



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 2

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
- [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. Реш.: $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$\left\{ \begin{array}{l} ab: 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \\ bc: 2^3 \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \\ ac: 2^{11} \cdot 3^{18} \cdot 5^{43} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \quad (1) \\ bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \quad (2) \\ ac = 2^{11} \cdot 3^{18} \cdot 5^{43} k \quad (3) \end{array} \right.$$

згд $m, n, k \in \mathbb{N}$

$$(1) \cdot (2) \cdot (3): a^2 b^2 c^2 = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{35} \text{ мнк}$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{21} \cdot 5^{38} \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{mnk}{m}}$$

Н.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$; т.о. $abc \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{3 \cdot 5 \cdot mnk} \in \mathbb{N}$.

Нужно найти такое m, n, k , чтобы $\sqrt{mnk} \rightarrow \min$

$$\frac{(1) \cdot (3)}{(2)}: \frac{ab \cdot ac}{bc} = 2^{7+14-13} \cdot 3^{11+15-18} \cdot 5^{43+14-16} \cdot \frac{mnk}{n} =$$

$$a^2 = 2^8 \cdot 3^{13} \cdot 5^{39} \cdot \frac{mnk}{n}$$

$$a = 2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^{19} \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{mnk}{n}}$$

$$\frac{(1) \cdot (2)}{(3)}: \frac{ab \cdot bc}{ac} = 2^{7+13-14} \cdot 3^{11+15-18} \cdot 5^{14+18-43} \cdot \frac{mnk}{m} =$$

$$b^2 = 2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^{-11} \cdot \cancel{\frac{mnk}{m}}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot \sqrt{3 \cdot 5^{\cancel{-11}} \cdot \frac{mnk}{m}}$$

$$\frac{(2) \cdot (3)}{(1)}: \frac{ac \cdot bc}{ab} = 2^{14+13-2} \cdot 3^{12+15-11} \cdot 5^{43+14+16} \cdot \frac{mnk}{m} =$$

$$c^2 = 2^{20} \cdot 3^{21} \cdot 5^{23} \cdot \frac{mnk}{m}$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{11} \cdot \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{mnk}{m}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{3}{5^{11}} \cdot \frac{mn}{k}} \in \mathbb{N} \\ \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{mk}{n}} \in \mathbb{N} \\ \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{nk}{m}} \in \mathbb{N} \end{array} \right. \Rightarrow \begin{aligned} \sqrt{\frac{3}{5^{11}} \cdot \frac{mn}{k}} &\geq 1 \\ mn &\geq \frac{5^{11}}{3} k \\ mnk &\geq \frac{5^{11}}{3} k^2 \end{aligned}$$

так - можноально и $\in \mathbb{N}$
при $k=3$, тогда при $m=5^6$
 $n=5^5$
 $k=3$

все корни \Rightarrow - натуральные числа.

$$abc \geq 2^{12} \cdot 3^{21} \cdot 5^{38} \cdot \sqrt{5 \cdot 3 \cdot (5^{11} \cdot 3)} = \\ = 2^{12} \cdot 3^{21} \cdot 5^{38} \cdot 5^6 \cdot 3 = 2^{12} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

Ответ: $2^{12} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

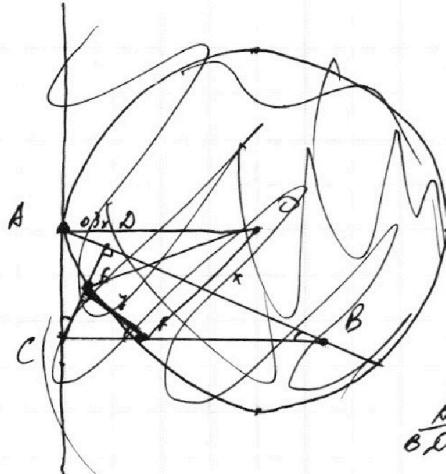


- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

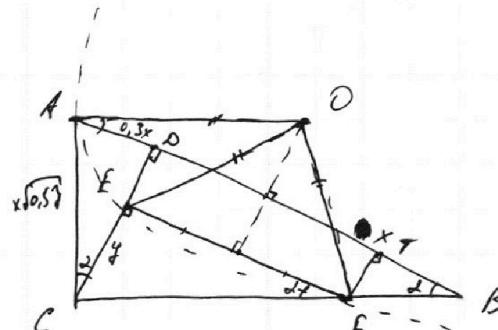
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

2.



$$\frac{AB}{BD} = 1,3 \Rightarrow AB = 1,3x \quad BD = x \Rightarrow AD = AB - BD = 0,3x$$



По теореме косинусов все примогр. Δ -ко!

$$CD = \sqrt{AD \cdot DB} = x \cdot \sqrt{0,3} \Rightarrow AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = x\sqrt{0,27 + 0,3} = x\sqrt{0,57}$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot CD = \frac{1}{2} x \cdot 0,3\sqrt{0,3}$$

$$\text{Пусть } CE = y \Rightarrow \frac{CE}{CF} = \sin \angle = \frac{AD}{AC} = \frac{0,3}{\sqrt{0,57}}$$

$$\frac{y}{CF} = \frac{3}{\sqrt{57}} \Rightarrow CF = y \frac{\sqrt{57}}{3}$$

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = x\sqrt{1,69 - 0,57} = x\sqrt{1,12}$$

$$BF = BC - FC = x\sqrt{1,12} - y \frac{\sqrt{57}}{3} \text{ по оп. } FT \perp AB.$$

$$FT = ED = CD - CE = x\sqrt{0,3} - y$$

$$\frac{FT}{FB} = \sin \angle = \frac{0,3}{\sqrt{0,57}} \Rightarrow \frac{x\sqrt{0,3} - y}{x\sqrt{1,12} - y \frac{\sqrt{57}}{3}} = \frac{0,3}{\sqrt{0,57}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

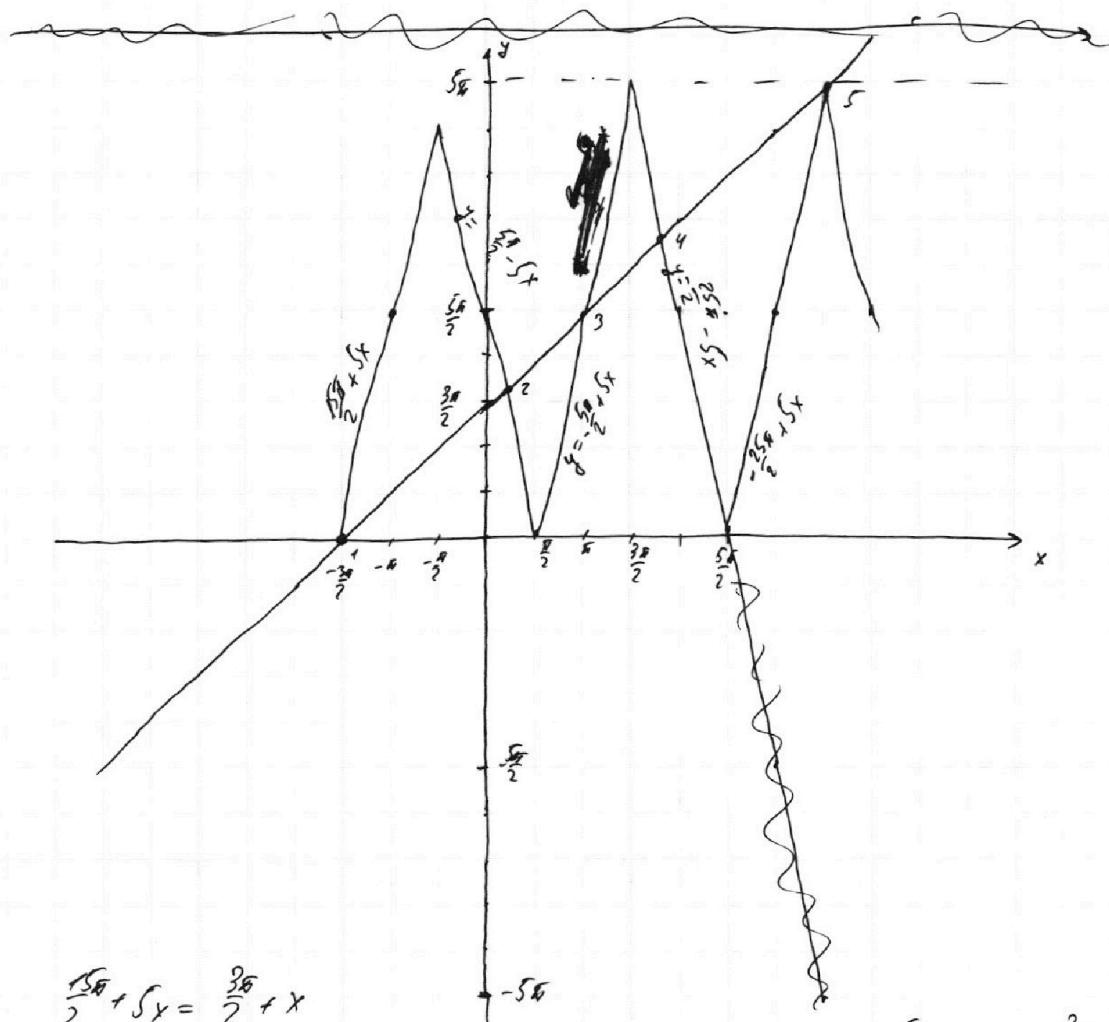
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3.

Победил злодей с левой стороны.

~~5~~ $\arccos(\sin x) \leq 5x \Rightarrow$ т.к. при $x \geq \frac{\pi}{2} : \frac{3\pi}{2} + x > 5x$
 $x < -\frac{\pi}{2} : \frac{3\pi}{2} + x < 0$, то
 решения содержатся только в обл. $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$



$$1: \quad \frac{5\pi}{2} + 5x = \frac{3\pi}{2} + x \\ 4x = -\frac{10\pi}{2} \\ x = -\frac{5\pi}{2}$$

$$2: \quad \frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x \Rightarrow 6x = \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{5\pi}{2}; \frac{\pi}{6}; \pi; \frac{3\pi}{2}$$

$$3: \quad -\frac{5\pi}{2} + 5x = \frac{3\pi}{2} + x \\ 4x = \frac{8\pi}{2} \Rightarrow x = \pi \\ 5: \quad -\frac{25\pi}{2} + 5x = \frac{3\pi}{2} + x \\ 4x = \frac{28\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима.

ψ

$$\begin{cases} x + 3ay - 3b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

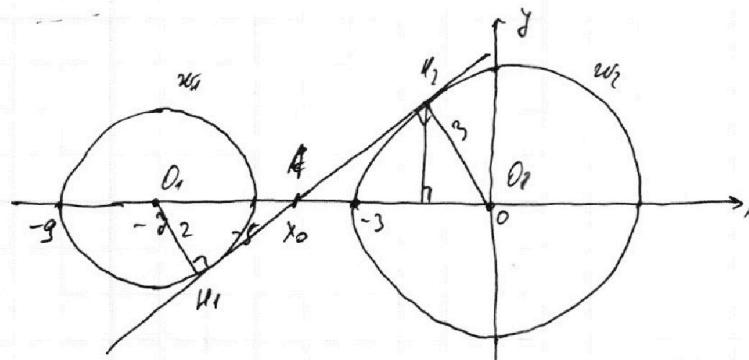
$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{7b}{3a} - \frac{x}{3a} \\ [(x+2)^2 + y^2] = 2^2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{array} \right. \quad (2)$$

1- предыдущая с 1-го 109000 за. Права бер
надлежатся "Всех с видом" от око 3

2 - glee org. ^{w, c year} ~~(-2; 0)~~ pag. 2 of 202

c genuorum ($0,0$) a pag. 3.

Не надеясь таких в., чтобы система имела ч. реальная, если умного котр. предел 1 дает больше ^{или равен} ~~один~~ по модулю и в. котр. видят и не обещан окр.



Уз ногочка Δ ОАИ,
и ОАИ:

$$\frac{O_1 V}{K O_1} = \frac{O_2 H}{A}$$

$$\frac{2}{x+2} = \frac{3}{-x_2}$$

$$y_2. \text{ Koeff}: k = \frac{\partial_2 u_2}{\partial u_2} = \frac{3}{12\sqrt{6}} = \frac{3}{9\sqrt{6}} = \frac{3}{2\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{12} = \frac{\sqrt{6}}{4} - x_0 = 3k+7 \\ x = -\frac{27}{5} = -5.4 \\ \text{у решения } y_2, \text{ кас.} \\ \text{если } \frac{1}{3d} \frac{5\sqrt{6}}{12} \Rightarrow 10 \cancel{d} \frac{5\sqrt{6}}{12} \Rightarrow 10 \cancel{d} \frac{2\sqrt{6}}{15} \Rightarrow d \in (-\infty; \frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup \\ \Rightarrow d \in \left(-\infty, -\frac{2\sqrt{6}}{15} \right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}, +\infty \right) \\ \text{отсюда } d \in \left(-\infty, -\frac{2\sqrt{6}}{15} \right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}, +\infty \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$\begin{cases} \log_2^4(6x) - 2\log_{6x} 2 = \log_{36x^2} 343 - 4 & x > 0 \\ \log_2^4 2 + 6\log_2 2 = \log_2^2(2^5) - 4 & \stackrel{x > 0}{=} \\ & \stackrel{y > 0, y \neq 1}{=} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_2^4(6x) - 2 \cdot \frac{\log_2 2}{\log_2 6x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\log_2 2}{\log_2 6x} - 4 & \\ \log_2^4 2 + 6 \cdot \frac{\log_2 2}{\log_2 2} = \frac{5}{2} \cancel{\cdot} \frac{\log_2 2}{\log_2 2} - 4 & \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{l} \log_2(6x) = t \\ \log_2 2 = u \end{array} \begin{cases} t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4 \\ u^4 + \frac{6}{u} = \frac{5}{2u} - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^5 + 4t = \frac{7}{2} \quad (1) \\ u^5 + 4u = -\frac{7}{2} \quad (2) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^5 + 4t + u^5 + 4u = 0$$

$$t^5 + 4t = -(u^5 + 4u) \quad \cancel{(3)}$$

$$\log_2(6x) - \text{бюро Err.} \Rightarrow t^5 + 4t, \text{ где } t = \log_2(6x) - \text{бюро Err.} \quad \text{оцено} \\ (t^5 + 4t)' = t^4 + 4 > 0$$

$$\text{аналогично } u^5 + 4u - \text{бюро Err.} \Rightarrow \cancel{t^5 + 4t} - \cancel{u^5 + 4u} \text{ оцено}$$

$$\Rightarrow \text{усл. } t^5 + 4t = 0 \text{ имеет единич. корень. значит, оно}$$

$$\text{имеет } t = -u \quad (3) \text{ верно.} \Rightarrow \log_2(6x) = -\log_2(u)$$

$$\log_2(6x) = \log_2(\bar{y})$$

$$6x = \bar{y}$$

$$xy = \bar{y}$$

ответ: $\frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$x = \frac{\pi}{3} \quad \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$$2: \cos 2 = \sin x$$

~~$$2 = \frac{\pi}{2} - x$$~~

$$5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

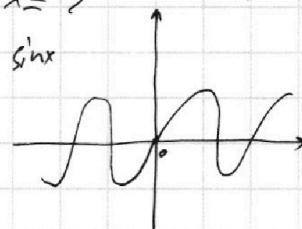
$$0 \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \pi$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

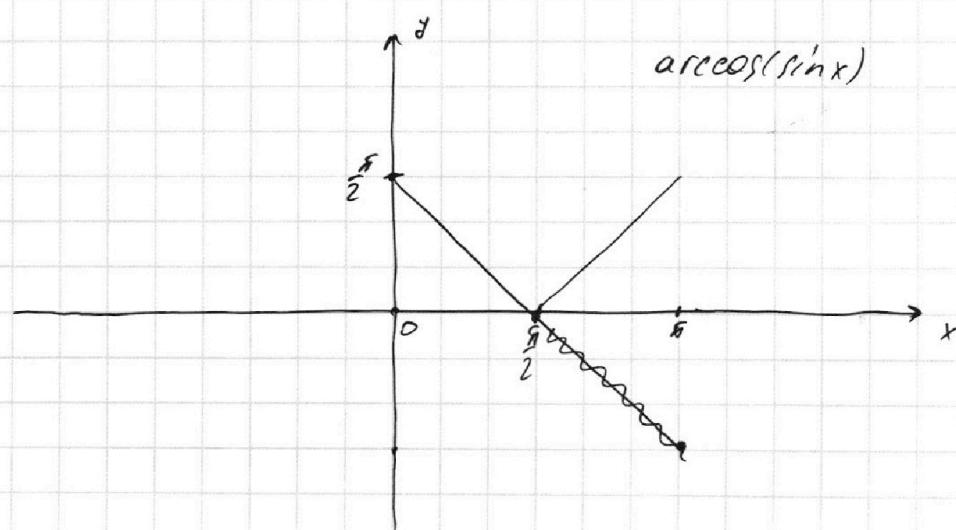
$$-\frac{\pi}{2} \leq -x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$5 \cdot \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3\pi}{2} + x \Rightarrow 5 \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$



$\arccos(\sin x)$



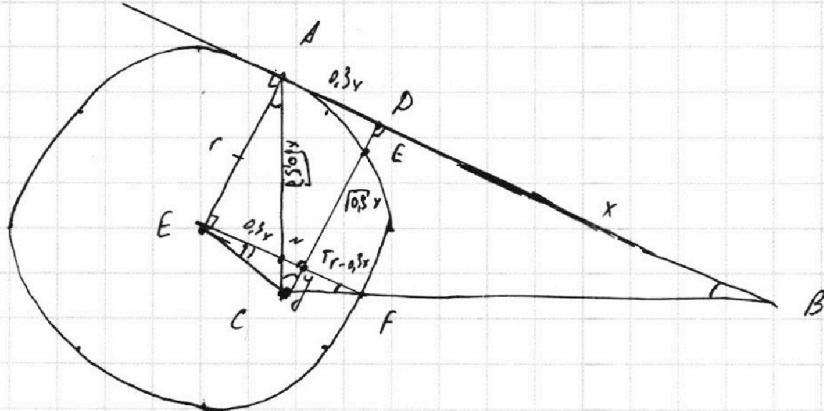


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

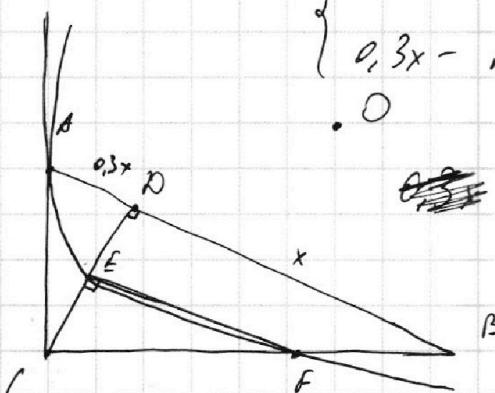
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = \sqrt{0,3^2 + 0,3^2} = \sqrt{0,27 + 0,3} = \sqrt{0,54}$$

$$\text{gg } \vartheta = \sqrt{0,3} \quad \left| \begin{array}{l} \frac{y}{r-0,3x} = \sqrt{0,3} \\ ; \\ \cancel{\frac{0,3x - 1,3y}{r}} = \sqrt{0,3} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} y = \sqrt{0,3}r - 0,3\sqrt{0,3}x \\ 0,3x - \sqrt{0,3}y = \sqrt{0,3}r \end{cases}$$



$$y - 0,3x + \sqrt{0,3}y = -0,3\sqrt{0,3}x$$

$$y(1 + \sqrt{0,3}) = (0,3 - 0,3\sqrt{0,3})$$

$$\frac{y}{x} = \frac{0.3(1 - \sqrt{0.3})}{1 + \sqrt{0.3}}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{0,3(1 - 2\sqrt{0,3} + 0,3)}{1 - 0,3} = \frac{0,3(1,3 - \sqrt{0,3})}{0,7}$$

$$j = \frac{3}{2}(-3 - 2\sqrt{3}) *$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

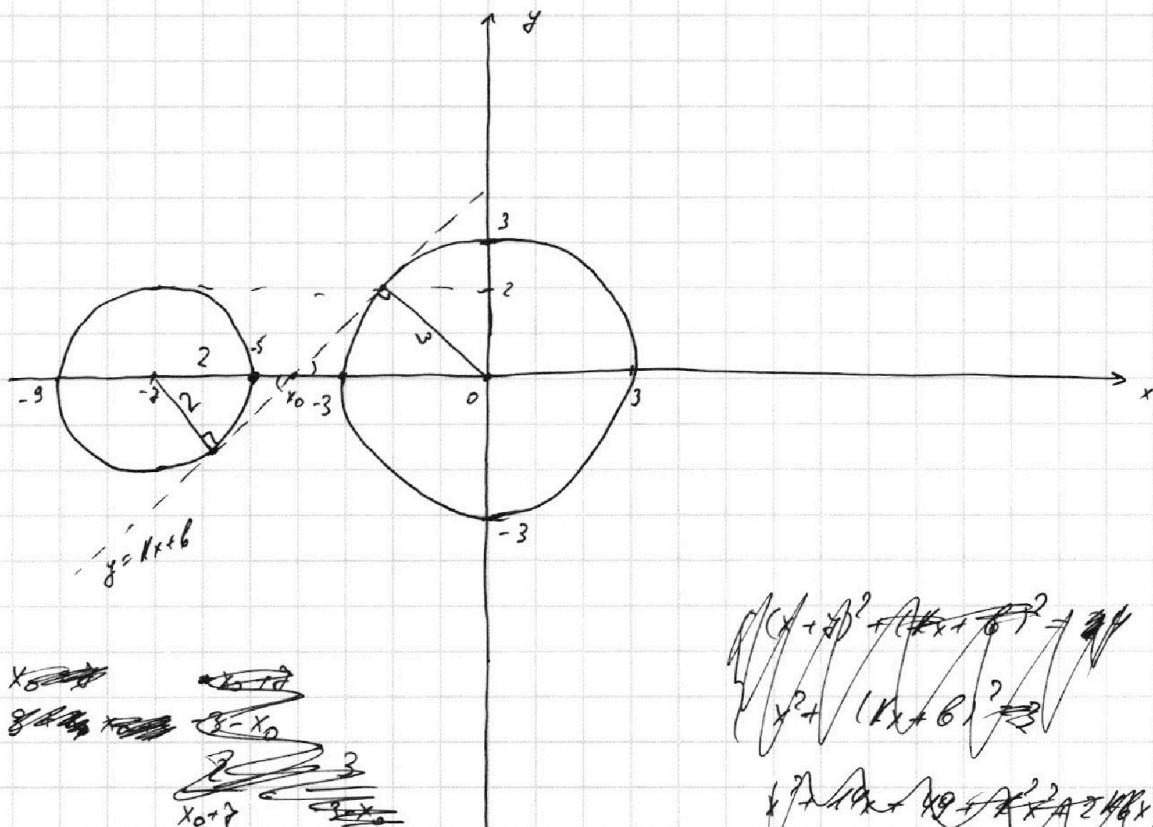
$$\begin{cases} x + 3ay - 2b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 2^2$$

$$x + 3ay - 2b = 0$$

$$y = \frac{2b-x}{3a} = \frac{2b}{3a} - \frac{x}{3a}$$



$$\begin{aligned} x &\cancel{\text{---}} \\ 8 &\cancel{\text{---}} \\ x_0 &\cancel{\text{---}} \\ 2 &\cancel{\text{---}} \\ x_0^2 &\cancel{\text{---}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+7)^2 + (x+6)^2 &= 4^2 \\ x^2 + 14x + 49 + x^2 + 12x + 36 &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x^2 + 26x + 85 &= 16 \\ 2x^2 + 26x + 69 &= 0 \end{aligned}$$

$$\cancel{2x^2 + 26x + 69} + \cancel{(2x^2 + 26x + 69)} + \cancel{45 + 69} = 0$$

$$\cancel{2x^2 + 26x + 69} +$$

$$\cancel{-6 - 2x_0} = \cancel{3x_0 + 24}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{x_0 + 7} &= -\frac{3}{x_0} \Rightarrow -2x_0 = 3x_0 + 21 \\ x_0 &= \frac{21}{5} = 4.2 \quad x_0 = \frac{21}{5} = 4.2 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

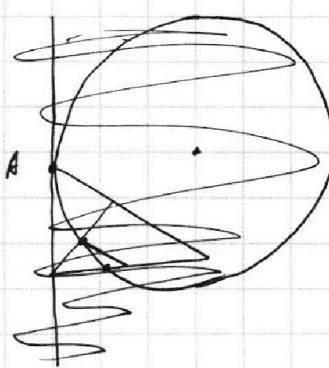
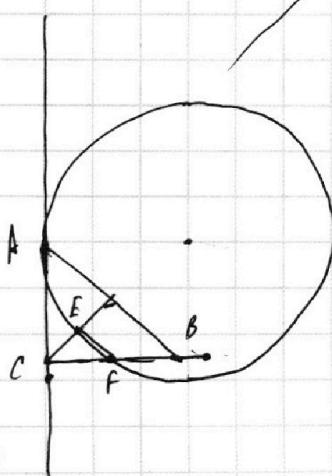
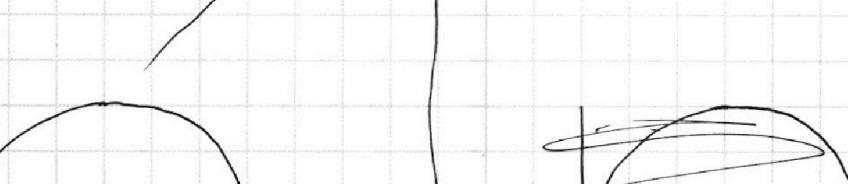
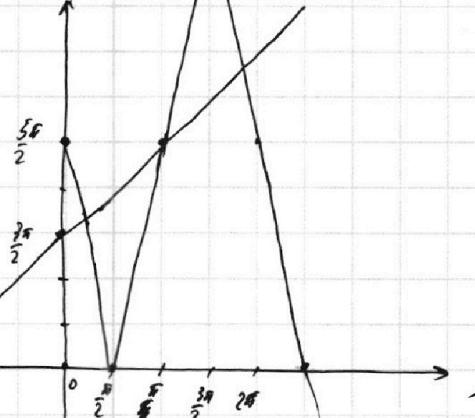
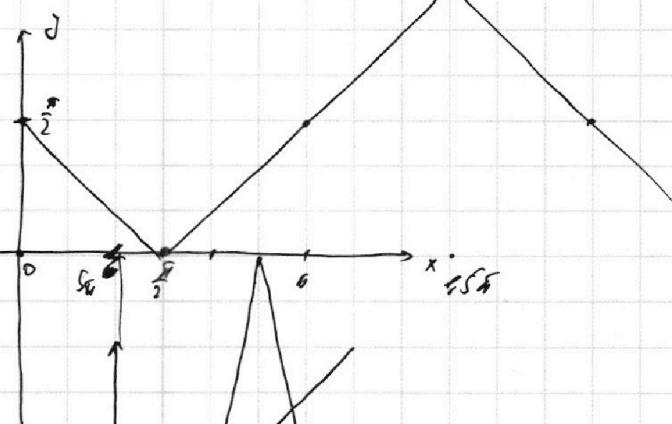
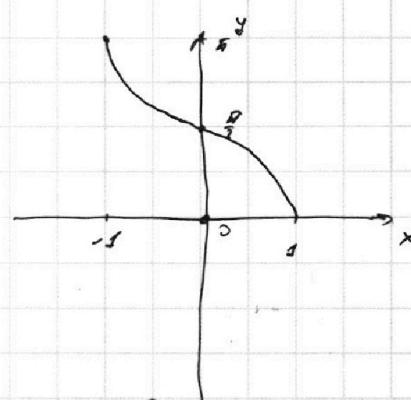
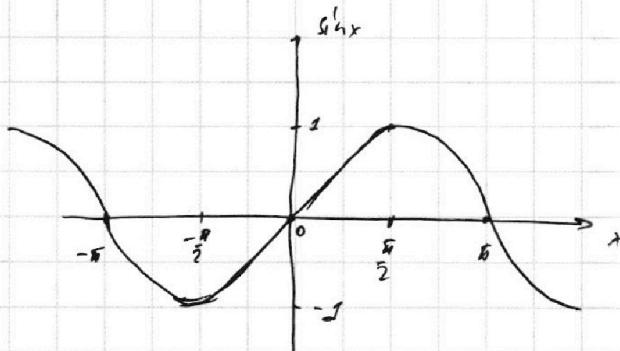
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot \sqrt{\frac{3}{5^{11}} \cdot \frac{mn}{k}}$$

$$a = 2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^{19} \cdot \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{mn}{k}}$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{22} \cdot \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{mn}{k}}$$

$m \cdot n \cdot k \rightarrow \min$

$$\frac{3}{5^{11}} \cdot \frac{mn}{k} \Rightarrow \begin{aligned} k &= 3 \\ mn &= 5^{11} \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} k &= 3 \\ m &= 5^6 \\ n &= 5^5 \end{aligned}$$

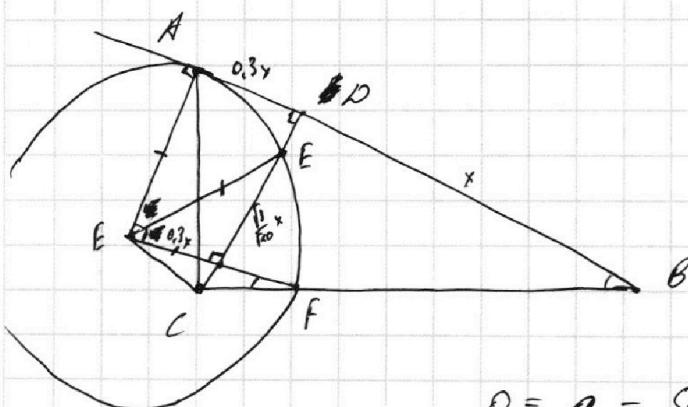
$$\frac{3}{5^{11}} \cdot \frac{mn}{k} \geq 1$$

X 8 3 ✓

$$mn \geq \frac{5^{11}}{3} K \Rightarrow mnk \geq \frac{5^{11}}{3} \cdot k^2$$

2.

$$S_{ADE} = \frac{1}{2} \cdot 0.3x \cdot \sqrt{0.3}x = \\ = \frac{0.3\sqrt{0.3}}{2} x^2$$



$$O = a - S_{ADE} \cdot \frac{58}{72} \quad a = \frac{85}{2}$$

$$72 = 8 \cdot 9 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 2 \\ 12 = 3 \cdot 2^2$$

$$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{6} \\ 12\sqrt{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} m$$

$$bc : 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{14}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{14} n$$

$$ac : 2^{14} \cdot 3^{18} \cdot 5^{43}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{18} \cdot 5^{43} k$$

$$\frac{a}{c} = \frac{2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}}{2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{14}} \cdot \frac{m}{n} = \frac{1}{2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^0} \cdot \frac{m}{n}$$

~~так~~

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{34} \cdot 3^{33} \cdot 5^{25} \text{ mnk}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ 714 \\ \hline 61 \\ +14 \\ \hline 25 \end{array}$$

~~и~~ 37

~~$$abc = 2^{14} \cdot 3^{16} \cdot 5^{16} \cdot \sqrt{3 \cdot 5 \text{ mnk}}$$~~

$$\begin{array}{r} 26 \\ 18 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ 31 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} m=3 \\ n=5 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} ab = 2^7 \cdot 3^{12} \cdot 5^{10} \\ bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{14} \\ ac = 2^{14} \cdot 3^{18} \cdot 5^{43} k \end{array} \right\}$$

~~$$ac \cdot b^2 = 2^{10} \cdot 3^{26} \cdot 5^{32} \text{ mn}$$~~

$$b^2 = 2^6 \cdot 3^9 \cdot \cancel{15^{11}} \cdot \frac{mn}{k}$$

$$a^2 = 2^{14+3-13} \cdot 3^{17+11-15} \cdot 5^{43+19-19}$$

$$a^2 = 2^8 \cdot 3^7 \cdot 5^{19} \frac{mn}{n}$$

$$[a^2 = 2^8 \cdot 3^{13} \cdot 5^{39} \cdot \frac{mn}{n}]$$

$$\frac{c}{a} = \frac{2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{10}}{2^8 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}} = 2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^5$$

$$c = 2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^5 a$$

$$a^2 = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{38} k^2$$

$$[a^2 = 2^8 \cdot 3^{13} \cdot 5^{39} \cdot \frac{mn}{n}]$$

$$c^2 = 2^{14+13-7} \cdot 3^{18+15-11} \cdot 5^{43+18-14} \frac{mn}{m}$$

$$c^2 = 2^{20} \cdot 3^{21} \cdot 5^{48} \cdot \frac{mn}{m}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 18 \\ \hline 32 \\ -43 \\ \hline 19 \end{array}$$



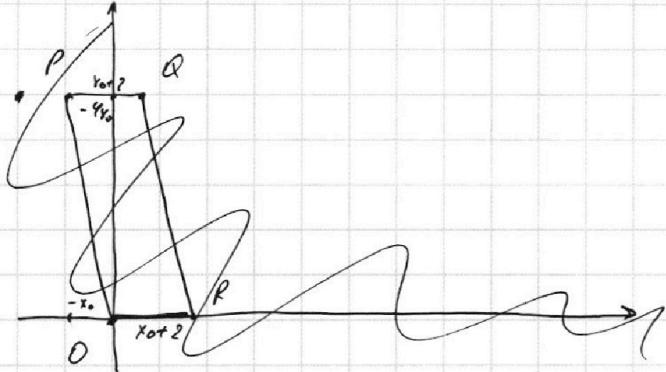
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

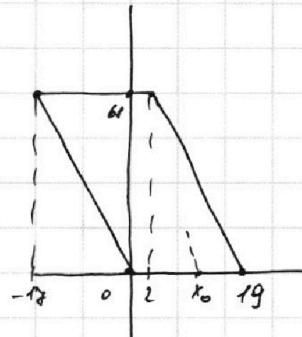
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x_0 = +18$$



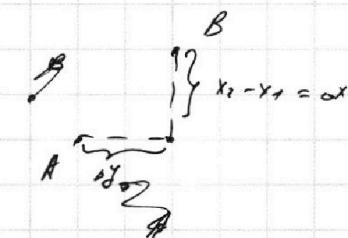
$$A(x_1, y_1)$$

$$B(x_2, y_2)$$

~~$$4x_2 - x_1 + (y_2 - y_1) = 40$$~~

~~$$4x_2 - 4x_1 + 4y_2 - 4y_1 = 40$$~~

~~$$4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$$~~



$$y_0 x + \alpha y = 40$$

~~4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40~~

$$(x_0, 0) \rightarrow (x_0 + n, x_0 + y_n), n \in \mathbb{Z}, 0 < n \leq 19$$

$$\frac{FF}{FB} = \frac{0.3}{10.5\sqrt{3}} = \frac{x\sqrt{0.3} - y}{x\sqrt{1.12} - y\sqrt{\frac{5}{3}}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_2^4(6x) - 2\log_{6x} 2 = \log_{36x^2} 343 - 4 \\ \log_2^4(y) + 6\log_2 2 = \log_2^2(2^5) - 4 \end{cases}$$

~~$$\log_2^4(6x) - 2 \cdot \frac{\log_2 2}{\log_2 6x} = \frac{3}{2} \frac{\log_2^2 2}{\log_2 6x} - 4$$~~

$$\frac{x^{49}}{343} \log_2^4(6x) - 2 \cdot \frac{1}{\log_2 6x} = \frac{3}{2} \frac{1}{\log_2 6x} - 4$$

$$\log_2(6x) = t$$

$$(t^5 + 4t)^1 = 5t^4 + 4 = 0$$

~~$$t^5 + 4t = 0$$~~

$$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$$

$$t^4 = \frac{7}{2t} - 4$$

$$t^5 = \frac{7}{2} - 4t$$

$$t^5 + 4t = \frac{7}{2}$$

$$\log_2^4(y) + 6 \cdot \frac{1}{\log_2 y} = \frac{5}{2} \log_2 \frac{\log_2^2 2}{\log_2 y} - 4$$

~~$$\log_2^4(y) + 6 \cdot \frac{1}{\log_2 y} = \frac{5}{2} \log_2 \frac{6}{y} - 4$$~~

~~$$\log_2 y$$~~

$$y^5 + 6 = \frac{5}{2} - 4y$$

$$y^5 + 4y = -\frac{7}{2}$$

~~$$t^5 + 4t = 0$$~~

~~$$\log_2^5(6x) + \log_2^4(6x) = \log_2^5(17) - \log_2^4(17)$$~~

$$t^5 + 4t + 2t^5 + 4t = 0$$

~~$$t^5 + 4t = 0$$~~

$$6x = \frac{7}{2} \Rightarrow x = \frac{7}{12}$$

$$t = -4 \quad \log_2 6x = -\log_2 y$$



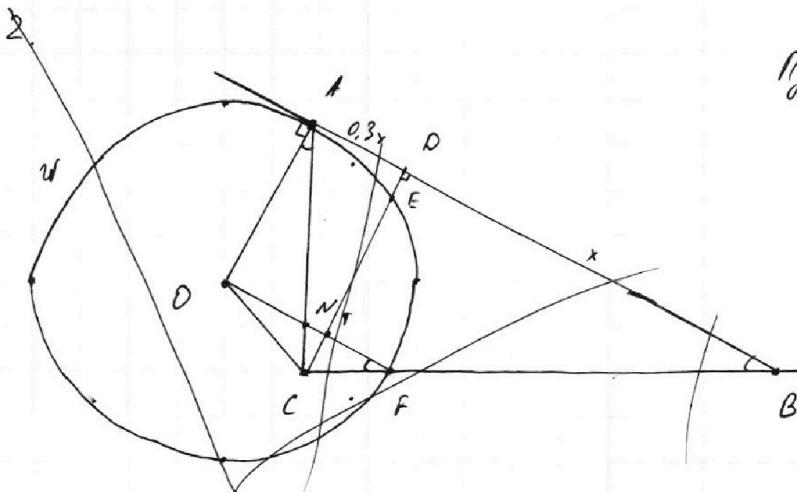
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

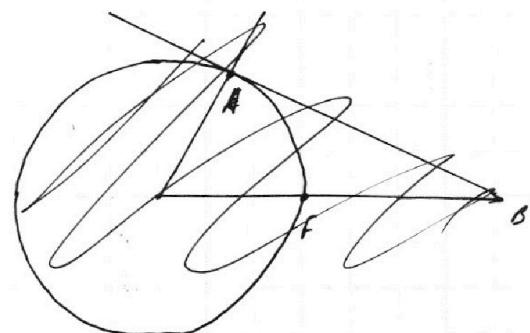
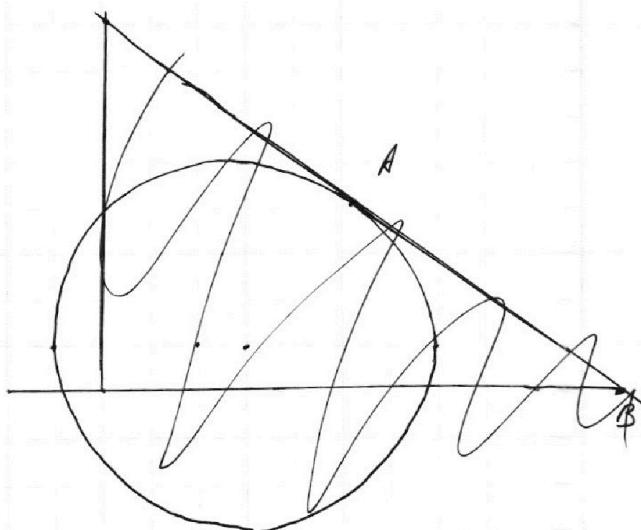


Пусть $W(O; r)$ - заданная
однозначность из ум.

$$\begin{aligned} \frac{AB}{BD} &= \frac{13}{11} \Rightarrow \\ \Rightarrow \text{послед.} \quad BD &= x \Rightarrow \\ AB &= 13x \\ \Rightarrow AD &= AB - BD = 0.3x \end{aligned}$$

Но $AB \perp CD$ биссектриса $\angle AFB$. т.к. $CD = \sqrt{AD \cdot DB} = x\sqrt{3}$

$AB \perp CD$
по теореме



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

 МФТИ