



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^8 3^{14} 5^{12}$ ,  $bc$  делится на  $2^{12} 3^{20} 5^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 5 : 2$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-16;80)$ ,  $Q(2;80)$  и  $R(18;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 100,  $SA = BC = 16$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть  $a_j$  — степень числа  $j$  в разложении на простые множители числа  $x$ . Должны выполняться условия:

$a_2 + b_2 \geq 8$  Три этих же показателя степеней должны быть минимальны, чтобы была ~~се~~ минимальна на число в разрешивающемся показателе.

$b_2 + c_2 \geq 12$

$a_2 + c_2 \geq 14$

$a_3 + b_3 \geq 14$  Если  $x$  — наименьшее число, то  $x = 2^{a_2+b_2+c_2} \cdot 3^{a_3+b_3+c_3} \cdot 5^{a_5+b_5+c_5}$

$b_3 + c_3 \geq 20$  (очевидно, что у минимального числа другие простые множители в разложении нет). Для степеней 2 и 3 выполняются равенства, т.е. значения минимальны:  $a_2 = 5, b_2 = 3, c_2 = 9, a_3 = 7, b_3 = 6, c_3 = 14$ . Для 5 минимальное значение  $a_5 + b_5 + c_5 = 39$  (при  $b_5 \neq 0$  (при  $b_5 = 0$ ), тогда существуют  $a_5$  и  $c_5$  такие, что  $a_5 \geq 12, b_5 \geq 17$  (пример:  $a_5 = 19, b_5 = 0, c_5 = 20$ )).

$a_3 + c_3 \geq 27$

$a_5 + b_5 \geq 12$

$b_5 + c_5 \geq 17$

$a_5 + c_5 \geq 39$

Подставим ~~какие~~ значения степеней миним. степеней  $a_j + b_j + c_j$  ( $j \in \{2, 3, 5\}$ ) в выражение для  $x$ :

$$x = 2^{5+3+9} \cdot 3^{7+6+14} \cdot 5^{19+0+20} = 2^{17} \cdot 3^{27} \cdot 5^{39}$$

Ответ:  $2^{17} \cdot 3^{27} \cdot 5^{39}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2.  $AB^2 = AD \cdot DB = AC^2 \cdot BC^2 \Rightarrow AC : BC = \sqrt{5} : \sqrt{2}$  Введём ДСЖ

$AB: \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{5}} = 1 \quad \sqrt{5}x + \sqrt{2}y - \sqrt{10} = 0$

м.к.  $y = -\sqrt{\frac{5}{2}}x + \sqrt{10} \quad k_{AB} = -\sqrt{\frac{5}{2}} \quad AB \perp CD \Rightarrow k_{AB} \cdot k_{CD} = -1 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow k_{CD} = \sqrt{\frac{2}{5}} \quad y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}x \quad (\text{м.к. } C \in CD) \quad CD: \sqrt{2}x - \sqrt{5}y = 0$

$\begin{cases} EF \parallel AB \\ B, E, F \in \omega \\ E \in AC \\ F \in CD \end{cases} \begin{cases} \{x_F; y_F - y_E\} = \sqrt{k} \{x - \sqrt{5}; y - \sqrt{2}\} \quad (1) \\ y_0 = \sqrt{(x_F - \sqrt{2})^2 + (y_F - y_0)^2} \quad (2) \\ y_0 = \sqrt{2 + (y_E - y_0)^2} \quad (3) \\ \sqrt{2}x_F + \sqrt{5}y_F = 0 \quad (4) \end{cases}$

$(AC: x=0 \quad BC: y=0) \quad (2): y_0^2 = (\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}x_F - \sqrt{2})^2 + (y_F - y_0)^2$   
 $y_0^2 = \frac{2}{5}x_F^2 - 2\sqrt{2}x_F + 2 + y_F^2 - 2y_F y_0 + y_0^2 \quad 2y_F y_0 = \frac{2}{5}x_F^2 - 2\sqrt{2}x_F + 2$   
 $y_0 = \frac{\frac{2}{5}x_F^2 - 2\sqrt{2}x_F + 2}{2y_F} \quad (3): (\frac{\frac{2}{5}x_F^2 - 2\sqrt{2}x_F + 2}{2y_F})^2 = 2 + y_E^2 - 2y_E y_0 + y_0^2$   
 $y_E^2 - 2y_0 y_E + 2 = 0 \quad y_E = y_0 + \sqrt{y_0^2 - 2}$   
 $(4): x_F = -\sqrt{\frac{5}{2}}y_F \quad (2): y_0^2 = \frac{5}{2}y_F^2 + 2\sqrt{5}y_F + 2 + y_F^2 - 2y_0 y_F + y_0^2$   
 $\frac{5}{2}y_F^2 + 2(\sqrt{5} - y_0)y_F + 2 = 0 \quad \frac{5}{2}y_F^2 + 2(\sqrt{5} - y_0)y_F + 2 = 0$   
 $7y_F^2 + 4(\sqrt{5} - y_0)y_F + 4 = 0 \quad \Delta = (2\sqrt{5} - 2y_0)^2 - 28 = 50 - 8\sqrt{5}y_0 + 4y_0^2 - 28 = 4y_0^2 - 8\sqrt{5}y_0 + 22$   
 $y_F = \frac{-2(2\sqrt{5} - y_0) \pm \sqrt{4y_0^2 - 8\sqrt{5}y_0 + 22}}{7} \quad (1): -\sqrt{5}x_F + \sqrt{2}(y_F - y_E) = 0$

$\frac{5}{\sqrt{2}}y_F + \sqrt{2}y_F - \sqrt{2}y_E = 0 \quad 5y_F + 2y_F - 2y_E = 0 \quad 7y_F = 2y_E$   
 $2(y_0 - \sqrt{5}) + \sqrt{4y_0^2 - 8\sqrt{5}y_0 + 22} = 2y_0 + 2\sqrt{y_0^2 - 2} \quad -2\sqrt{5} + \sqrt{4y_0^2 - 8\sqrt{5}y_0 + 22} = 2\sqrt{y_0^2 - 2}$   
 $\sqrt{4y_0^2 - 8\sqrt{5}y_0 + 22} = 2\sqrt{y_0^2 - 2} + 2\sqrt{5} \quad 4y_0^2 - 8\sqrt{5}y_0 + 22 = 4(y_0^2 - 2) + 50 + 8\sqrt{5}y_0 - 20$   
 $4y_0^2 - 8\sqrt{5}y_0 = 4y_0^2 + 20 + 8\sqrt{5}y_0 - 20 \quad 8\sqrt{5}y_0 - 20 = -8\sqrt{5}y_0 - 20$   
 $64(5y_0^2 - 20) =$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3.  $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$      $\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}$      $\begin{cases} \cos x \in [-1; 1] - \text{всегда верно} \\ \frac{\pi}{10} - \frac{x}{5} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \quad (\forall x) \\ \cos x = \sin(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}) \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{10} - \frac{x}{5} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ \cos x = \sin(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} - x \in [-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}] \\ \cos x = \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10} + \frac{x}{5}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x \in [-3\pi; 2\pi] \\ \cos x = \cos(\frac{2\pi}{5} + \frac{x}{5}) \end{cases}$

$\begin{cases} x \in [-2\pi; 3\pi] \\ x = \frac{2\pi}{5} + \frac{x}{5} + 2\pi k \\ x = \frac{x}{5} + \frac{2\pi}{5} + 2\pi l \end{cases} \quad k, l \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4x}{5} = \frac{2\pi}{5} + 2\pi k \\ 6x = -\frac{2\pi}{5} + 2\pi l \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x = \pi + 10\pi k \\ 6x = -\pi + 10\pi l \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in [-2\pi; 3\pi] \\ 2x = \pi + 5\pi k \\ 3x = -\pi + 5\pi l \end{cases}$

Омдор корней: серия 1:  $-4\pi \leq \pi + 5\pi k \leq 6\pi$      $-4 \leq 1 + 5k \leq 6$

$-5 \leq 5k \leq 5$      $k \in \{-1; 0; 1\}$      $x \in \{-2\pi; \frac{\pi}{2}; 3\pi\}$

серия 2:  $-6\pi \leq -\pi + 5\pi l \leq 9\pi$      $-6 \leq -1 + 5l \leq 9$      $-5 \leq 5l \leq 10$      $l \in \{-1; 0; 1; 2\}$

$x \in \{-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi\}$  в совокупности:  $x \in \{-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi\}$

Ответ:  $[-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

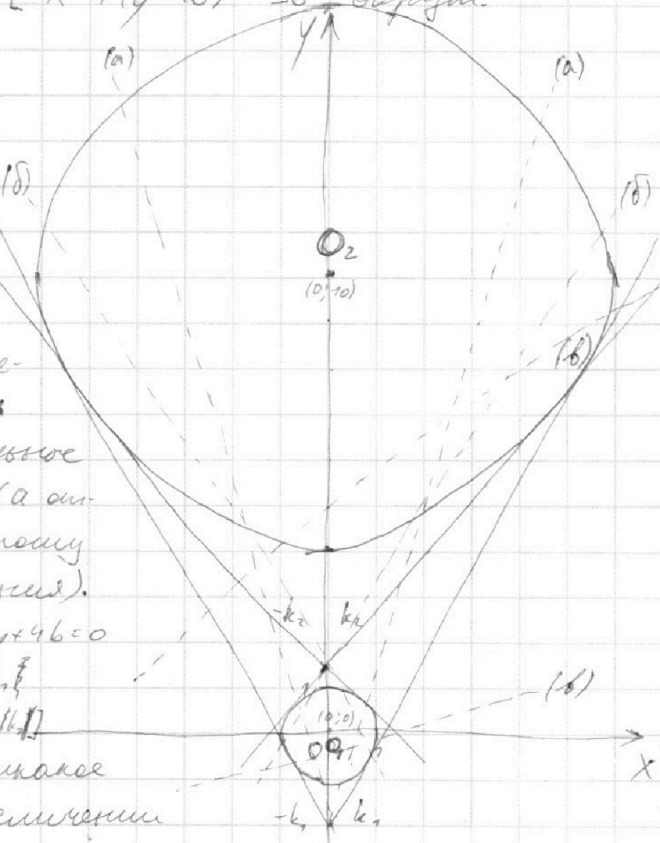
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



4.  $3ax - 3y + 4b = 0$  (1) — уравн. прямой  
 $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 100 - 36) = 0$  (2)  
 Угдо, чтобы прямая (1) пересекла обе окружности.

(2):  $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 100 - 36) = 0$   
 $\left[ \begin{aligned} x^2 + y^2 = 1 & - \text{окружн.} \\ x^2 + (y - 10)^2 = 36 & - \text{окружн.} \end{aligned} \right.$

Если при параллельно поворачивая прямая она касалась одной и пересекает другую окр., то ее можно сдвинуть (b отвечает за сдвиг прямой), и условия будут выполнены. Угдо множеством случаев, когда пересечения с окружностями  $\leq 2$ .



1) окр. с центром и общим касательное с коэф. наклона  $k_1, -k_1, k_2, -k_2$  (а ответом за коэф. наклона, поэтому ищем его допустимые значения).

Очевидно  $|k_1| > |k_2|$ . Пусть  $3ax - 3y + 4b = 0$   
 $3y = 3ax + 4b \quad y = \frac{a}{3}x + \frac{4}{3}b$ . При  $|\frac{a}{3}| > |k_1|$

$\exists$  такое b (рис. (a)), при  $|\frac{a}{3}| \in [k_1, |k_2|]$   
 $\exists$  такое b (рис. (б)), при  $|\frac{a}{3}| \leq |k_2|$  такое b не удовл. условию, т.к. при увеличении

коэф. наклона пересечений с одной окружностью коэф. наклона пересечений с другой уменьшается,

т.к.  $k_1, -k_1, -k_2, k_2$  — коэф. наклона общих касательных, у которых окружности лежат по разные стороны от них. (рис. (б)). Найдём уравн. общ. касательных:  $kx + by + m = 0$  — прямая s

$\begin{cases} \rho(O_1; s) = 1 \\ \rho(O_2; s) = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{|km|}{\sqrt{k^2 + b^2}} = 1 \\ \frac{|10k + m|}{\sqrt{k^2 + b^2}} = 6 \end{cases}$  решив:  $\begin{cases} \sqrt{3}x + y + 7 = 0 \\ -\sqrt{3}x + y + 7 = 0 \\ \sqrt{57}x + 7y - 10 = 0 \\ -\sqrt{57}x + 7y - 10 = 0 \end{cases}$

как найти:  $\begin{cases} m = 1 \\ 10b = 5 \\ k^2 + b^2 = 1 \\ m = -1 \\ 10b = 7 \\ k^2 + b^2 = 1, \text{ подставить на те же коэф.} \end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1    2    3    4    5    6    7  
                 



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = \sqrt{3}x - 7$$

$$\sqrt{3} \sqrt{\frac{\sqrt{57}}{7}}$$

$$3 \sqrt{\frac{\sqrt{57}}{49}} \Rightarrow k_1 = 3, k_2 = \frac{\sqrt{57}}{7}$$

$$y = -\sqrt{3}x - 7$$

$$|a| > \frac{\sqrt{57}}{7}$$

$$|a| > \frac{3\sqrt{57}}{7}$$

$$a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{57}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{57}}{7}; +\infty)$$

$$y = \frac{\sqrt{57}}{7}x + \frac{10}{7}$$

$$y = -\frac{\sqrt{57}}{7}x + \frac{10}{7}$$

Ответ:  $(-\infty; -\frac{3\sqrt{57}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{57}}{7}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



5. ур-е симметрично  $x$ :  $\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{2x} 625 - 3$

$\log_5^4(2x) > 0$ , обратимый на  $x$ :  $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$

$$\log_5^4(2x) - \frac{4}{\log_5(2x)} = \frac{4}{3 \log_5 2x} - 3 \quad (\log_{2x} 625 = \frac{1}{3} \cdot 4 \log_{2x} 5)$$

$$\log_5(2x) = a \quad a^4 - \frac{3}{a} = \frac{4}{3a} - 3 \quad \| \cdot a \quad (a \neq 0, \text{ м.к. } x \neq \frac{1}{2})$$

$$a^5 - 3 = \frac{4}{3} - 3a \quad a^5 + 3a - \frac{7}{3} = 0 \quad a=0 \text{ не является решением, лишние корни не принимаем}$$

ур-е симметрично  $y$ :  $\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_y 5 - 3$  ограничения:  $\begin{cases} y > 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = -\frac{1}{3 \log_5 y} - 3 \quad \log_5 y = b \quad b^4 + \frac{4}{b} = -\frac{1}{3b} - 3 \quad \| \cdot b$$

$$(b \neq 0 \text{ м.к. } y \neq 1) \quad b^5 + 4 = -\frac{1}{3} - 3b \quad b^5 + 3b + \frac{7}{3} = 0 \quad b=0 \text{ не является решением, лишние корни не принимаем}$$

$$\begin{cases} a^5 + 3a - \frac{7}{3} = 0 & (1) \\ b^5 + 3b + \frac{7}{3} = 0 & (2) \end{cases} \quad (a+b) \cdot (a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) = 0$$

$(3)$  заметить, что если  $a^5 + 3a = \frac{7}{3}$ , то  $a^5 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 = 0$  не

$$f_1(a) = a^5 + 3a - \frac{7}{3} \quad f_1'(a) = 5a^4 + 3 > 0 \Rightarrow \text{монотонно возр.} \Rightarrow y \text{ ур-е}$$

$$(1) \text{ один корень, а н-во } f_2(b) = b^5 + 3b + \frac{7}{3} \quad f_2'(b) = 5b^4 + 3 > 0 \Rightarrow \text{монотонно}$$

$$\text{возр.} \Rightarrow y \text{ ур-е (2) один корень. Заметим, что если } c \text{ - корень}$$

$$(1), \text{ то } c^5 + 3c - \frac{7}{3} = 0 \Rightarrow c^5 + 3c = \frac{7}{3} \Rightarrow (-c)^5 + 3(-c) = -\frac{7}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (-c)^5 + 3(-c) + \frac{7}{3} = 0 \Rightarrow -c \text{ - корень (2)} \Rightarrow \text{единственно возможные}$$

$$\text{значения } a \text{ и } b \text{ таковы, что } a+b=0.$$

$$0 = a+b = \log_5(2x) + \log_5 y = \log_5(2xy) \quad 0 = \log_5 1 \Rightarrow \log_5(2xy) = \log_5 1$$

$$2xy = 1 \quad xy = \frac{1}{2}$$

Ответ:  $\frac{1}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

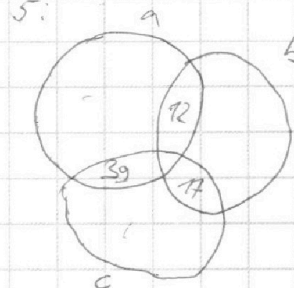
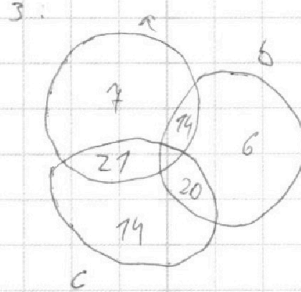
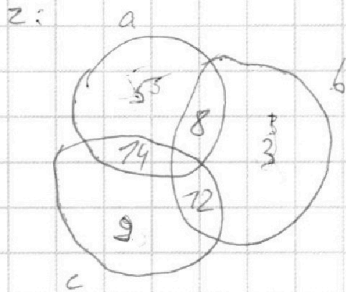
1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



7. ~~111 222 333~~ ~~444 555 666~~ ~~777 888 999~~



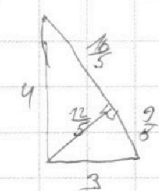
~~222 333~~

$$a = 2^5 \cdot 3^4 \cdot 5$$

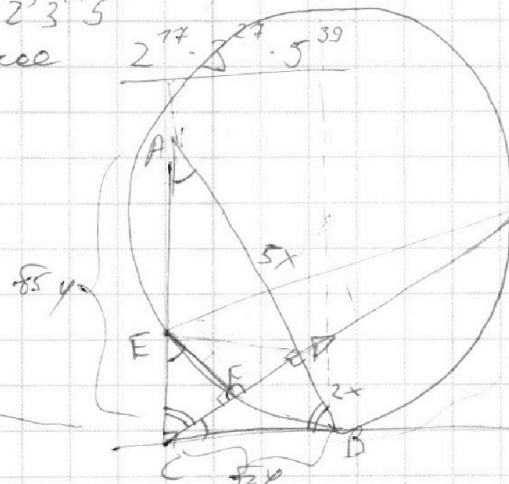
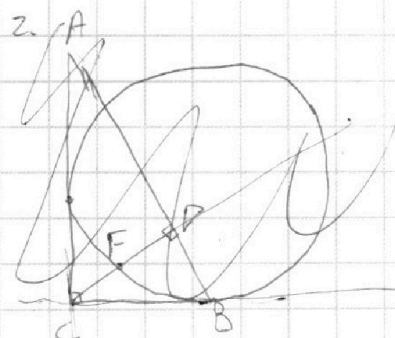
$$b = 2^3 \cdot 3^6 \cdot 5$$

$$c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5$$

~~2 3 5~~



В общем наверх



$$16 - \frac{144}{25}$$

$$9 - \frac{144}{25}$$

$$= \frac{225 - 144}{25} = \frac{81}{25}$$

$$\sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{9}{5}$$

$S_{APC} = \frac{5}{7} S_{ABC}$  Маго  $EF:AD, CF:FD, CE:EA$

3.  $\cos x \sin(\cos x) = \pi - 2x$

~~$\cos x \sin(\cos x) = \frac{\pi - 2x}{20}$~~

$\frac{\pi - 2x}{20} \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  (1)

$\cos x = \sin(\frac{\pi - 2x}{20})$  (2)

(1):  $\pi - 2x \in [-5\pi, 5\pi]$

$-2x \in [-6\pi, 4\pi]$

$2x \in [-4\pi, 6\pi]$

$x \in [-2\pi, 3\pi]$

$\cos x = \sin(\frac{\pi}{20} - \frac{x}{5})$

$\cos x = \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{20} + \frac{x}{5})$

$\cos x = \cos(\frac{2\pi}{5} + \frac{x}{5})$

$\frac{4x}{5} = \frac{2\pi}{5} + 2\pi k$

$\frac{6x}{5} = -\frac{2\pi}{5} + 2\pi k$

$4x = 2\pi + 10\pi k$

$6x = -2\pi + 20\pi k$

$x = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} k$

$x = -\frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} k$

$x = \frac{2\pi}{5} + \frac{\pi}{5} + 2\pi k$

$x = -\frac{2\pi}{5} - \frac{\pi}{5} + 2\pi k$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1)  $-2 \leq \frac{7}{2} + \frac{5}{2}k \leq 3$      $-4 \leq -7 + 5k \leq 6$      $-5 \leq 5k \leq 5$      $-7 \leq k \leq 7$

$k = -1, 0, 1$

$x = -2\pi, \frac{\pi}{2}, 3\pi$

2)  $-2 \leq -\frac{7}{3} + \frac{5}{3}k \leq 3$      $-6 \leq -7 + 5k \leq 9$      $-5 \leq 5k \leq 10$      $-7 \leq k \leq 2$

$k = -1, 0, 1, 2$

$x = -2\pi, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{3}, 3\pi$

$x = -2\pi, -\frac{\pi}{3}, 2\pi, 3\pi$

$-2\pi \leq -\frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2} \leq 3\pi$

(2):  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 - 20y + 100 - 36 = 0 \\ x^2 + y^2 = 7 \\ x^2 + (y-20)^2 = 36 \end{cases}$

$kx + ly + m = 0$   
-общий кас.

$\frac{|10l + m|}{\sqrt{k^2 + l^2}} = 6$

$\frac{|m|}{\sqrt{k^2 + l^2}} = 1$

$l = 0,5 \quad m = 7 \quad k = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + 7 = 0$

$ax - 3y + 4b = 0$  (1)  
 $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0$  (2)

$(0; 20)$

$(0; 0)$

кас???

$y = kx + b$

$\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + 7 = 0$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + 7 = 0$

$\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y - 7 = 0$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y - 7 = 0$

$m = -7 \quad l = \frac{7}{20}$

$|m| = 7$

$|l| = \frac{7}{20}$

$k = \frac{\sqrt{57}}{20}$

$\sqrt{3}x + y + 7 = 0$

$-\sqrt{3}x + y + 7 = 0$

$\sqrt{3}x - y - 7 = 0$

$-\sqrt{3}x - y - 7 = 0$

$\frac{\sqrt{57}}{20}x + \frac{7}{20}y - 7 = 0$

$-\frac{\sqrt{57}}{20}x + \frac{7}{20}y - 7 = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{5}x + 7y - 20 = 0 \quad y = -\frac{\sqrt{5}}{7}x + \frac{20}{7}$$

$$-\sqrt{5}x + 7y - 20 = 0 \quad y = \frac{\sqrt{5}}{7}x + \frac{20}{7}$$

$$|a| > \frac{3\sqrt{5}}{7}$$

№1

$$3y = -\frac{3\sqrt{5}}{7}x + \frac{30}{7}$$

$$3y = \frac{3\sqrt{5}}{7}x + \frac{30}{7}$$

а может ли быть  
 3 решения? норма 10+00

$$a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{5}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{5}}{7}; +\infty)$$

5.  $\log_5^4 2x - 3 \log_{2x} 5 = \log_{2x} 625 - 3$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\log_5^4 2x - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3 \log_5 2x} - 3$$

$$\log_{2x} 625 = \frac{1}{3} \log_{2x} 5^6$$

$$= \frac{4}{3} \log_{2x} 5 =$$

$$t = \log_5 2x \quad t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3$$

$$t^5 - 3 = \frac{4}{3} - 3t \quad t^5 + 3t - \frac{73}{3} = 0 \quad t^5 + 9t - 73 = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{25} = \frac{1}{50} \quad \frac{1}{25} + \frac{9}{15} = \frac{7+25}{23 \cdot 15} = \frac{32}{345}$$

$$\frac{1}{625 \cdot 5} + \frac{9}{5} = \frac{625+9}{625 \cdot 5}$$

$$\sqrt{t^4 + 9} > 0 \text{ нет экстр.} \rightarrow t^2 + \frac{3}{4t} = \frac{23}{313} = 0$$

$\log_5^4 2x - 3$  4 корень между 1 и 2

$$\log_5 2x \in (1, 2] \quad 2x \in [5, 25] \quad x \in [2, 5; 12, 5]$$

$$\frac{243}{32} + \frac{27}{2} = \frac{243 + 27 \cdot 16}{32}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 16 \\ \hline 162 \\ + 27 \\ \hline 432 \\ - 32 \\ \hline 400 \\ - 96 \\ \hline 304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 625 \\ \hline 7500 \\ + 3750 \\ \hline 37500 \end{array}$$

$$\frac{625 \cdot 5}{1024} + \frac{45}{4} = \frac{625 \cdot 5 + 45 \cdot 256}{1024}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 256 \\ \hline 1456 \\ + 1280 \\ \hline 2736 \\ + 7280 \\ \hline 10016 \\ - 1024 \\ \hline 8992 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 130 \\ \times 260 \\ \hline 7800 \\ + 260 \\ \hline 33800 \\ - 52 \\ \hline 33748 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71520 \\ + 3130 \\ \hline 74650 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_3^2 y + 4 \log_4 5 = \log_4^2 \frac{4}{3} - 3 \quad \log_3^4 y + 4 \log_4^2 y = \quad \left( \begin{matrix} 5 > 0 \\ 4 \neq 1 \end{matrix} \right)$$

$$\log_3^4 y + \frac{4}{\log_3 y} = \log_3^4 y + 4 \log_4 5 = -\frac{1}{3} \log_4 5 - 3$$

$$\log_3^4 y + \frac{4}{\log_3 y} = -\frac{1}{3 \log_3 4} - 3 \quad f' = t^5 + 9 > 0$$

$$t^4 + \frac{4}{t} = -\frac{1}{3t} - 3$$

$$t^5 + 4 = t - \frac{1}{3} - 3t$$

$$t^5 + 3t + \frac{13}{3} = 0$$

$$t^5 + 9t + 13 = 0$$

$$\begin{cases} t_x^5 + 9t_x - 13 = 0 & t_x \rightarrow a \quad a \in [1; 2] \\ t_y^5 + 9t_y + 13 = 0 & t_y \rightarrow b \quad b \in [-2; -1] \end{cases} \quad \log_5(xy) \quad \log_5 2xy$$

$$t_x^5 + 9t_x - 13 = 0 \quad t_x \rightarrow a \quad a \in [1; 2]$$

$$t_y^5 + 9t_y + 13 = 0 \quad t_y \rightarrow b \quad b \in [-2; -1]$$

$$a^5 + 9a + b^5 + 9b = 0$$

$$(a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) + (a+b)9 = 0$$

$$(a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 9) = 0$$

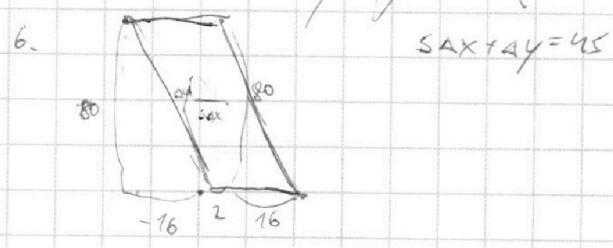
если  $a+b=0$ , то  $\log_5 2x + \log_5 y = \log_5 2xy = 0 \Rightarrow 2xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{2}$

~~$xy = \frac{1}{2}$~~

если  $a+b \neq 0$   $a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - a^2b^2 - ab(a^2 + b^2) + 9 = 0$

$$= (a^2 + b^2)^2 - ab(a^2 + b^2 + ab) + 9 = (a^2 + b^2)^2 - ab(a^2 + b^2) - a^2b^2 + 9$$

$xy = \frac{1}{2}$   $-a^2b^2$   $9 \sqrt{ab(a+b)^2}$   $[-7; -4]$   $\in [-7; 7]$



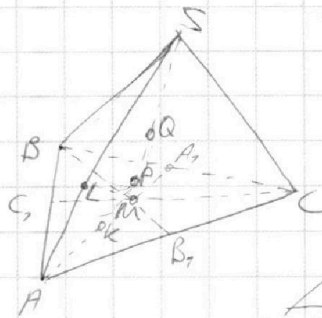
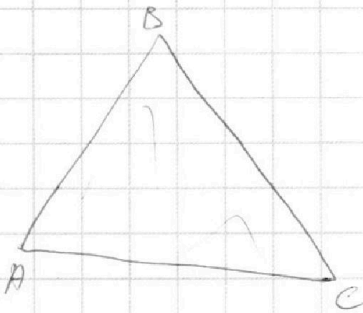
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

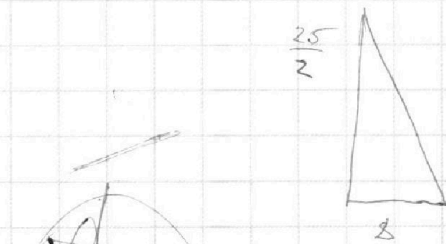
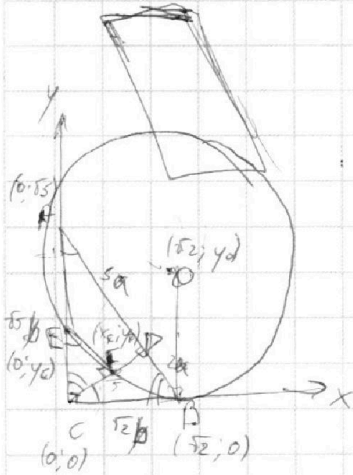
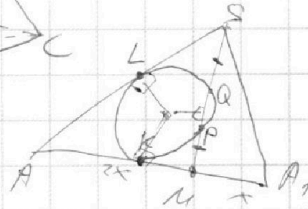


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$100 = \frac{7}{2} \cdot 16 - h_A$$

$$\Rightarrow h_A = 2,5$$



$$AB: \frac{x}{15} + \frac{y}{15} = 1 \quad \sqrt{5}x + \sqrt{2}y - \sqrt{10} = 0 \quad \{\sqrt{5}, \sqrt{2}, -\sqrt{10}\}$$

$$CD: \{k; l; m\} \quad \sqrt{5}k + \sqrt{2}l - \sqrt{10}m = 0 \quad k = \sqrt{2}, l = \sqrt{5}$$

$$-m = 0 \quad -\sqrt{2}x + \sqrt{5}y = 0$$

$$x_F \quad y_F \quad y_E \quad y_0$$

EF

$$y_0^2 = 2 + y_0^2 - 2y_0 y_E + y_E^2$$

$$\sqrt{y_0^2 - 2y_0 y_E + y_E^2} = 2$$

