



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~ab: 2¹⁸ 3³⁰ 5²⁸~~

2, 3, 5 - взаимно простые $\Rightarrow abc: 2^{16} 3^{25} 5^{23}$

$$ab: 2^6 3^{13} 5^{11}$$

$$bc: 2^{14} 3^{21} 5^{13}$$

$$ac: 2^{16} 3^{25} 5^{23}$$

$$abc = k \cdot 2^x 3^y 5^z, \text{ где } k \in \mathbb{N}, k \not\equiv 2, 3, 5$$

Если мы имеем ^{такое} число abc, в котором $k \neq 1$, то мы можем поделить его на k

(поделить a, b, c на множители, отличные от 2, 3, 5) и получить меньшее число, удовлетворяющее условию $\Rightarrow k=1$.

$$\text{Пусть } a = 2^{x_1} 3^{y_1} 5^{z_1}, b = 2^{x_2} 3^{y_2} 5^{z_2}, c = 2^{x_3} 3^{y_3} 5^{z_3}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = x$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = y$$

$$z_1 + z_2 + z_3 = z$$

$$x_1 + x_2 \geq 6$$

$$x_1 + x_2 \geq 6$$

$$x_1 + x_3 \geq 16$$

$$x_2 + x_3 \geq 14$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 6 + 16 + 14$$

$$2(x_1 + x_2 + x_3) \geq 36$$

$$2x \geq 36$$

$$x \geq 18$$

$$y_1 + y_2 \geq 13$$

$$y_2 + y_3 \geq 21$$

$$y_1 + y_3 \geq 25$$

$$2y \geq 13 + 21 + 25$$

$$2y \geq 59$$

$$y \geq 30$$

$$y \geq 30$$

$$z_1 + z_2 \geq 11$$

$$z_2 + z_3 \geq 13$$

$$z_1 + z_3 \geq 23$$

$$2z \geq 11 + 13 + 23$$

$$2z \geq 47$$

$$z \geq 24$$

$$\text{Пусть } ac: 5^{28}$$

$$\Rightarrow z \geq 28$$

$$\text{Т.о. } abc \geq 2^{18} 3^{30} 5^{28}$$

Приведем пример, $abc = 2^{18} 3^{30} 5^{28}$

$$x_1 = 4, x_2 = 2, x_3 = 12; y_1 = 8, y_2 = 5, y_3 = 17; z_1 = 11, z_2 = 0, z_3 = 17$$

$$a = 2^4 3^8 5^{11}$$

$$b = 2^2 3^5 5^0$$

$$c = 2^{12} 3^{17} 5^{17}$$

$$ab: 2^6 3^{13} 5^{11}$$

$$bc: 2^{14} 3^{22} 5^{17}$$

$$ac: 2^{16} 3^{25} 5^{28}$$

$$abc = 2^{18} 3^{30} 5^{28}$$

$$ab: 2^6 3^{13} 5^{11}$$

$$bc: 2^{14} 3^{22} 5^{17}; 2^{14} 3^{21} 5^{13}$$

$$ac: 2^{16} 3^{25} 5^{28}$$

$$abc = 2^{18} 3^{30} 5^{28}$$

Ответ: $2^{18} 3^{30} 5^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} ab &: 2^6 3^{13} 5^{11} \\ bc &: 2^{14} 3^{21} 5^{13} \\ ac &: 2^{10} 3^{25} 5^{28} \end{aligned}$$

2, 3, 5 - взаимнопростые $\Rightarrow$

$$abc : 2^{\max(6,14,10)} \cdot 3^{\max(13,21,25)} \cdot 5^{\max(11,13,28)}$$

$$abc : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

Черновик

~~Наименьшее возможное число кратное $2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$~~

$$24 + 28 = 52 \quad 12 + 14$$

Значит $abc = k \cdot 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$, где $k \in \mathbb{N}$.

Наименьшее из таких чисел получается при $k=1$.

т.е. a, b, c представимы в виде $a = 2^{x_1} \cdot 3^{y_1} \cdot 5^{z_1}$
 $b = 2^{x_2} \cdot 3^{y_2} \cdot 5^{z_2}$, $c = 2^{x_3} \cdot 3^{y_3} \cdot 5^{z_3}$, где x_i, y_i, z_i - целые числа ≥ 0 .

~~Приведём пример.~~

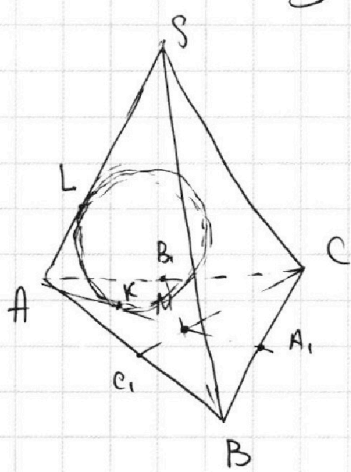
~~Пусть $x_1=4, x_2=2, x_3=10, y_1=9, y_2=5, y_3=16, z_1=11, z_2=0, z_3=17$.~~

$$abc = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 4 & 12 \end{pmatrix}$$

Тогда $y_1 + y_2 + y_3 = 25$
 $y_1 + y_2 \geq 13$
 $y_2 + y_3 \geq 21$
 $y_1 + y_3 \geq 25 \Rightarrow y_1 + y_3 = 25 \Rightarrow y_2 = 0$

$y_1 \geq 13, y_3 \geq 21 \Rightarrow y_1 + y_3 \geq 34 > 25$.
 Значит abc кадо ~~можно~~ хотя бы на одну тройку.

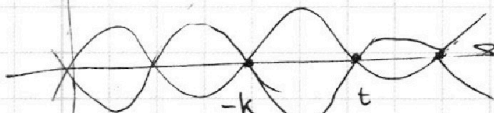


~~так как $f(x) + f(k) = 0$~~

$$f(x) = x^5 + 5x + \frac{16}{3}$$

$$f(4) = 0$$

$$-f(k) = 0$$



$$-f(-k) = \quad t < 1$$

$$3t^5 + 15t - 16 = 0$$

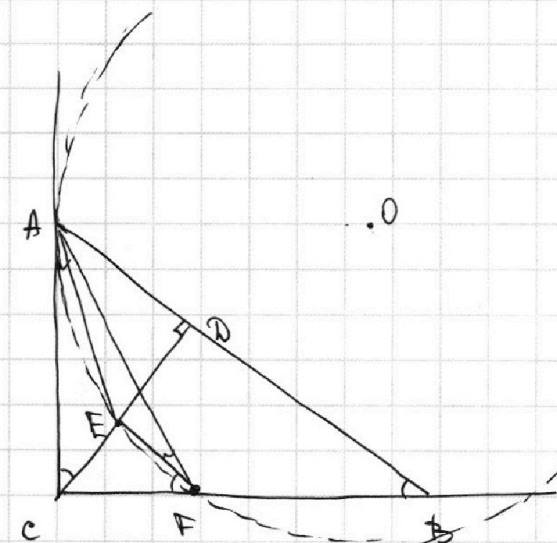
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

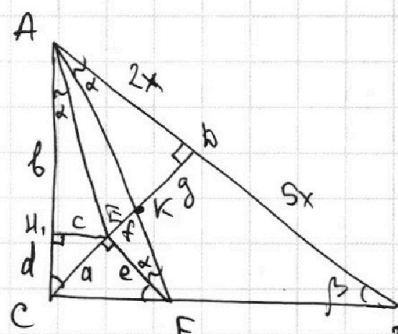
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$\angle CAE = \angle AOE = \angle AFE = \alpha$$

↑ угол между кас. и хордой
↑ внутр. угол опущен на хорду AB.



из подобия $\triangle CHE \sim \triangle FEC$: $\frac{e}{a} = \frac{d}{c}$

из подобия $\triangle FEK \sim \triangle HKE$: $\frac{c}{b} = \frac{f}{e}$

$$\Rightarrow \frac{e \cdot d}{b \cdot c} = \frac{e \cdot f}{a \cdot e} \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{f}{a}$$

Пусть $BD = 5x$, тогда $AB = 4x$, $AD = 2x$

$$CD = \sqrt{AD \cdot AB} = \sqrt{10}x$$

$AC = \sqrt{14}x$ по т. Пиф.

$BC = \sqrt{35}x$

$EF \parallel AB \Rightarrow \angle FAB = \angle EFA = \alpha$

из подобия: $\frac{g}{2x} = \frac{f}{e} = \frac{c}{b}$

$$S_{ACD} = 2x \cdot \sqrt{10}x \cdot \frac{1}{2}$$

$$S_{CEF} = ae \cdot \frac{1}{2}$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{35}}{4}; \quad \sin \beta = \frac{\sqrt{14}}{4}$$

$$\frac{g}{2x} = \frac{f}{e} = \frac{c}{b}$$

$$a = \frac{d}{\cos \beta} = \frac{4d}{\sqrt{35}}$$

$$b = \sqrt{14}x - d$$

$$\tan \beta = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{35}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$\frac{\sqrt{14}x - d}{d} = \frac{4d}{\sqrt{35}d}$$

$$\angle AEF = 180^\circ - (90^\circ - \beta - 2\alpha + \alpha) = 180^\circ - 90^\circ + \beta + \alpha = 90^\circ + \alpha + \beta$$

$$\triangle AEC \sim \triangle AFB \Rightarrow \frac{CE}{AC} = \frac{BF}{AB}$$

$$\frac{a}{\sqrt{14}x} = \frac{\sqrt{35}x - cf}{4x}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\sin x) = \sqrt{1-x^2}$$

$$10\sqrt{1-x^2} = 9\pi - 2x$$

$$\begin{cases} 9\pi - 2x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 100(1-x^2) = 81\pi^2 + 4x^2 - 36\pi x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \leq 9\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 104x^2 - 36\pi x + 81\pi^2 - 100 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

$$1) \frac{D}{4} = 81\pi^2 - 81 \cdot 104\pi^2 + 100 \cdot 104 = 324\pi^2 - 8424\pi^2 + 10400 = 10400 - 8100\pi^2$$

$$\pi > 3$$

$$\Rightarrow \pi^2 > 9 \Rightarrow 8100\pi^2 > 9 \cdot 8100 = 42000 + 900 = 42900$$

$$\Rightarrow 10400 - 8100\pi^2 < 10400 - 42900 < 0 \Rightarrow D < 0 \Rightarrow \text{действ. решений нет.}$$

Ответ: $x \notin \mathbb{R}$.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 49) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 & (2) \\ x^2 + y^2 = 25 & \text{— окр. с центром в } (0; 0), \text{ радиусом } 5 \\ x^2 + y^2 + 18y + 49 = 0 & (1) \end{cases}$$

1) $x^2 + (y+9)^2 = 4$ — окр. с центром в $(0; -9)$, радиусом 2.

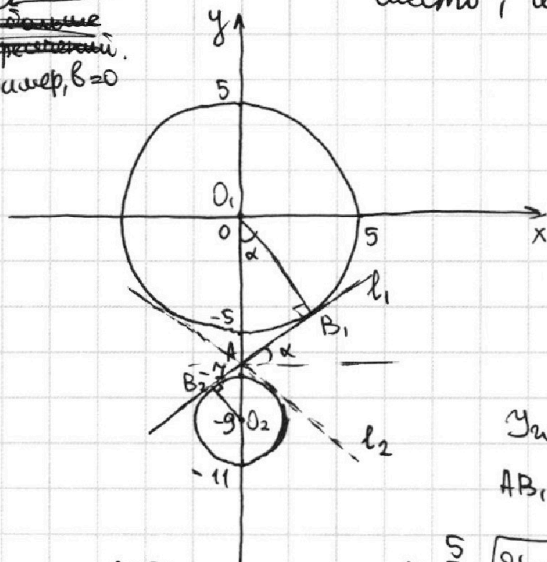
2) $5x + 6ay - b = 0$

$$6ay = -5x + b$$

$$\begin{cases} y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a} \\ \alpha = 0 \\ x = \frac{b}{5} \end{cases}$$

прямые, у которых a задает наклон,
каждую такую прямую мы можем
«подвинуть» по оси y в **любую**
точку, изменяя b .

подходит
ке ~~не подходит~~
2х пересечений.
например, $b=0$



Определим ~~коэф.~~ ^{коэф.} наклона
общих внутренних касательных
к двум построенным окр.
 $\triangle AO_1B_1 \sim \triangle AO_2B_2$ по двум углам.
Известно $O_1B_1 = 5, O_2B_2 = 2$
 $\Rightarrow AO_1 : AO_2 = B_1O_1 : B_2O_2 = 5 : 2$

$$AO_1 : AO_2 = 5 : 2 \Rightarrow AO_1 = \frac{5}{2} AO_2$$

$$\begin{aligned} \text{Уч.: коэф. } k_1 &= \tan \alpha = \frac{AB_1}{AO_1} \\ AB_1 &= \sqrt{AO_1^2 - O_1B_1^2} = \sqrt{\frac{25}{4} - 25} = \sqrt{\frac{25(1-4)}{4}} = \frac{5}{4} \sqrt{3} \\ &= \frac{5}{4} \sqrt{81-49} = \frac{5}{4} \sqrt{32} = \frac{20}{4} \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$k_1 = \tan \alpha = \frac{20\sqrt{2}}{5} = 4\sqrt{2}$$

Для симметричной отн. от прямой $k_2 = -k_1 = -4\sqrt{2}$.

~~Если задана прямая и есть ответ в области заштрихованной~~
~~Если прямая~~ Прямая пересекает окружность не более, чем
в двух точках $\Rightarrow$ каждая прямая должна пересекать каждую
окр. в двух точках.

Это возможно только в случае, если её угловой коэф.
больше k_1 или меньше k_2 .

~~Если она равна k_1 или k_2 , то мы можем получить не более~~

Иначе при любом сдвиге по оси y мы ~~то~~ можем получить
не более двух точек.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

А при описанном уже наклоне мы можем поместить прямую в точку А и получить 4 точки ~~пересечения~~ пересечения.

Таким образом,

$$-4 < 4$$

$$\frac{24}{35} \sqrt{2}$$

$$-\frac{4}{4} \sqrt{2} < -\frac{5}{6a} < \frac{4}{4} \sqrt{2}$$

$$\text{или } a = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{24}{35} \sqrt{2} &< \frac{1}{a} < \frac{24}{35} \sqrt{2} \\ \frac{24}{35} \sqrt{2} &< \frac{1}{a} < \frac{24}{35} \sqrt{2} \\ \frac{24}{35} \sqrt{2} \cdot a &< 1 < \frac{24}{35} \sqrt{2} \cdot a \\ a &> \frac{35}{24\sqrt{2}} = \frac{35\sqrt{2}}{48} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &> -\frac{35}{24\sqrt{2}} \\ a &> \frac{35}{24\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } a \in \{0\} \cup \left(\frac{35\sqrt{2}}{48}; +\infty \right)$$

$$-\frac{24}{35} \sqrt{2} < -\frac{1}{a} < \frac{24}{35} \sqrt{2}$$

$$\begin{cases} a < -\frac{35}{24\sqrt{2}} \\ a > \frac{24\sqrt{2}}{35} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Ответ: } a &\in \left(-\infty; \frac{35\sqrt{2}}{48} \right) \cup \{0\} \cup \\ &\cup \left(\frac{35\sqrt{2}}{48}; +\infty \right). \end{aligned}$$

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5$$

$$\log_{x^3} \frac{1}{121} = \frac{1}{3} \log_x 11^{-2} = -\frac{2}{3} \log_x 11$$

$$\log_x 11 = \frac{1}{\log_{11} x}$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3} \frac{1}{\log_{11} x} - 5$$

$$\text{Пусть } t = \log_{11} x$$

$$t^5 - 6 = -\frac{2}{3} - 5t$$

$$t^5 + 5t - \frac{16}{3} = 0$$

$$3) k = \log_{0,5y} t, t = \log_{11} x$$

$$t+k = \log_{11} x + \log_{0,5y} x = \log_{0,5xy} x$$

$$\text{Пусть } f(x) = x^5 + 5x + \frac{16}{3}$$

Тогда равенство для t задается уравнением $f(t) = 0$

$$f(-k) = -(-k)^5 - 5(-k) + \frac{16}{3} = k^5 + 5k + \frac{16}{3} = 0$$

$$\Rightarrow -f(-k) = 0$$

Корни $f(x)$ совпадают с корнями $-f(x)$

Значит $t+k$ — расстояние между

глобальными точками пересечения $f(x)$ с осью x .

$$f'(x) = 5x^4 + 5 = 5(x^4 + 1) > 0 \quad (x^4 \geq 0)$$

$\Rightarrow f(x)$ — ~~возрастающая~~ функция. $f(x)$ — возрастает на всей $\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ она имеет не больше одного пересечения с осью x .

$$f(0) = -\frac{16}{3} < 0$$

$$f(1) = 1 + 5 - \frac{16}{3} > 0$$

$\Rightarrow f(x)$ имеет ровно один корень.

$$\Rightarrow t+k=0$$

$$\log_{11} 0,5xy = 0 \Rightarrow 0,5xy = 1 \Rightarrow xy = 2$$

Ответ: $xy = 2$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



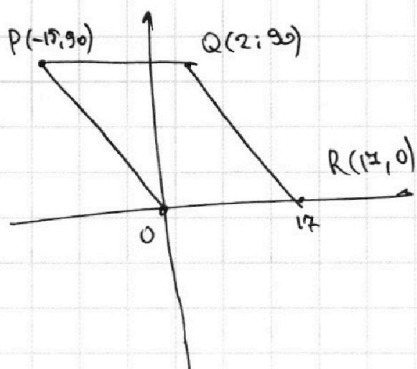
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x_1) = 0$$

$$f(x_2) = 0$$

$$x_1^5 + 5x_1 + \frac{16}{3} - x_2^5 - 5x_2 - \frac{16}{3} = 0$$

$$x_1^5 - x_2^5 + 5(x_1 - x_2) = 0$$



$$6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$$

$$6(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 48$$

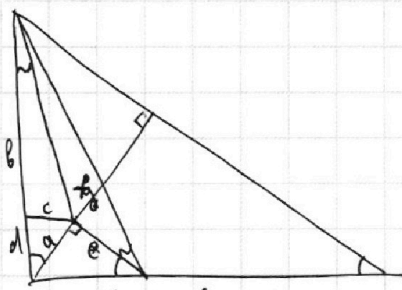
$$y_2 - y_1 = 6$$

$$x_2 - x_1 = 1$$

$$y_2 - y_1 = 42$$

$$x_2 - x_1 = \Delta x$$

$$6\Delta x + \Delta y = 48$$

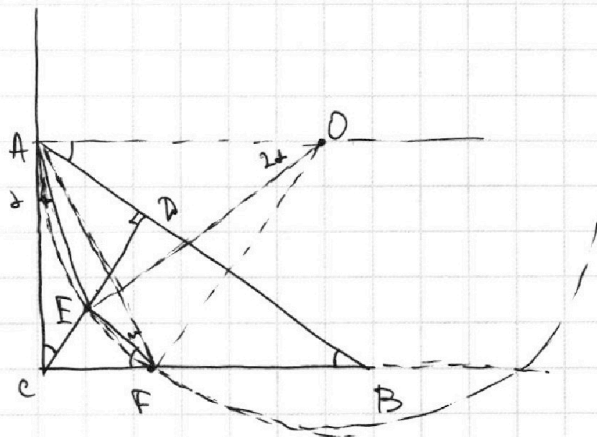


$$\frac{e}{a} = \frac{d}{c}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{e}{f}$$

$$\frac{d}{b} = \frac{f}{e}$$

ae



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$10 \sqrt{1-x^2} = 9\pi - 2x$$

$$9\pi - 2x \geq 0$$

$$100(1-x^2) = 81\pi^2 - 4x^2 - 36\pi x$$

$$x_1 + x_2 = 6$$

$$x_1 + x_3 = 14$$

$$x_1 + x_3 = 16$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 22$$

$$2x_1 = 8$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 2$$

$$x_3 = 10$$

$$x_1 + x_3 = 16$$

$$x_2 = 0$$

$$100 \leq 100x^2 = 81\pi^2 + 4x^2 - 36\pi x$$

$$(164x^2 - 36\pi x + 2)$$

$$25$$

$$-6 + \frac{2}{3} = -\frac{16}{3}$$

$$\angle AED = \angle AED - \angle CAE$$

$$\angle AED = \angle ACD + \angle CAE$$

$$y_1 = 8$$

$$y_2 = y_3 = 16$$

$$y_2 = 5$$

$$2x_1 = 11$$

$$x_1 = 10$$

$$x_2 = 10$$

$$x_3 = 14$$

$$x_1 = 11$$

$$x_2 = 14$$

$$x_3 = 0$$

$$y_1 + y_2 = 13$$

$$y_2 + y_3 = 21$$

$$y_1 + y_3 = 25$$

$$2y_1 = 25 + 13 - 21 = 17$$

Аполен

$$8424 = 24$$

$$9200$$

$$8100 \cdot 9 = 42000$$

$$42900$$

$$CD = \sqrt{10}x$$

$$10 - 4$$

$$10$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$10 + 2$$

$$ab: 2^6 3^{13} 5^4$$

$$bc: 2^{14} 3^{21} 5^{13}$$

$$ac: 2^{16} 3^{25} 5^{28}$$

$$abc = 3^{25} \cdot 2^{16} \cdot 5^{28}$$

$$z_1 + z_2 = 11$$

$$z_2 + z_3 = 13$$

$$z_1 + z_3 = 28$$

$$2z_1 = 11 + 28 - 13 = 26$$

$$z_1 = 13$$

$$z_2 = 11$$

$$z_3 = 13$$

$$AB:BD = 1,4$$

$$S_{ACD} : S_{CEB} = ?$$

$$y_1 + y_2 = 13$$

$$y_2 + y_3 = 21$$

$$y_1 + y_3 = 25$$

$$y_1 = 8$$

$$y_2 = 5$$

$$y_3 = 16$$

$$y_1 = 8$$

$$y_2 = 5$$

$$y_3 = 16$$

$$y_1 = 8$$

$$y_2 = 5$$

$$y_3 = 16$$

$$y_1 = 8$$

$$y_2 = 5$$

$$y_3 = 16$$

$$y_1 = 8$$

$$y_2 = 5$$

$$y_3 = 16$$

$$y_1 = 8$$

$$y_2 = 5$$

$$y_3 = 16$$

$$y_1 = 8$$

$$y_2 = 5$$

$$y_3 = 16$$

$$y_1 = 8$$

$$y_2 = 5$$

$$y_3 = 16$$

$$y_1 = 8$$

$$y_2 = 5$$

$$y_3 = 16$$

$$y_1 = 8$$

$$y_2 = 5$$

$$y_3 = 16$$

$$y_1 = 8$$

$$y_2 = 5$$

$$y_3 = 16$$

$$y_1 = 8$$

$$y_2 = 5$$

$$y_3 = 16$$

$$y_1 = 8$$

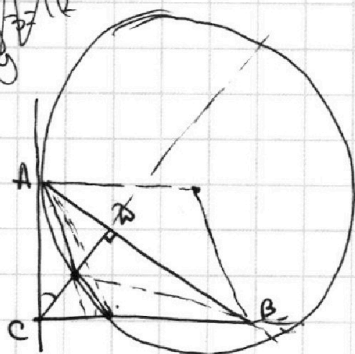
$$y_2 = 5$$

$$y_3 = 16$$

$$y_1 = 8$$

$$y_2 = 5$$

$$y_3 = 16$$



$$\alpha = \beta - \gamma$$

$$\angle AED = \beta$$

$$\gamma = \beta - \alpha$$

$$\gamma = \angle AED - \alpha$$

$$= 180^\circ - \angle AED - 90^\circ + \alpha$$

$$= 90^\circ - \gamma$$

$$\angle AKC = 90^\circ - \gamma$$

$$90^\circ - \angle AKC = \angle AED - \alpha$$

$$\angle AKC = 90^\circ + \alpha - \angle AED$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 9x + 6ay - 6 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 12y + 49) = 0 \end{cases}$$

$$91 - 49 = 91 - 50 + 1 = 31 + 1$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$x^2 + y^2 + 12y + 49 = 0$$

$$= x^2 + y^2 + 12y + 36 - 4 = 0$$

$$x^2 + (y+6)^2 = 4$$

$$6ay = -9x + 6$$

$$y = -\frac{3}{2a}x + \frac{1}{a}$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2}$$

$$t^2 + \frac{5}{t^2} - \frac{16}{3t^3} = 0$$

$$\log_4 x - 6 \log_4 11 = \log_4 \frac{1}{121} - 5$$

$$\log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a} = \frac{1}{\log_a a}$$

$$\log_4 x - \frac{6}{\log_4 x} = \frac{1}{3 \log_4 x} - 5$$

31-49

$$t = \log_4 x$$

$$t^3 - 6 = -\frac{2}{3} - 5t$$

$$t^3 + 5t - \frac{16}{3} = 0$$

$$k+t = \log_4 0,5xy$$

$$t^5 + k^5 + 5(k+t) = 0$$

$$(k+t)(t^4 - kt^3 + k^2t^2 - k^3t + k^4) + 5(k+t) = 0 \Rightarrow (t+k)(t^4 - kt^3 + k^2t^2 - k^3t + k^4)$$

$$(k+t=0)$$

$$t^4 - kt^3 + k^2t^2 - k^3t + k^4 + 5 = 0$$

$$k^4 - kt^3 + k^2t^2 - k^3t + k^4 + 5 = 0$$

$$t^4 - (k+t)t^3 + (k+t)^2t^2 - (k+t)^3t + (k+t)^4 + 5 = 0$$

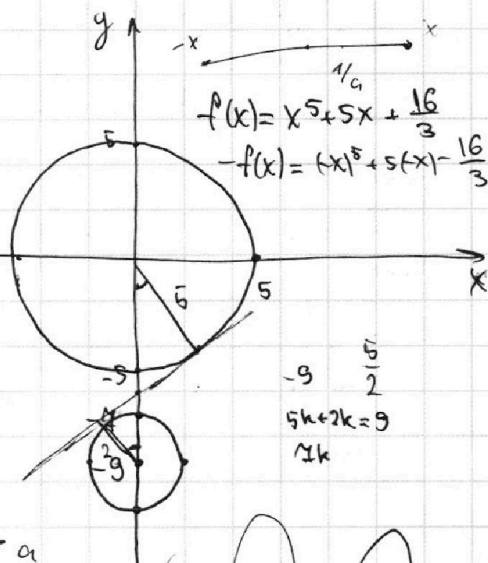
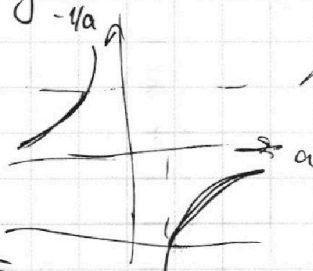
$$t^4 - (k+t)t^3 + (k+t)^2t^2 - (k+t)^3t + (k+t)^4 + 5 = 0$$

$$\frac{t^5 + 5t}{t} = \frac{16}{3t}$$

$$-\frac{24}{35}\sqrt{2} \alpha < 1 \quad 2^5 = 32$$

$$3t^5 + 15t - 16 = 0$$

Любая огиба.



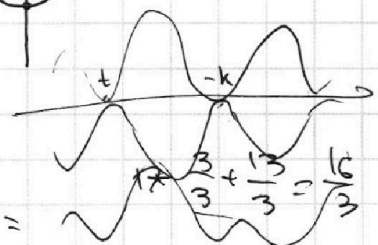
$$f(x) = x^5 + 5x + \frac{16}{3}$$

$$-f(x) = -(x^5 + 5x) - \frac{16}{3}$$

$$-9 \quad \frac{5}{2}$$

$$5k + 2k = 9$$

$$7k$$



$$\log \frac{1}{3} \log_x 11^{-2} =$$

$$\log_4 (0,5y) + \frac{1}{\log_4 0,5y} =$$

$$= \log_4 \frac{13}{3} - 5$$

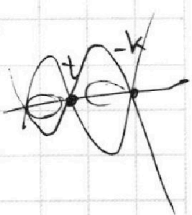
$$k = \log_4 0,5y$$

$$t^4 t^5 + 1 = -\frac{13}{3} - 5t$$

$$t^5 + k^5 + 5(k+t) = 0$$

$$k^5 + 5k + \frac{16}{3} = 0$$

$$t^5 + k^5 = (t+k)(t^4 + kt^3 + k^2t^2 + k^3t + k^4)$$



$$f(x) = t^5 + 5t - \frac{16}{3}$$

$$g(x) = x^5 + 5x + \frac{16}{3}$$