 2 - 4x \quad 14d = 4 \cdot 34$$

$$97, -\sqrt{6+1} \quad \sqrt{6+1+a} = a + \sqrt{6+1} \quad b = 2x^2 + 2x \quad \frac{30+2\sqrt{34}}{2 \cdot 49}$$

$$b + 1 + a = a^2 + 2a\sqrt{6+1} + 6 + 1 \quad \frac{15 \pm \sqrt{54}}{49}$$

$$8x^2 + 8x + 3 = \Rightarrow a = a^2 + 2a\sqrt{6+1} \quad \frac{11+4\sqrt{5}}{49} \quad 3$$

$$= (2 - 4x)^2 - 4 + 14x \quad \begin{cases} a = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \\ a + 2\sqrt{6+1} = 1 \end{cases} \quad 11+4\sqrt{5} < 123$$

$$8x^2 + 8x + 3 = -28x + 49x^2 + 14x \quad \Rightarrow a \leq 1$$

$$8x^2 + 8x + 3 = 49x^2 - 14x \quad 2\sqrt{6+1} = 1 - a \quad \sqrt{x} \geq \frac{1}{2}$$

$$49x^2 - 22x - 3 = 0 \quad 4b + 4 = a^2 - 2a + 1 \quad 22^2 = 484$$

$$D = 22^2 + 12 \cdot 41 \quad 4b + 3 = a^2 - 2a \quad \frac{41}{49}$$

$$2\sqrt{6+1} = 1 - a \quad 48b + 49c = 946 \quad \frac{41}{49} \cdot \frac{12}{49}$$

$$4b + 4 = a^2 - 2a + 1 \quad -\frac{946}{49} \quad \frac{41}{49} \cdot \frac{12}{49}$$

$$4b + 3 = a^2 - 2a \quad -\frac{10}{49} = 2 \cdot 484 = 32^2 \quad \frac{32}{64} > \frac{52}{64}$$

$$8x^2 + 8x + 3 = 49x^2 - 28x + 4 - 4 + 14x = 2 \cdot 22^2 \quad \frac{36}{64}$$

$$8x^2 + 8x + 3 = 49x^2 - 14x \quad \frac{36}{64}$$

$$\Rightarrow \text{Discrim} \frac{22^2 + 11\sqrt{2}}{49} \cdot \frac{11+4\sqrt{2}}{49} \quad 41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{22 \pm 22\sqrt{2}}{2 \cdot 49} = \frac{11 \pm 11\sqrt{2}}{49} \quad \frac{11-11\sqrt{2}}{49} < 0$$