



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\deg_p(n)$ - степень простого p в числе n .

Пусть $\deg_2(a) = d$

$\deg_2(b) = e$

$\deg_2(c) = f$, тогда

$$\begin{cases} d+e \geq 6 \\ e+f \geq 14 \\ d+f \geq 16 \end{cases} \Rightarrow d+e+f \geq \frac{6+14+16}{2} = 18, \text{ т.е. } a \cdot b \cdot c : 2^{18}$$

Если, напр., $d=4, e=2, f=12$, то $d+e+f$ равно 18.

Переменные переменные d, e, f . Тогда $\deg_3(a) = d$

$\deg_3(b) = e$

$\deg_3(c) = f$, тогда

$$\begin{cases} d+e \geq 13 \\ e+f \geq 21 \\ d+f \geq 25 \end{cases} \Rightarrow d+e+f \geq \frac{13+21+25}{2} = \frac{59}{2}$$

№0

т.к. $d, e, f \in \mathbb{Z}$, то $d+e+f \geq 30$

$e=5$

$f=16$

$d=9$

, тогда $d+e+f=30$, а не ≥ 30 (как требуется) $\Rightarrow a \cdot b \cdot c : 3^{30}$

переменные переменные d, e, f . Тогда $\deg_5(a) = d$

$\deg_5(b) = e$

$\deg_5(c) = f$, тогда

$$\begin{cases} d+e \geq 11 \\ e+f \geq 13 \\ d+f \geq 28 \end{cases} \Rightarrow d+e+f \geq \frac{11+13+28}{2} = 26 \Rightarrow a \cdot b \cdot c : 5^{26}$$

Если d, e, f - не натуральные числа с нулем. Для $a, c : 5^{28}$, то $a \cdot b \cdot c : 5^{28}$.

Пусть $d=14, f=14, e=0$. Тогда $d+e+f=28$ и все a, b, c взаимно просты.

$\Rightarrow a \cdot b \cdot c : 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ и для простого p не существует d, e, f , при которых $a \cdot b \cdot c : p^k$.

Следовательно $a \cdot b \cdot c \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ (т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$ и 0 не входит).

$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$

$b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^0$

$c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{14}$

- произв. равно $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$. Ответ: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

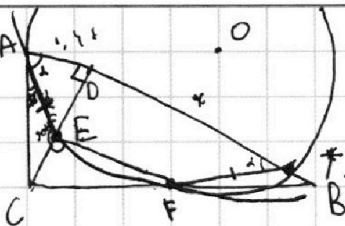
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $BD = x$, тогда $AB = 1,4x \Rightarrow AD = 0,4x$.

Пересечем осп. AEF и прямой B, получим точку T.

Пусть $\angle EAT = \alpha$, т.к. $EF \parallel AB \Rightarrow \triangle TFE$ - р.о. треугольн $\Rightarrow \angle FTA = \alpha$, но

$$\angle FTA = \angle AFE \Rightarrow \angle FAC = \alpha. \quad \text{tg } \alpha = \frac{CF}{AC}, \quad \text{tg } \alpha = \frac{DE}{AD}$$

$$\frac{CF}{AC} = \frac{DE}{AD}. \quad \text{Знаем } AD = 0,4x, \quad BD = x \Rightarrow CD = \sqrt{1,04} \cdot x = \frac{2}{\sqrt{10}} \cdot x$$

Вспомогательная д. у. н.м.: $\frac{CF}{AC} = \frac{DE}{AD} \Rightarrow DE = \frac{AD}{AC} \cdot CF. \quad AD = AC \cdot \sqrt{0,4^2 + \frac{4}{10}} \cdot x =$

$$= \sqrt{0,56} \cdot x \Rightarrow DE = \frac{0,4}{\sqrt{0,56}} \cdot CF, \quad \text{но } \frac{CF}{CE} = \frac{BC}{CD} \quad (\text{из-за подобия т.р.})$$

$$BC = \sqrt{2 + \frac{4}{10}} \cdot x = \sqrt{1,4} \cdot x \Rightarrow CF = CE \cdot \frac{BC}{CD} = CE \cdot \frac{\sqrt{1,4}}{\frac{2}{\sqrt{10}}} = \frac{\sqrt{1,4}}{2} \cdot CE$$

$$\text{т.е. } DE = \frac{0,4}{\sqrt{0,56}} \cdot CF = \frac{0,2 \cdot \sqrt{1,4}}{\sqrt{0,56}} \cdot CE \Rightarrow CE + DE = \frac{0,2 \cdot \sqrt{1,4} + \sqrt{0,56}}{\sqrt{0,56}} \cdot CE = \frac{\sqrt{1,4}}{\sqrt{10}} \cdot x$$

$$CE = \frac{\sqrt{1,4} \cdot \sqrt{0,56} \cdot 2}{\sqrt{10} \cdot (0,2 \cdot \sqrt{1,4} + \sqrt{0,56})} \cdot x \Rightarrow S_{CEF} = S_{BCD} \cdot \left(\frac{CE}{CD}\right)^2 = S_{ACD} \cdot \frac{AD}{BD} \cdot \frac{BD}{AD} \cdot \left(\frac{CE}{CD}\right)^2$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{AD}{BD} \cdot \left(\frac{CD}{CE}\right)^2 = 0,4 \cdot \frac{\frac{2}{\sqrt{10}}}{4 \cdot 0,56} = \frac{0,4 \cdot (0,2 \cdot \sqrt{1,4} + \sqrt{0,56})^2}{0,56} = \frac{1}{1,9} \cdot (0,56 + 0,04 \cdot 1,4 +$$

$$+ 0,4 \cdot \sqrt{1,4} \cdot \sqrt{0,56})$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x, \quad \arccos x \rightarrow t \in [0, \pi]$$

$$\sin x = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow \text{или } \frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [0, \pi] \text{ для некоторого } k, k \in \mathbb{Z}, \text{ то } \arccos(\sin x) =$$

$$= \frac{\pi}{2} - x - 2\pi k$$

$$10 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k\right) = 9\pi - 2x \longrightarrow 10 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k\right) = 9\pi - 2x$$

$$12x = 14\pi + 20\pi k$$

$$-8x = 10\pi k + 4\pi$$

$$x = \frac{7\pi}{6} + \frac{5\pi k}{3}, \text{ но с учетом ОДЗ: } \frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [0, \pi] \quad x = -\frac{5\pi k + \pi}{2}, \text{ ОДЗ: } \frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [0, \pi].$$

$$0 \leq \frac{\pi}{2} - 2\pi k - \frac{7\pi}{6} - \frac{5\pi k}{3} \leq \pi$$

$$0 \leq \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi k + \pi}{2} - 2\pi k \leq \pi$$

$$0 \leq \pi + \frac{\pi k}{2} \leq \pi$$

$$\Rightarrow -2 \leq k \leq 0 \Rightarrow \text{большинство } x \in \left\{ \frac{9\pi}{2}, 2\pi, -\frac{\pi}{2} \right\}$$

$$0 \leq -\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} + k \leq \pi \quad k = 3$$

$$0 \leq -2\pi k$$

$$0 \leq 2\pi + 11\pi k \leq 3\pi$$

$$-\frac{2}{11} \leq k \leq -\frac{5}{11}, \text{ но } k - \text{целое число} \Rightarrow \text{не существует решений, так } \frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [0, \pi] \Rightarrow$$

$$\text{или } \frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [2\pi, 3\pi] \text{ для некоторого } k \text{ (или } \frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [0, \pi] \text{ для } k, \text{ но тогда } k \text{ в пред. параграфе)}$$

$$\Rightarrow \text{пусть } \alpha = 2\pi - \left(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k\right) \in [0, \pi] \text{ и } \cos \alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \arccos(\sin x) = 2\pi - \left(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k\right)$$

$$10 \cdot \left(\frac{3\pi}{2} - x - 2\pi k\right) = 9\pi - 2x \quad 10 \cdot \left(\frac{3\pi}{2} + x + 2\pi k\right) = 9\pi - 2x$$

$$12x = -6\pi - 20\pi k$$

$$\frac{3\pi}{2}: x = -\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{3}, \text{ ОДЗ: } \frac{3\pi}{2} + x + 2\pi k \in [0, \pi]$$

$$0 \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi k - \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{3} \leq \pi$$

$$0 \leq \pi + \frac{\pi k}{3} \leq \pi$$

$$-3 \leq k \leq 0 \Rightarrow x \in \left\{ \frac{9\pi}{2}, \frac{17\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{2} \right\}$$

$$\text{Ответ: } x \in \left\{ \frac{9\pi}{2}, \frac{17\pi}{6}, 2\pi, \frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{2} \right\}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

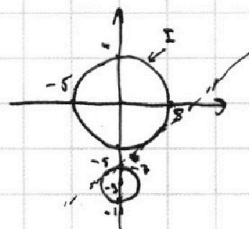
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



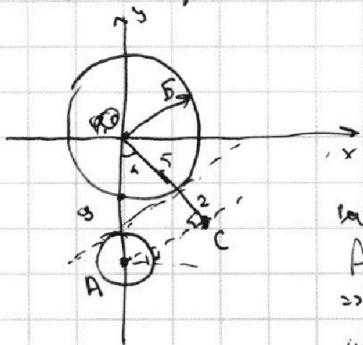
Из 2-х уравнений следует, что есть две окружности - 0. Ответ

$\Rightarrow (x-0)^2 + (y-0)^2 = 25$ (I)
 $(x-0)^2 + (y+9)^2 = 4$ (II) Круги радиуса 5 и 2.



Оба ГИ - окружн. - 4 I ур-ние центр в (0,0) и радиус 5.
 II ур-ние центр в (0,-9) и радиус 2.

Возьмем внутреннюю касат. с коэф. наклона $k > 0$. Если провести прямую, касат. к окружн., то k по формуле 0, но прямая тогда не может пересечь обе окружн. И наоборот, если k больше, то $\exists$ прямая, паралл. данной, которая пересечет обе окр. Эти факты верны, т.е. внутр. касательные - предельные случаи, при которых прямая касается окружн. Изначал. рассужд. для второй прямой, у кот. коэф. наклона равен $-k$ в ту же координат. сист. Если коэф. наклона больше, то прямая меньше $-k$, то $\exists$ другая прямая, если больше k , то меньше 0 но не существует. Круги k и $-k$ касат. окружн.!



Если найти коэф. наклона касат., проведенной из точки (0,-9) к окружн. радиуса (5+2)=7, то это и есть наш искомый коэф. т.е. ответ. Внутренняя касат. и эта прямая перпендикулярны, если

AC - касат. к окр. с центром O и расц. OC=7. $\Rightarrow AC = \sqrt{8^2 - 7^2} = \sqrt{15}$, то искомый коэф. равен тангенсу угла наклона AC, т.е. этот угол наклона равен $\angle AOC$

$\Rightarrow k = \frac{AC}{OC} = \frac{\sqrt{15}}{7} = \frac{1}{7} \sqrt{15} \Rightarrow$ если для коэф. наклона с существующей

прямая, перес. обе окружн., то $C \in (-\infty; -\frac{4}{7}\sqrt{15}) \cup (\frac{4}{7}\sqrt{15}; +\infty)$

Если прямая $64y = 6 - 5x$, $y = \frac{6}{64} + \frac{5}{64}x$, где $a \neq 0$. Если $a \neq 0$, то это прямая, паралл. оси ординат, которую можно свести к 0, т.е. можем считать $b \Rightarrow$ для $a=0$ также в эту точку, как мы видели, $\frac{5}{64} \in (-\infty; -\frac{4}{7}\sqrt{15}) \cup (\frac{4}{7}\sqrt{15}; +\infty)$

I. $\frac{5}{64} < -\frac{4}{7}\sqrt{15}$, тогда $\frac{5}{64} < -\frac{4}{7}\sqrt{15} \Rightarrow a < 0 \Rightarrow a < -\frac{4}{7}\sqrt{15} \cdot \frac{64}{5}$

$0 > a > -\frac{5 \cdot 7}{4 \cdot 6 \cdot \sqrt{15}} = -\frac{35}{24\sqrt{15}} = -\frac{35\sqrt{15}}{360}$

II. $\frac{5}{64} > \frac{4}{7}\sqrt{15}$, тогда $0 < a < \frac{35\sqrt{15}}{360} \Rightarrow$ Ответ: $a \in (-\frac{35\sqrt{15}}{360}; \frac{35\sqrt{15}}{360})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11} x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{12} - 5 = -\frac{2}{3} \cdot \log_x 11 - 5, \log_{11} x = t.$$

$$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5$$

$$t^4 - \frac{16}{3t} + 5 = 0 \Rightarrow t^5 + 5t - \frac{16}{3} = 0$$

$$\log_{11} (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11)^{-13} - 5$$

$$\log_{11} (0,5y) + \frac{1}{\log_{11} 0,5y} = -\frac{13}{3} \log_{0,5y} 11 - 5, z = \log_{11} (0,5y)$$

$$z^4 + \frac{1}{z} = -\frac{13}{3z} - 5$$

$$z^4 + \frac{16}{3z} + 5 = 0 \quad z^5 + 5z + \frac{16}{3} = 0$$

$$z^4 - t^4 + \frac{16}{3} \cdot (z+t) = 0$$

$$(z-t) \cdot (z^3 + t^3) + \frac{16}{3} \cdot (z+t) = 0$$

$$I. z+t=0 \Rightarrow \log_{11} x + \log_{11} (0,5y) = 1 \Rightarrow xy = 22$$

$$II. (z-t) \cdot (z^3 + t^3) + \frac{16}{3} = 0$$

$$f(z) = z^4 + \frac{16}{3}z + 5, f'(z) = 4z^3 + \frac{16}{3} \Rightarrow f'(z) = 0 \text{ при } z = \sqrt[3]{-\frac{4}{3}} \text{ — один корень}$$

$\Rightarrow$ корней максимум 2.

$$z^5 + 5z + \frac{16}{3} = 0$$

$$(z^5 + t^5) + 5 \cdot (z+t) = 0$$

Рассуждение:

$$f(x) = x^5 + 5x, f'(x) = 5x^4 + 5 > 0 \text{ для } \forall x \Rightarrow \text{если } f(a) = f(b), \text{ то } a = b$$

$$f(x) \cdot f(-x) = -x^5 - 5x = (-1) \cdot (x^5 + 5x) = -f(x). f(z) = -\frac{16}{3}, f(t) = \frac{16}{3} \Rightarrow z = -t, \text{ i.e. } z+t=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_{11} x + \log_{11} 0,5y = 0 \Rightarrow 0,5xy = 1 \Rightarrow xy = 2,$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_{11}^4 x = \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{3}{2}, \quad \log_{11}^4 x = \frac{9}{2} \log_{11} \frac{1}{\log_{11} x} + 5$$

$$a_1: 2^{16} 3^{25} 5^{28}$$

$$\begin{aligned} \deg_2(a) &= d \\ \deg_2(b) &= e \\ \deg_2(c) &= f \end{aligned}$$

$$d+f \geq 16$$

$$e+f \geq 14$$

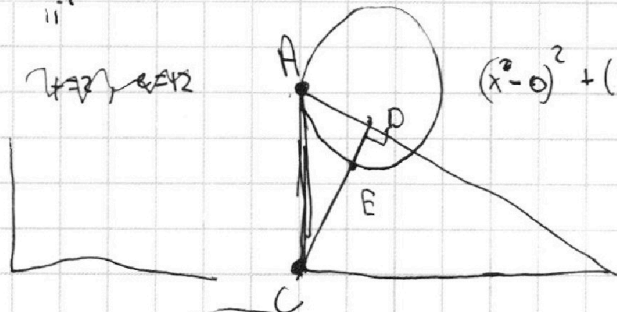
$$\log_{11}^4 x - 6 \log_{11} x = \log_{11} \frac{1}{121} AS$$

$$d+e+f \geq 18 \quad -\frac{2}{3}$$

$$d+e=2$$

$$d=4$$

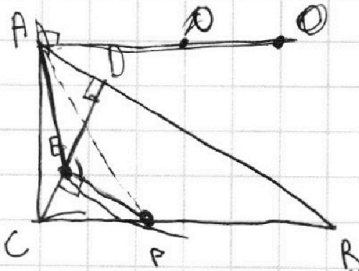
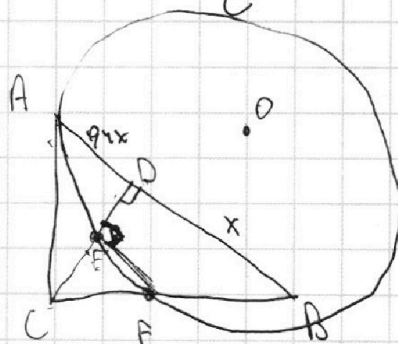
$$f=12$$



$$(x-0)^2 + (y+9)^2 = 4$$

$$5x+6ay-b=0$$

$$B \quad y = \frac{-5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$



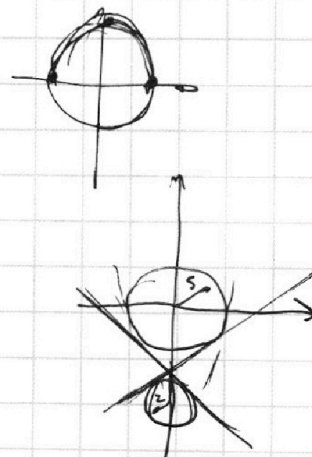
$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos x = t$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$x \in (0; \pi)$$

1.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3\sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$\frac{4}{3} \cdot 3\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{16}{3} \cdot 3\sqrt{\frac{4}{3}} = 5;$$

$$6 \cdot (x_2 - x_1) \cdot (y_2 - y_1) = 48$$

$\sqrt{6}/2 =$

x_1, y_1, x_2, y_2 по условию.

$$-3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \cdot x_2 \leq \sqrt{\frac{4}{3}} + 17$$

$$(2-6) \cdot \frac{16}{3} + (2x_2 + y_2) = 50 \Rightarrow$$

$$= 5 - \frac{4}{3} \cdot 3\sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$5 - \frac{4}{3} \cdot 3\sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$5 - \frac{4}{3} \cdot 3\sqrt{\frac{4}{3}} \geq 0$$

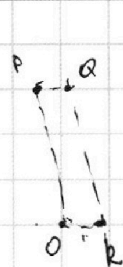
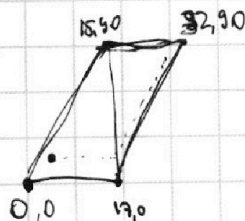
$$\frac{15}{4} \geq 3\sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$5 - 4\sqrt{\frac{4}{3}} > 0$$

$$\frac{5}{4} \geq 3\sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$\frac{125}{64} \geq \frac{61}{3}$$

$$3787 \geq 256$$



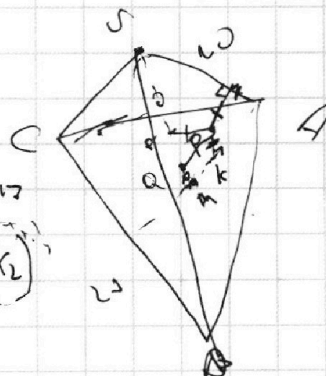
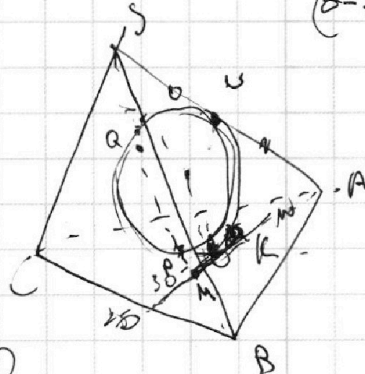
$$y_1 = y_2 + 6k$$

$$6x_2 = 8 + x_1 + k$$

$$x_2 = 8 + x_1 - k, k \text{ произвол. } \sin - 5 \cdot 10 \cdot 15$$

x_1, y_1

x_2



$$y_1 = 6(x_1 - x_2) + 17 \text{ по } 17$$

$$y_2 = 48 + y_1 + 6 \cdot (x_1 - x_2)$$

$$z - b = \frac{-30}{16} = z^a - b^r$$

$\frac{15}{6}$

$$b_2 > b_1$$

$$y_1 < y_2$$

$$x_1 < x_2$$

$$y_1 > x_2$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

