



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что если у какого-то из чисел a, b или c есть простой делитель отличный от 2, 3 и 5, то если мы его уберем, число abc уменьшится, а на делимость чисел ab, bc, ac на числа $2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{43}$ это не повлияет. Значит мы можем считать, что $a = 2^{a_1} \cdot 3^{a_2} \cdot 5^{a_3}$, $b = 2^{b_1} \cdot 3^{b_2} \cdot 5^{b_3}$, $c = 2^{c_1} \cdot 3^{c_2} \cdot 5^{c_3}$, где $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, a_3, b_3, c_3 \in \mathbb{N}_0$. Тогда т.к. $ab : 2^{17}$, $bc : 2^{17}$ и $ac : 2^{17}$:
 $a_1 + b_1 \geq 17$, $b_1 + c_1 \geq 17$, $a_1 + c_1 \geq 17$, сложив эти три неравенства и поделив на 2 получаем, что $a_1 + b_1 + c_1 \geq 25.5$, равенство достигнуто при $a_1 = 4$, $b_1 = 3$, $c_1 = 10$, значит $abc : 2^{17}$. Действуя аналогично получаем: $a_2 + b_2 \geq 23$; $a_2 + c_2 \geq 23$; $b_2 + c_2 \geq 23 \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 69$, т.к. $a_2, b_2, c_2 \in \mathbb{N}$:
 $a_2 + b_2 + c_2 \geq 70$, равенство достигается при $a_2 = 6$, $b_2 = 5$, $c_2 = 11 \Rightarrow abc : 3^{23}$
 ~~$a_3 + b_3 \geq 43$, $b_3 + c_3 \geq 43$, $a_3 + c_3 \geq 43 \Rightarrow a_3 + b_3 + c_3 \geq 129$, равенство~~

~~достигается при $a_3 = 20$, $b_3 = 23$, $c_3 = 23$~~ $a_3 + c_3 \geq 43 \Rightarrow b_3 + c_3 + a_3 \geq 43$, равенство

достигается при $a_3 = 20$, $c_3 = 23 \Rightarrow abc : 5^{43}$.

Значит $abc : 2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{43}$, т.к. $abc \in \mathbb{N}$ наименьшее значение abc равно $2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{43}$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{43}$

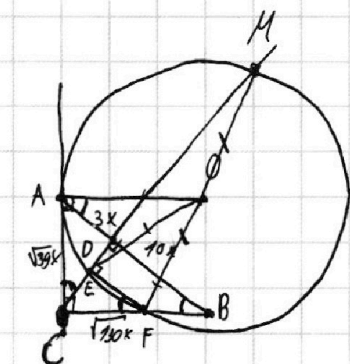
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



т.к. $(CD) \perp (AB)$ и $(EF) \parallel (AB)$: $(CD) \perp (EF)$ и

$$\angle CEF = 90^\circ$$

т.к. $(DB) \parallel (EF)$: $\angle ABF = \angle DFC \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle CDB$ по двум углам

Пусть O - центр окружности, тогда $(OA) \perp (CA)$, т.к. A - т. касания, а значит $\angle BCA + \angle CAO = 180^\circ \Rightarrow (OA) \parallel (CB)$, тогда $\angle OAB = \angle ABC$. Из прямоугольного $\triangle CDA \sim \triangle ACB$ по двум углам.
также $\triangle ACB \sim \triangle ADB$ по двум углам.

Если $|AB| = 13x$, то $|DB| = \frac{13}{13} = 10x$, а значит $|AD| = 13x \cdot \frac{10}{13} = 10x$

т.к. $[CD]$ - высота прямоугольного $\triangle$ -ка, $|CD| = \sqrt{|AD| \cdot |DB|} = \sqrt{130}x$

Из прямоугольных $\triangle$ -ков ADC и CDA получим:

$$|CB| = \sqrt{30x^2 + 100x^2} = \sqrt{130}x \quad |AC| = \sqrt{30x^2 + 9x^2} = \sqrt{39}x$$

Если мы проведем $[CD]$ до пересечения с окружностью в точке M , то $\triangle MEF$ окажется прямоугольным $\Rightarrow [FM]$ - диаметр.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$ по определению аркосинуса означает:

$$\begin{cases} \cos(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}) = \sin x \\ (\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}) \in [0; \pi] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sin(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}) = \sin x \\ (\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}) \in [0; 5\pi] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \sin(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}) = 0 \\ x \in [-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}] \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin(\frac{x + \frac{3\pi}{5} + \frac{4\pi}{5}}{2}) \cdot \cos(\frac{x - \frac{3\pi}{5} - \frac{4\pi}{5}}{2}) = 0 \\ x \in [-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin(\frac{3x}{5} + \frac{2\pi}{5}) \cdot \cos(\frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5}) = 0 \\ x \in [-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}] \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \sin(\frac{3x}{5} + \frac{2\pi}{5}) = 0 \\ \cos(\frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5}) = 0 \\ x \in [-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{5} + \frac{2\pi}{5} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x \in [-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 5\pi n - 2\pi, n \in \mathbb{Z} \\ 2x = 5\pi k + \pi, k \in \mathbb{Z} \\ x \in [-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3}\pi n - \frac{2\pi}{3}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5}{2}\pi k + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ x \in [-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}] \end{cases}$$

Если $x = \frac{5}{3}\pi n - \frac{2\pi}{3}$:

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{5}{3}\pi n - \frac{2\pi}{3} \leq \frac{4\pi}{2}$$

$$-9\pi \leq 10\pi n - 4\pi \leq 21\pi$$

$$0 \leq 10n - 4 \leq 90$$

$$-5 \leq 10n \leq 25$$

$$-\frac{1}{2} \leq n \leq \frac{5}{2}$$

$$n = 0 \text{ или } n = 1 \text{ или } n = 2, \text{ т.к. } n \in \mathbb{Z}$$

Значит:

$$x = -\frac{2\pi}{3} \text{ или } x = \frac{5\pi}{3} \text{ или } x = 3\pi$$

Ответ: $-\frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}; 3\pi$

Если $x = \frac{5}{2}\pi k + \frac{\pi}{2}$:

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{5}{2}\pi k + \frac{\pi}{2} \leq \frac{4\pi}{2}$$

$$-3\pi \leq 5\pi k \leq 4\pi$$

$$-3 \leq 5k \leq 4$$

$$-1,5 \leq k \leq 0,8$$

$$-1,5 \leq k \leq 0,8$$

$$k = -1 \text{ или } k = 0, \text{ т.к. } k \in \mathbb{Z}$$

Значит:

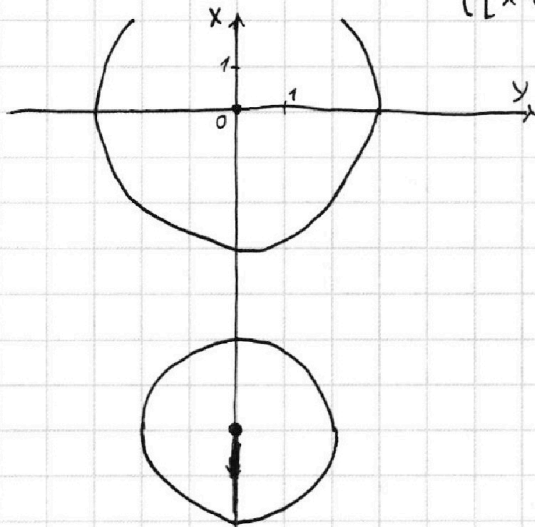
$$x = -\frac{\pi}{2} \text{ или } x = \frac{5\pi}{2}$$

Ответ: $-\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}$

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x+3ay-7b=0 \\ (x^2+14x+y^2+45)(x^2+y^2-9)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3ay-7b=0 \\ \begin{cases} x^2+14x+y^2+45=0 \\ x^2+y^2-9=0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3ay+7b \\ \begin{cases} (x+7)^2+y^2=2^2 \\ x^2+y^2=3^2 \end{cases} \end{cases}$$



Эта система задаёт две окружности с центрами $(0,0)$ и $(0,-7)$ и радиусами 3 и 2 соответственно, которые прямая $x=-3ay+7b$ для выполнения условия задачи должна пересекать в четырёх точках.

Примечание: x сейчас - это ось абсцисс, а y - ось ординат, потому что координаты точки задаются, как (y,x)

Для того расстояние от центра каждой из окружностей до прямой $x+3ay-7b=0$ должно быть меньше их радиусов. Именно тогда прямая пересечет каждую из окружностей в двух точках. Так как расстояние от точки (x_1, y_1) до прямой $Ax+By+C=0$ выражается формулой:

$$\frac{|Ax_1+By_1+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

можем сказать, что:

$$\begin{cases} \frac{|1 \cdot 0 + 3a \cdot 0 - 7b|}{\sqrt{1^2 + 9a^2}} < 3 \\ \frac{|1 \cdot 0 - 3a \cdot 7 - 7b|}{\sqrt{1^2 + 9a^2}} < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |7b| < 3\sqrt{1+9a^2} \\ |7(3a+b)| < 2\sqrt{1+9a^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |b| < \frac{3}{7}\sqrt{1+9a^2} \\ |3a+b| < \frac{2}{7}\sqrt{1+9a^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 < \frac{81a^2+9}{49} \\ 9a^2+6ab+b^2 < \frac{36a^2+4}{49} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 49b^2 < 81a^2+9 \\ a^2 \cdot 9 \cdot 49 + 6 \cdot 49ab + 49b^2 - 36a^2 < 4 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b \in \\ 405a^2 + 294ab + 649b^2 - 4 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b \in (-\frac{3}{4}\sqrt{a^2+1}, \frac{3}{4}\sqrt{a^2+1}) \\ 3a+b < \frac{2}{4}\sqrt{a^2+1} \\ 3a+b > -\frac{2}{4}\sqrt{a^2+1} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b \in (-\frac{3}{4}\sqrt{a^2+1}, \frac{3}{4}\sqrt{a^2+1}) \\ 3a < \frac{5}{4}\sqrt{a^2+1} \\ 3a > -\frac{5}{4}\sqrt{a^2+1} \end{cases}$$

П.к. нас интересует число a , для которого существует нужное число b и число b всегда определено от a , условие на b можно отбросить.

$$\begin{cases} 3a < \frac{5}{4}\sqrt{a^2+1} \\ 3a > -\frac{5}{4}\sqrt{a^2+1} \end{cases} \Leftrightarrow 9a^2 < \frac{25}{16} \cdot 9a^2 + \frac{25}{16} \Leftrightarrow \frac{24}{16} \cdot 9a^2 < \frac{25}{16} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 216a^2 < 25 \Leftrightarrow a^2 < \frac{25}{216} \Leftrightarrow a \in (-\frac{5}{6\sqrt{6}}, \frac{5}{6\sqrt{6}})$$

$$\begin{cases} \frac{|1 \cdot 0 + 3a \cdot 0 - 7b|}{\sqrt{9a^2+1}} < 3 \\ \frac{|1 \cdot 0 + 3a \cdot 0 - 7b|}{\sqrt{9a^2+1}} < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7|b| < 3\sqrt{9a^2+1} \\ 7|b+1| < 2\sqrt{9a^2+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 49b^2 < 9a^2+1 \\ 49b^2 + 98b + 49 < 36a^2+4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b \in (-\frac{3}{4}\sqrt{9a^2+1}, \frac{3}{4}\sqrt{9a^2+1}) \\ 7b+1 < \frac{2}{4}\sqrt{9a^2+1} \\ 7b+1 > -\frac{2}{4}\sqrt{9a^2+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \in (-\frac{3}{4}\sqrt{9a^2+1}, \frac{3}{4}\sqrt{9a^2+1}) \\ b < \frac{2}{4}\sqrt{9a^2+1} - 1 \\ b > -\frac{2}{4}\sqrt{9a^2+1} - 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b \in (-\frac{3}{4}\sqrt{9a^2+1}, \frac{3}{4}\sqrt{9a^2+1}) \\ \frac{3}{4}\sqrt{9a^2+1} > -\frac{2}{4}\sqrt{9a^2+1} - 1 \\ -\frac{3}{4}\sqrt{9a^2+1} < \frac{2}{4}\sqrt{9a^2+1} - 1 \end{cases}$$

П.к. нас интересует число a , для которого существует нужное число b и число b всегда определено от a , условие на b можно отбросить



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Значит:

$\begin{cases} \frac{5}{4}\sqrt{9a^2+1} > -1 \\ \frac{5}{4}\sqrt{a^2+1} > 1 \end{cases}$ $\leftarrow$ всегда верно т.к. корень неотрицателен

$$\Leftrightarrow \frac{5}{4}\sqrt{a^2+1} > 1 \Leftrightarrow \frac{25}{16}(a^2+1) > 1 \Leftrightarrow 25a^2 > -24 \Leftrightarrow a^2 > -\frac{24}{25} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a \in \mathbb{R} \setminus \left(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{5} \right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{5}; +\infty \right)$$

$$\text{Ответ: } \left(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{5} \right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{5}; +\infty \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_7^4(6x) - 2\log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4 \\ \log_7^4 y + 6\log_y 7 = \log_{6y^5} 7^5 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_7^4(6x) - \frac{2}{\log_7 6x} = \frac{3}{2} \cdot \log_{6x} 7 - 4 \\ \log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2} \log_7 7 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_7^4(6x) - \frac{2}{\log_7 6x} = \frac{3}{2\log_7 6x} - 4 \\ \log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2\log_7 y} - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_7^5(6x) + 4\log_7(6x) - \frac{4}{2} = 0 \\ \log_7^5 y + 4\log_7^5 y + \frac{4}{2} = 0 \end{cases}$$

Обозначив $\log_7(6x)$ за a , а $\log_7(y)$ за b и сложив первое уравнение с последним, мы получим:

$$a^5 + 4a + b^5 + 4b = 0$$

$$4(a+b) + (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) = 0$$

$$(a+b)(4 + \frac{1}{2}a^4 + \frac{1}{2}a^4 - 2\frac{1}{2}a^2ab + \frac{1}{2}a^2b^2 + \frac{1}{2}(ab)^2 - ab \cdot b \cdot 2\frac{1}{2} + b^4) = 0$$

$$(a+b)(4 + \frac{1}{2}a^4 + \frac{1}{2}(a^2+ab)^2 + \frac{1}{2}(ab+b^2)^2 + \frac{1}{2}b^4) = 0, \text{ заметим, что число}$$

$4 + \frac{1}{2}a^4 + \frac{1}{2}(a^2+ab)^2 + \frac{1}{2}(ab+b^2)^2 + \frac{1}{2}b^4$ строго положительно, т.к.

является суммой положительного числа 4 и

четырех неотрицательных чисел. Значит

$$(a+b)=0 \Leftrightarrow \log_7(6x) + \log_7 y = 0 \Leftrightarrow \log_7(6xy) = \log_7 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6xy = 1 \Leftrightarrow xy = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\frac{1}{6}$



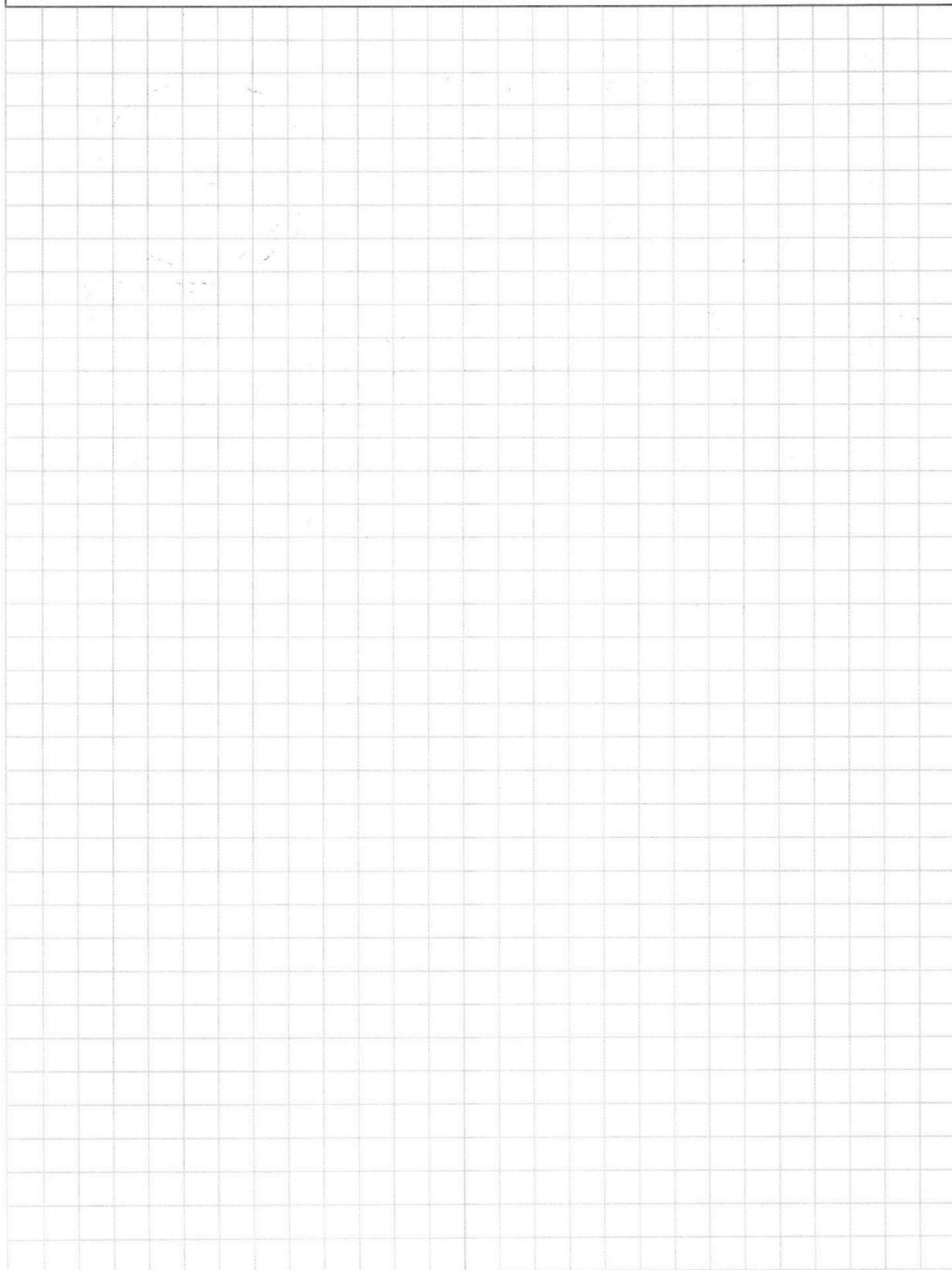
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Rightarrow \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right), \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \in [0; \pi]$$

$$\begin{cases} \sin x = -\sin\left(\frac{x}{5} + \frac{3\pi}{10}\right) \\ x + \frac{3\pi}{2} \in [0; 5\pi] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{3\pi}{10}\right) = 0 \\ x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}\right] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{2x}{5} + \frac{2\pi}{5}\right) \cdot \cos\left(\frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5}\right) = 0 \\ x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}\right] \end{cases}$$

$$\frac{5\pi}{10} \quad \frac{6\pi}{10} \quad \frac{3\pi}{5}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{|1 \cdot 0 + 3a \cdot 0 - b|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{|b|}{2} < 3$$

$$26 + 14$$

$$43$$

$$\frac{|1 \cdot 0 + 21a - b|}{\sqrt{1 + 3^2}} =$$

$$|b| < 6$$

$$|b| < \frac{6}{2}$$

$$-\frac{6}{2} < b < \frac{6}{2}$$

$$\frac{5}{216}$$

$$\frac{5}{216}$$

$$= \frac{|21a + b|}{2} < 2$$

$$|21a + b| < 4$$

$$-4 < 21a + b < 4$$

$$\frac{5\pi}{10} \quad \frac{5\pi}{10}$$

$$49 \cdot 9 = 490 - 49 = 441$$

$$300 - 6$$

$$294$$

$$81a^2 + 9$$

$$49b^2 < 81a^2 + 9$$

$$49(9a^2 + 81ab + b^2) < 36a^2 + 49$$

$$b \in \left(-\frac{3}{4}\sqrt{a^2 + 9 + 1}; \frac{3}{4}\sqrt{a^2 + 9 + 1}\right)$$

$$3a + b <$$

$$24 \cdot 9$$

$$-240$$

$$-24$$

$$246$$

$$-1$$

$$\frac{4\pi}{10} + \frac{5\pi}{10} = \frac{9\pi}{10}$$

$$\frac{10\pi}{3} - \frac{2\pi}{2}$$

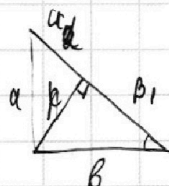
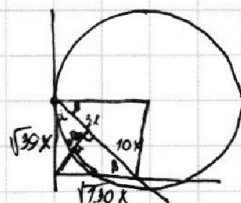
$$(-4; 0)$$

$$(0; 0)$$

$$4,5\pi$$

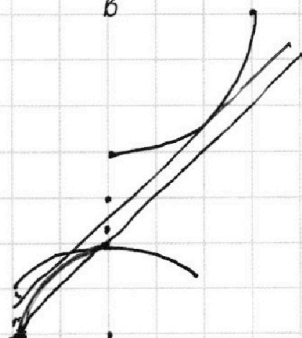
$$2x - 2\pi = 4,5\pi + 5\pi n$$

$$4,5\pi$$



$$30x^2 + 9x^2$$

$$h = b_1 + 92 = \frac{b_1 \cdot a_1}{h}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a = 2^{a_2} \cdot 3^{a_3} \cdot 5^{a_5}$
 $b = 2^{b_2} \cdot 3^{b_3} \cdot 5^{b_5}$
 $c = 2^{c_2} \cdot 3^{c_3} \cdot 5^{c_5}$

$a_2 + b_2 \geq 4$
 $b_2 + c_2 \geq 13$
 $a_2 + c_2 \geq 14$
 $2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 34$

$a_1 = 4$
 $b_1 = 5$
 $c_1 = 10$

$a \cdot \cos(\sin x) = y$
 $\Rightarrow \cos y = \sin x$
 $y \in [0; \pi]$

$\left\{ \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin x \right\} \Rightarrow \left\{ \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \right\} \Rightarrow \left\{ \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \right\}$
 $\left\{ \left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \in [0; \pi] \right\} \Rightarrow \left\{ x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \right\}$

$x + 3ay - 2b = 0$
 $\log_4(6x) - 2\log_4 x = \log_4 x^3 - 4$
 $\log_4(6x) - \frac{2}{\log_4(6x)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\log_4(6x)} - 4$
 $\log_4 y + \frac{12}{2\log_4 y} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{\log_4 y} - 4$
 $\log_4(6x) + 4\log_4(6x) - \frac{7}{2} = 0$
 $\log_4(y) + 4\log_4(y) + \frac{11}{2} = 0$

$\log_4(y) + \log_4(6x) + 4\log_4(6xy)$

$\log_4 y \cdot \log_4 y = \log_4 y \cdot \log_4 y + 1 = \frac{7}{2}$
 $y^{\log_4 y + 1} = 7^{\frac{7}{2}}$

$x + y = 4$
 $x = -3ay + 2b$

$\frac{AB}{BD} = \frac{13}{10}$
 $\frac{BD + AD}{BD} = \frac{13}{10}$

$z^5 + 4z = \frac{z}{2} = 3.5$
 $\frac{1}{32} + 2$

$4x_2 + y_2 = 20 + 4x_1 + y_1$

$\sin \beta$