



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

Пример: $a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$ $b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^{12}$ $c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{12}$

Оценка: Пусть число меньше, чем $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

Тогда введём обозначения: $a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1} \cdot 5^{\gamma_1} \cdot x$, $b = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\gamma_2} \cdot y$,
 $c = 2^{\alpha_3} \cdot 3^{\beta_3} \cdot 5^{\gamma_3} \cdot z$

Рассмотрим сначала степени 2.

Тогда из условия следует, что $\alpha_1 + \beta_1 \geq 6$
 $\alpha_1 + \gamma_1 \geq 16$

И нам нужно получить минимальное значение $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1$.
 $\beta_1 + \gamma_1 \geq 14$

Сложим эти три неравенства $2(\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1) \geq 36$
 $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 18$

Заметим, что 18 достигается: $\alpha_1 = 4$, $\beta_1 = 2$, $\gamma_1 = 12$

Теперь рассмотрим степени 3.

Из условия следует, что $\alpha_2 + \beta_2 \geq 13$
 $\alpha_2 + \gamma_2 \geq 25$
 $\beta_2 + \gamma_2 \geq 21$

Нам нужно получить минимальное значение $\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2$, для это сложим 3 неравенства: $2(\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2) \geq 59$, т.к. $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ — целые неотрицательные.

Тогда $\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 30$. Равенство достигается.

Например $\alpha_2 = 9$, $\beta_2 = 5$, $\gamma_2 = 16$

Теперь рассмотрим степень 5.

Из условия следует, что $\alpha_3 + \beta_3 \geq 11$
 $\alpha_3 + \gamma_3 \geq 28$
 $\beta_3 + \gamma_3 \geq 13$

Сложим первое и третье неравенство: $\alpha_3 + 2\beta_3 + \gamma_3 \geq 24$

Так как $\alpha_3, \beta_3, \gamma_3$ — неотрицательные целые $\alpha_3 + \alpha\beta_3 + \gamma_3 \geq \alpha_3 + \gamma_3 \geq 28$

Равенство достигается если $\beta_3 = 0$, а $\alpha_3 + \gamma_3 \geq 28$. Например $\alpha_3 = 11$ $\gamma_3 = 17$

Тогда $\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 \geq 28$.

Значит $a \cdot b \cdot c \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

← это достигается.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1



2



3



4



5



6

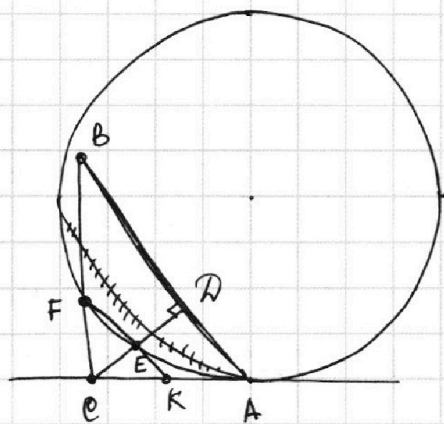


7



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{S_{ACD}}{S_{CBD} \cdot \left(\frac{CE}{CD}\right)^2} = \frac{S_{ACD}}{S_{CBD}} \cdot \left(\frac{CD}{CE}\right)^2 = 0,4 \cdot 4 = 1,6$$

$$\triangle CFE \sim \triangle CBD$$

т.к. $FE \parallel BD$ и $\angle P$ -общий

misal $\frac{P_{CEF}}{P_{CBD}} = \left(\frac{CE}{CD}\right)^2$

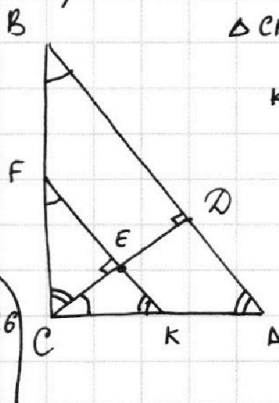
$$\frac{P_{ACD}}{P_{BCD}} = \frac{\frac{AD \cdot CD}{2}}{\frac{BD \cdot CD}{2}} = \frac{AD}{BD}$$

$$\text{m.k. } \frac{AB}{BD} = 1,4 \Rightarrow 1 + \frac{AD}{BD} = 0,4 + 1$$

Dmber: 1,6

Продолжи FE до A пересечения
с AC. (точка K)

Заметим, что степень точки K равна $KE \cdot KF$ и равна KA^2


$$\triangle CFK \sim \triangle ECK, \text{ m.k. } \angle FCK = 90^\circ$$
$$KE \cdot KE = CK^2$$
$$1) KE \cdot KF = KA^2$$
$$A \cdot K_C \cdot K_I = K_A$$
$$CK = AK$$

⇓
K - середина AC

$$\frac{CD}{CE} = 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 10 \arccos(\sin x) &= 9\pi - 2x \\ \sin x &= \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} 10\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= 9\pi - 2x \\ 5\pi - 10x &= 9\pi - 2x \\ x &= -\frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{или } x &= \frac{9\pi}{2} \\ \text{тогда } 0 &= 0 \end{aligned}$$

или
При подстановке $x = -\frac{\pi}{2}$

$$10 \arccos(-1) = 10\pi$$

$$10\pi = 10\pi$$

Ответ: $-\frac{\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

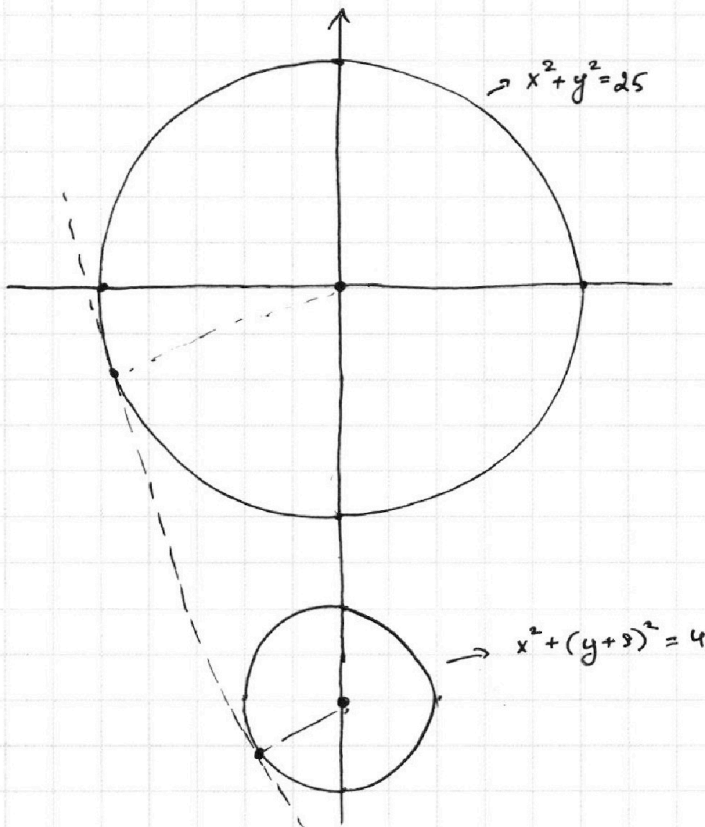
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} 5x + 6ay - 6 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x + 6ay - 6 = 0 \\ \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + y^2 + 18y + 77 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x + 6ay - 6 = 0 \rightarrow \text{прямая} \\ \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \rightarrow \text{окружность с центром } (0; 0) \text{ и радиусом } 5 \\ x^2 + (y + 9)^2 = 4 \rightarrow \text{окружность с центром } (0; -9) \text{ и радиусом } 2 \end{cases} \end{cases}$$



В 1 окружности касательных
в общих касательных к
этим двум окружностям
2 решения

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 2 и других решений нет.

ОДЗ: $x > 0, x \neq 1$

$0,5y > 0, 0,5y \neq 1$

$y \neq 2$

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_{11} x = \log_{11} \frac{1}{121} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3 \log_{11} x} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{16}{3 \log_{11} x} + 5 = 0$$

$$\frac{3 \log_{11}^5 x + 15 \log_{11} x - 16}{3 \log_{11} x} = 0$$

$$(1) 3 \log_{11}^5 x + 15 \log_{11} x - 16 = 0$$

$$\log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,5y} (11^{-13}) - 5 \quad t = 0,5y \text{ (замена)}$$

и будем искать не xy ,
а $2xt = xy$

$$\log_{11}^4 t + \frac{1}{\log_{11} t} = -\frac{13}{3 \log_{11} t} - 5$$

$$\log_{11}^4 t + \frac{16}{3 \log_{11} t} + 5 = 0$$

$$\frac{3 \log_{11}^5 t + 15 \log_{11} t + 16}{3 \log_{11} t} = 0$$

$$(2) 3 \log_{11}^5 t + 15 \log_{11} t + 16 = 0$$

$$(1) + (2): 3(\log_{11}^5 t + \log_{11}^5 x) + 15 \log_{11} xt = 0$$

$$3 \log_{11}^5 xt = 0$$

Первое слагаемое:
~~второе слагаемое~~ $3 \log_{11}^5 xt \cdot (\log_{11}^4 t - \log_{11}^3 t \cdot \log_{11} x + \log_{11}^2 t \cdot \log_{11}^2 x - \log_{11} t \cdot \log_{11}^3 x + \log_{11}^4 x)$

$$\text{Тогда } 3 \log_{11}^5 xt \cdot (\log_{11}^4 t - \log_{11}^3 t \cdot \log_{11} x + \log_{11}^2 t \cdot \log_{11}^2 x - \log_{11} t \cdot \log_{11}^3 x + \log_{11}^4 x + 5) = 0$$

$$\text{Одно из решений: } xt = 1 \Rightarrow xy = 2xt = 2.$$

Посмотрим на скобку: Докажем что скобка больше 0 $\Rightarrow$ решение будет одно: $\log_{11} xt = 0$

$$\log_{11}^4 t - \log_{11}^3 t \cdot \log_{11} x + \log_{11}^2 t \cdot \log_{11}^2 x - \log_{11} t \cdot \log_{11}^3 x + \log_{11}^4 x + 5 \quad a = \log_{11} t, b = \log_{11} x$$

Докажем что $a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 \geq 0$, тогда мы докажем что скобка ≥ 5

$$a^4 - a^3b - ab^3 + b^4 = a^3(a-b) - b^3(a-b) = (a-b) \cdot (a^3 - b^3) = (a-b)^2 \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$a^2 - ab + b^2 \geq a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 \geq 0 \Rightarrow \text{скобка } \geq 5 \Rightarrow \log_{11} xt = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

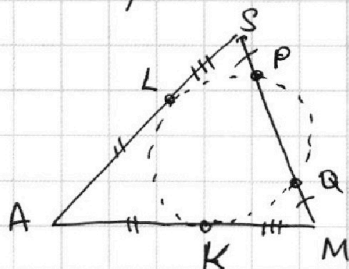
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим плоскость APM .



$AL = AK$, т.к. отрезки касательных к окр.

Степень точки $S = SL^2 = SP \cdot SQ$

Степень точки $M = KM^2 = MQ \cdot MP$

П.к. $SP = MQ \Rightarrow SQ = MP \Rightarrow SL^2 = KM^2 \Rightarrow SL = KM$

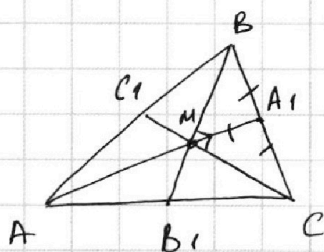
Тогда $AS = AM = dO$

П.к. AA_1 - медиана, и M - точка пересечения медиан
знают M делит AA_1 в отношении 2:1

Тогда $AA_1 = 3O$

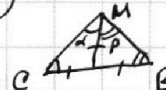
$MA_1 = 2O$

Рассмотрим плоскость ABC .



$MA_1 = 2O$, $BA_1 = 1O$, $AC = 1O$ (т.к. $BC = 2O$)

знают $\angle BMC = 90^\circ$



$180 - 2\alpha + 180 - 2\beta = 180^\circ$

$2\alpha + 2\beta = 180^\circ$

$\alpha + \beta = 90^\circ$

Заметим, что медианы делят
треугольник на 6 равновеликих частей

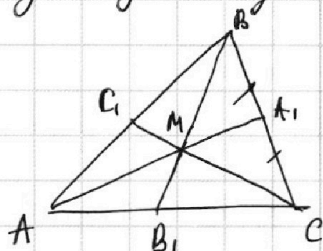
Тогда $\frac{BM \cdot MC}{S_{BMC}} = \frac{180}{3} = 60$

П.е. $BM \cdot MC = 120 \Rightarrow BB_1 \cdot CC_1 = \frac{3BM}{2} \cdot \frac{3CM}{2} = \frac{9 \cdot 120}{2} = 540$

Тогда $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 30 \cdot 540 = 16200$

Ответ на пункт а: 16200

Почему медианы делят треугольник на 6 равновеликих:



$S_{ABA_1} = S_{ACA_1}$, т.к. общая высота на BC и
основания равны

$S_{BMA_1} = S_{CMA_1}$, т.к. общая высота на BC и
основания равны (аналогично для двух других пар)

Пусть $S_1 = S_{BMA_1} = S_{CMA_1}$

$S_2 = S_{AMB_1} = S_{CMB_1}$

$S_3 = S_{AMC_1} = S_{BMC_1}$

Тогда $S_{ABA_1} = 2S_3 + S_1 = 2S_2 + S_1 = S_{ACA_1}$

$\Downarrow$
 $S_3 = S_2$ (аналогично доказываем, что $S_1 = S_2$)

Тогда $S_1 = S_2 = S_3 \Rightarrow 6$ равновеликих Δ -ка.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

- N1 **децимальность** оценка + пример
 N2 **подобие?**
 N3 **арктура**
 N4 **параметр**
 N5 **логарифмы**
 N6 **координатная плоскость**
 N7 **стереометрия**

$$\frac{9\pi}{2}$$

I
II
1 2

N1

$$ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot k$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \cdot l$$

$$ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot m$$

$$\left. \begin{array}{l} ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot k \\ bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \cdot l \\ ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot m \end{array} \right\} \begin{array}{l} a^2 b^2 c^2 = 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{92} \cdot klm \\ abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{46} \cdot \sqrt[3]{klm} \end{array}$$

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{46}$$

$$\begin{aligned} d_3 &= 11 \\ \beta_3 &= 17 \\ \delta_3 &= 15 \\ \alpha + \beta &= 17 \\ \alpha &= 16 \quad \beta = 1 \\ &32 \end{aligned}$$

$$\alpha + \beta = 6$$

$$\alpha - \beta = 2$$

$$2\alpha = 8 \quad \alpha = 4$$

$$\alpha + \beta = 11$$

$$\alpha - \beta = 15$$

$$2\alpha = 26$$

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 5^{\alpha_3} \cdot x$$

$$b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3} \cdot y$$

$$c = 2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3} \cdot z$$

$$ab = 2^{\alpha_1 + \beta_1} \cdot 3^{\alpha_2 + \beta_2} \cdot 5^{\alpha_3 + \beta_3} \cdot xy$$

$$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{16}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^1$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{12}$$

$$\alpha_1 + \beta_1 \geq 14$$

$$\beta_2 + \gamma_2 \geq 21$$

$$\beta_3 + \gamma_3 \geq 13$$

$$\alpha_1 + \beta_1 \geq 6$$

$$\alpha_2 + \beta_2 \geq 13$$

$$\alpha_3 + \beta_3 \geq 11$$

$$\alpha_1 + \gamma_1 \geq 16$$

$$\alpha_2 + \gamma_2 \geq 25$$

$$\alpha_3 + \gamma_3 \geq 28$$

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 18 \Rightarrow \text{достигается } a^2 = 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{92} \cdot \frac{klm}{c}$$

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{46}$$

$$a = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{46} \cdot \sqrt[3]{klm}$$

$$\begin{cases} \alpha_3 + \beta_3 = 11 \\ \beta_3 + \gamma_3 = 13 \\ \alpha_3 + \gamma_3 = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} &\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 = 32 \\ &\alpha_3 = 16, \beta_3 = 1, \gamma_3 = 15 \end{aligned}$$

тогда a и b
 $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 18$
 $\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 25$
 $\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 = 32$
 $\alpha_1 = 4, \beta_1 = 2, \gamma_1 = 12$
 $\alpha_2 = 9, \beta_2 = 5, \gamma_2 = 1$
 $\alpha_3 = 16, \beta_3 = 1, \gamma_3 = 15$

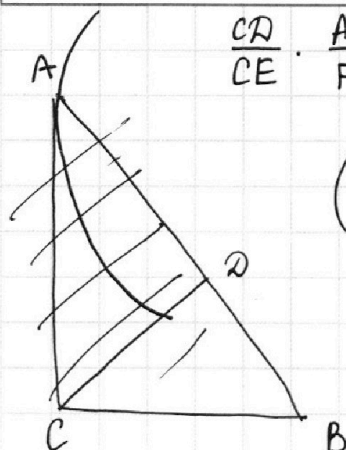
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

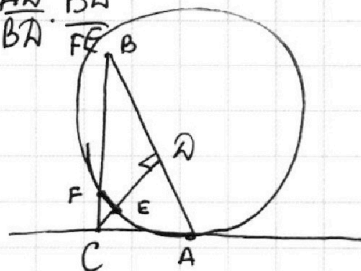
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CD}{CE} \cdot \frac{AD}{FE} = \frac{BD}{FE} \cdot \frac{AD}{BA} \cdot \frac{BA}{FE}$$

$$\left(\frac{BD}{FE}\right)^2 = ?$$



$$\frac{CK}{KA} \cdot \frac{AD}{BD} \cdot \frac{BD}{FE}$$

$$\parallel$$

$$\frac{CK \cdot AK}{FK \cdot EK}$$

$$\frac{EK}{AA} =$$

$$\frac{AG}{AK} = \frac{CK}{AK}$$

$$\frac{AK}{AC} = 1 - \frac{CK}{AC}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{CD \cdot AD}{FE \cdot CE} =$$

$$= \frac{CD}{CE} \cdot \frac{AD}{FE} =$$

$$\frac{CK}{KA} \cdot \frac{AD}{BD} \cdot \frac{BD}{FE} \parallel \frac{BC}{FC} \parallel \frac{AC}{CK}$$

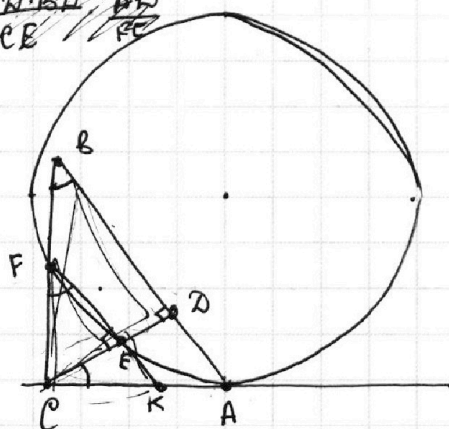
Поскольку $\frac{CK}{KA} = \frac{1}{k}$.

$$KA = k \cdot CK$$

$$\frac{CD}{CE} \cdot \frac{AD}{FE} = \frac{AD \cdot BD}{CE \cdot FE}$$

$$\frac{BD}{FE} \cdot \frac{AD}{FE}$$

$$\frac{AD}{FE} \cdot \frac{AD}{FE}$$



$$AK^2 = FK \cdot EK$$

$$KE \cdot KF = KA^2$$

$$\frac{KE}{KA} = \frac{KA}{KF}$$

$$\frac{AB}{BD} = 1,4$$

$$\frac{AD}{BA} = 0,4$$

$$\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD}$$

$$\frac{S_{CAD}}{S_{BCD}} = 0,4$$

$$\frac{CK}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

$$\frac{AK}{CK} = \frac{BF}{FC}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{BD}$$

$$\frac{KE}{AD} = \frac{FE}{BD}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N³

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

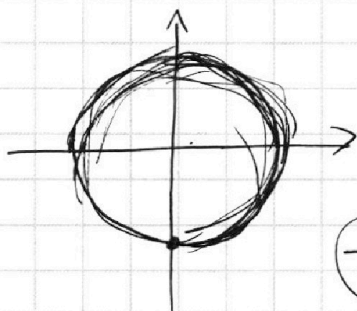
$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 10x = 9\pi - 2x$$

$$-x - 8x = 4\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$



$$\begin{array}{r} 18 = 2 \cdot 9 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 180 \\ \hline 324 \\ \rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 = 2 \cdot 9 \\ 18 \cdot 9 = 162 \\ \hline 324 \\ \times 77 \\ \hline 308 \end{array}$$

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases} \quad x = \frac{-6ay + b}{5}$$

4 решения.

$$(x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y - 77) = 0$$

$$x^2 + y^2 - 25 = 0$$

отн. y.

$$y^2 + x^2 - 25 = 0$$

$$2 = -4x^2 + 100$$

$$y = \pm \frac{\sqrt{100 - 4x^2}}{2}$$

$$\begin{cases} 5x + 3\sqrt{100 - 4x^2} - b = 0 \\ 5x - 3\sqrt{100 - 4x^2} - b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\sqrt{100 - 4x^2} = b - 5x \\ 3\sqrt{100 - 4x^2} = -b - 5x \end{cases}$$

$$b - 5x \geq 0$$

$$9a^2(100 - 4x^2) = (b - 5x)^2 \quad b - 5x \geq 0$$

$$900a^2 - 36a^2x^2 = b^2 -$$

$$\text{или } x^2 + y^2 + 18y - 77 = 0$$

отн. y.

$$y^2 + 18y + (x^2 - 77) = 0$$

$$2 = 324 - 4x^2 + 308$$

$$y = \frac{-18 \pm \sqrt{832 - 4x^2}}{2}$$

$$\begin{cases} 5x + 3a \cdot \left(-18 + \sqrt{832 - 4x^2}\right) - b = 0 \\ 5x - 3a \cdot \left(-18 + \sqrt{832 - 4x^2}\right) - b = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_x^3 \frac{1}{121} - 5$$

DD3:

$$x > 0$$

$$x \neq 1$$

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_x^3 \frac{1}{121} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{13}{3 \log_{11} x} - 5$$

$$\log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y}^3 (11^{-13}) - 5$$

$$\log_{11}^4 (0,5y) + \log_{11} (0,5y) = \frac{13}{3 \log_{11} (0,5y)} - 5$$

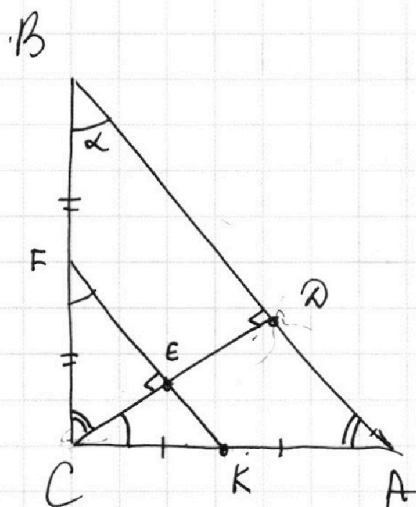
2xt - ?

$$\log_{11}^4 t + \frac{1}{\log_{11} t} = -\frac{13}{3 \log_{11} t} - 5$$

$$\log_{11}^4 x = \frac{16}{3 \log_{11} x} + 5 = 0 \quad \log_{11}^4 t + \frac{14}{3 \log_{11} t} + 5 = 0$$

$$3 \log_{11}^5 x - 16 + 15 \log_{11} x = 0 \quad | \quad 3 \log_{11}^5 t + 14 + 15 \log_{11} t = 0$$

$$3(\log_{11}^5 x + \log_{11}^5 t) + 15 \log_{11} x t - 2 = 0$$



$$AK^2 = KE \cdot KF$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CFE}} = \frac{AD}{CE} = \frac{AD}{BD} \cdot \frac{BD}{CE}$$

$$\frac{BD}{CE} = \frac{BD}{CD} \cdot \frac{CD}{CE} = \frac{BD}{CD}$$

$$S_{CFE} = S_{CBK} \cdot \left(\frac{CE}{BD}\right)^2 \quad 0,4 \cdot \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{BD}{CE}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$KE \cdot KF = KC^2 = AK^2$$

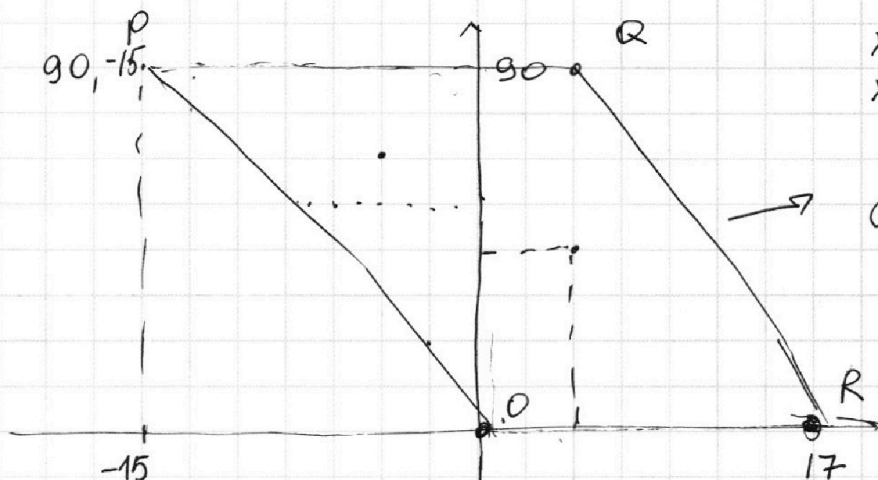
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} x_1 &= 2 & y_1 &= 90 \\ x_2 &= 17 & y_2 &= 0. \end{aligned}$$

$$y = -6x + 102$$

$$(6x_2 + y_2) - (6x_1 + y_1) = 48$$

$$\begin{aligned} b &= 0 \\ -6k. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2k + b &= 90 \\ 17k + b &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -12 + b &= 90 \\ \underline{b} &= \underline{102} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^5 + b^5 &= (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) \\ a^4 - a^3b - ab^3 + b^4 &> 0 \\ a^3(a-b) - b^3(a-b) & \\ (a^3 - b^3)(a-b) & \\ (a-b)^2(a^2 + b^2 - ab) & \end{aligned}$$

$15k = -90$
 $k = -6$

$$f(x) = 3\log_{11}^5 x + 15\log_{11} x$$

$$\begin{aligned} 3\log_{11} x (\log_{11}^4 x + 5) &= 16 \\ 3\log_{11} t (\log_{11}^4 t + 5) &= -16 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_x^2 \frac{1}{121} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3 \log_{11} x} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{16}{\log_{11} x} + 5 = 0$$

$$\log_{11}^5 x - 16 + 5 \log_{11} x = 0$$

$$\log_{11} x (\log_{11}^4 x + 5) - 16 = 0$$

$$(x^2 + (y+9)^2 - 4)$$

Уравнение
касательной

$$g(x) = f(x_0) + (x - x_0) f'(x_0)$$

$$y = -\frac{5}{6a} + \frac{b}{6a}$$

$$g(x) =$$

$$SL^2 = SP \cdot SQ$$

