



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть a_j — степень числа j в разложении на простые множители числа x . Должны выполняться условия:

$a_2 + b_2 \geq 8$ Три этих же показателя степеней должны быть минимальны, чтобы была ~~се~~ минимальна на шина в разрешивающемся показателе.

$b_2 + c_2 \geq 12$

$a_2 + c_2 \geq 14$

$a_3 + b_3 \geq 14$ Если x — наименьшее число, то $x = 2^{a_2+b_2+c_2} \cdot 3^{a_3+b_3+c_3} \cdot 5^{a_5+b_5+c_5}$

$b_3 + c_3 \geq 20$ (очевидно, что у минимального числа другие простые множители в разложении нет). Для степеней 2 и 3 выполняются равенства, т.е. значения минимальны: $a_2=5, b_2=3, c_2=9, a_3=7, b_3=6, c_3=14$. Для 5 минимальное значение $a_5+b_5+c_5=39$ (при $b_5 \neq 0$ (при $b_5=0$), тогда существуют a_5 и c_5 такие, что $a_5 \geq 12, b_5 \geq 17$ (пример: $a_5=19, b_5=0, c_5=20$)).

$a_3 + c_3 \geq 27$

$a_5 + b_5 \geq 12$

$b_5 + c_5 \geq 17$

$a_5 + c_5 \geq 39$

Подставим ~~какие~~ значения степеней миним. степеней $a_j + b_j + c_j$ ($j \in \{2, 3, 5\}$) в выражение для x :

$$x = 2^{5+3+9} \cdot 3^{7+6+14} \cdot 5^{19+0+20} = 2^{17} \cdot 3^{27} \cdot 5^{39}$$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{27} \cdot 5^{39}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2. $AB^2 = AD \cdot DB = AC^2 \cdot BC^2 \Rightarrow AC:BC = \sqrt{5}:\sqrt{2}$ Введём ДСЖ

$AB: \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{5}} = 1 \quad \sqrt{5}x + \sqrt{2}y - \sqrt{10} = 0$

м.к. $y = -\sqrt{\frac{5}{2}}x + \sqrt{10} \quad k_{AB} = -\sqrt{\frac{5}{2}} \quad AB \perp CD \Rightarrow k_{AB} \cdot k_{CD} = -1 \Rightarrow$

$\Rightarrow k_{CD} = \sqrt{\frac{2}{5}} \quad y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}x \quad (\text{м.к. } C \in CD) \quad CD: \sqrt{2}x - \sqrt{5}y = 0$

$$\begin{cases} EF \parallel AB \\ B, E, F \in \omega \\ E \in AC \\ F \in CD \end{cases} \begin{cases} \{x_F; y_F - y_E\} = \sqrt{k} \{ -\sqrt{5}; \sqrt{2} \} \quad (1) \\ y_0 = \sqrt{(x_F - \sqrt{2})^2 + (y_F - y_0)^2} \quad (2) \\ y_0 = \sqrt{2 + (y_E - y_0)^2} \quad (3) \\ \sqrt{2}x_F + \sqrt{5}y_F = 0 \quad (4) \end{cases}$$

$(AC: x=0 \quad BC: y=0) \quad (2): (x_F - \sqrt{2})^2 + (y_F - y_0)^2 = 2 + (y_E - y_0)^2$
 $(2): x_F = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} y_F \quad (2): y_0^2 = (\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} y_F - \sqrt{2})^2 + (y_F - y_0)^2$
 $y_0^2 = \frac{5}{2} y_F^2 - 2\sqrt{5} y_F + 2 + y_F^2 - 2y_F y_0 + y_0^2 \quad 2y_F y_0 = \frac{7}{2} y_F^2 - 2\sqrt{5} y_F + 2$
 $y_0 = \frac{\frac{7}{2} y_F^2 - 2\sqrt{5} y_F + 2}{2y_F} \quad (3): (\frac{\frac{7}{2} y_F^2 - 2\sqrt{5} y_F + 2}{y_F})^2 = 2 + y_E^2 - 2y_E y_0 + y_0^2$
 $\frac{49}{4} y_F^2 - 7\sqrt{5} y_F + 2 = 2 + y_E^2 - 2y_E y_0 + y_0^2 \quad y_E^2 - 2y_0 y_E + 2 = 0$
 $\frac{49}{4} y_F^2 - 7\sqrt{5} y_F + 2 = 2 + y_0^2 - 2y_0 y_E + y_0^2 \quad y_E = y_0 + \sqrt{y_0^2 - 2}$
 $\frac{49}{4} y_F^2 + 2(\sqrt{5} - y_0) y_F + 2 = 0 \quad \frac{49}{4} y_F^2 + 2\sqrt{5} y_F + 2 + y_F^2 - 2y_0 y_F + y_0^2 = 0$
 $7y_F^2 + 4(\sqrt{5} - y_0) y_F + 4 = 0 \quad \Delta = (2\sqrt{5} - 2y_0)^2 - 28 = 50 - 8\sqrt{5} y_0 + 4y_0^2 - 28 = 4y_0^2 - 8\sqrt{5} y_0 + 22$
 $y_F = \frac{-2(2\sqrt{5} - y_0) \pm \sqrt{4y_0^2 - 8\sqrt{5} y_0 + 22}}{7} \quad (1): -\sqrt{5} x_F + \sqrt{2}(y_F - y_E) = 0$

$\frac{5}{\sqrt{2}} y_F + \sqrt{2} y_F - \sqrt{2} y_E = 0 \quad 5y_F + 2y_F - 2y_E = 0 \quad 7y_F = 2y_E$
 $2(y_0 - \sqrt{5}) + \sqrt{4y_0^2 - 8\sqrt{5} y_0 + 22} = 2y_0 + 2\sqrt{y_0^2 - 2} \quad -2\sqrt{5} + \sqrt{4y_0^2 - 8\sqrt{5} y_0 + 22} = 2\sqrt{y_0^2 - 2}$
 $\sqrt{4y_0^2 - 8\sqrt{5} y_0 + 22} = 2\sqrt{y_0^2 - 2} + 2\sqrt{5} \quad 4y_0^2 - 8\sqrt{5} y_0 + 22 = 4(y_0^2 - 2) + 50 + 8\sqrt{5} y_0 - 20$
 $4y_0^2 - 8\sqrt{5} y_0 = 4y_0^2 + 20 + 8\sqrt{5} y_0 - 20 \quad 8\sqrt{5} y_0 - 20 = -8\sqrt{5} y_0 - 20$
 $64(5y_0^2 - 20) =$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3. $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$ $\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}$ $\begin{cases} \cos x \in [-1; 1] - \text{всегда верно} \\ \frac{\pi}{10} - \frac{x}{5} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \quad (\forall x) \\ \cos x = \sin(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}) \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{10} - \frac{x}{5} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ \cos x = \sin(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} - x \in [-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}] \\ \cos x = \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10} + \frac{x}{5}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x \in [-3\pi; 2\pi] \\ \cos x = \cos(\frac{2\pi}{5} + \frac{x}{5}) \end{cases}$

$\begin{cases} x \in [-2\pi; 3\pi] \\ x = \frac{2\pi}{5} + \frac{x}{5} + 2\pi k \\ x = \frac{x}{5} + \frac{2\pi}{5} + 2\pi l \end{cases} \quad k, l \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4x}{5} = \frac{2\pi}{5} + 2\pi k \\ 6x = -\frac{2\pi}{5} + 2\pi l \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x = \pi + 10\pi k \\ 6x = -\pi + 10\pi l \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in [-2\pi; 3\pi] \\ 2x = \pi + 5\pi k \\ 3x = -\pi + 5\pi l \end{cases}$

Омдор корней: серия 1: $-4\pi \leq \pi + 5\pi k \leq 6\pi$ $-4 \leq 1 + 5k \leq 6$
 $-5 \leq 5k \leq 5$ $k \in \{-1; 0; 1\}$ $x \in \{-2\pi; \frac{\pi}{2}; 3\pi\}$

серия 2: $-6\pi \leq -\pi + 5\pi l \leq 9\pi$ $-6 \leq -1 + 5l \leq 9$ $-5 \leq 5l \leq 10$ $l \in \{-1; 0; 1; 2\}$
 $x \in \{-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi\}$ в совокупности: $x \in \{-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi\}$

Ответ: $[-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



4. $3ax - 3y + 4b = 0$ (1) — уравн. прямой

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 100 - 36) = 0 \quad (2)$$

Удво, чтобы прямая (1) пересекла обе окружности.

Если при параллельно поворачивая прямую она касалась одной и пересекала другую окр., то ее можно сдвинуть (b отвечает за сдвиг прямой), и условия будут выполнены. Удво, чтобы найти случаи, когда пересечения с окружностями ≤ 2 .

1) окр. с центром O_1 и общим касательное с коэф. наклона $k_1, -k_1, k_2, -k_2$ (а ответом за коэф. наклона, потому что знаем его допустимые значения).

Очевидно $|k_1| > |k_2|$. Пусть $3ax - 3y + 4b = 0$

$$3y = 3ax + 4b \quad y = \frac{a}{3}x + \frac{4}{3}b. \quad \text{При } \left|\frac{a}{3}\right| > |k_2|$$

∃ касание b (рис. (a)), при $\left|\frac{a}{3}\right| \in [k_2, |k_1|]$

∃ касание b (рис. (б)), при $\left|\frac{a}{3}\right| \leq k_2$ касание

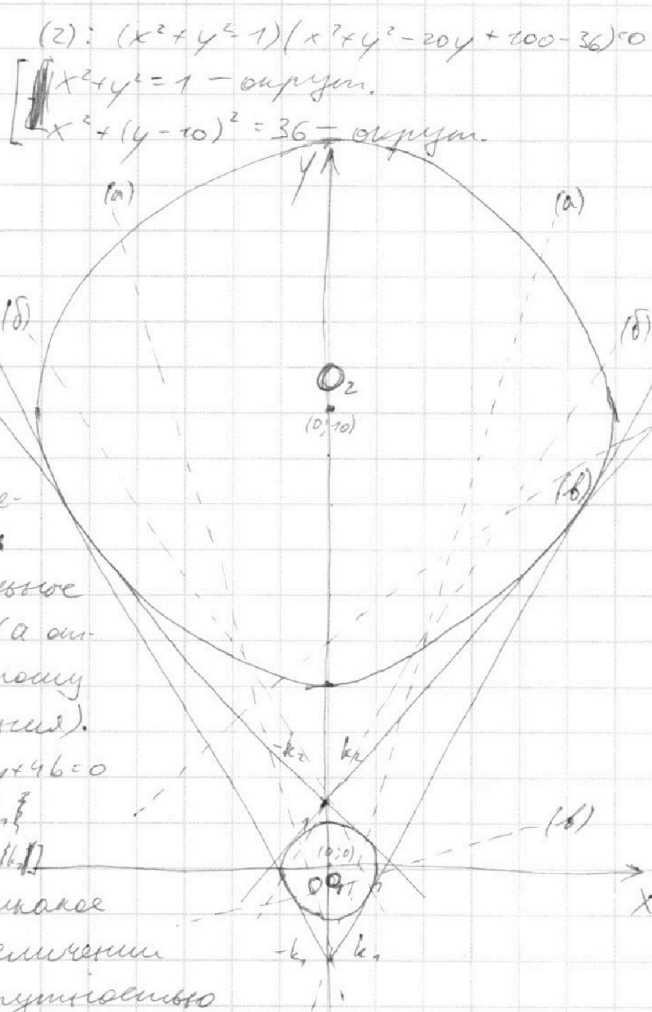
b не удовл. условию, т.к. при увеличении коэф. наклона пересечений с одной окружностью коэф. наклона пересечений с другой уменьшается,

т.к. $k_1, -k_1$ — коэф. наклона общих касательных, у которых окружности лежат по разные стороны от них. (рис. (б)). Найдём уравн. ~~общ.~~ общ. касательной: $kx + by + m = 0$ — прямая s

$$\begin{cases} \rho(O_1; s) = 1 \\ \rho(O_2; s) = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{|m|}{\sqrt{k^2 + b^2}} = 1 \\ \frac{|10k + m|}{\sqrt{k^2 + b^2}} = 6 \end{cases}$$

решив: $\begin{cases} \sqrt{3}x + y + 7 = 0 \\ -\sqrt{3}x + y + 7 = 0 \\ \sqrt{57}x + 7y - 10 = 0 \\ -\sqrt{57}x + 7y - 20 = 0 \end{cases}$

как найти: $\begin{cases} m = 1 \\ 10k + m = 6 \\ k^2 + b^2 = 1 \\ m = -1 \\ 10k + m = 7 \\ k^2 + b^2 = 1, \text{ подставить на те же коэф.} \end{cases}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = \sqrt{3}x - 7$$

$$\sqrt{3} > \frac{\sqrt{57}}{7}$$

$$3 > \frac{\sqrt{57}}{9} \Rightarrow k_1 = 3, k_2 = \frac{\sqrt{57}}{7}$$

$$y = -\sqrt{3}x - 7$$

$$|a| > \frac{\sqrt{57}}{7}$$

$$|a| > \frac{3\sqrt{57}}{7}$$

$$a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{57}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{57}}{7}; +\infty)$$

$$y = \frac{\sqrt{57}}{7}x + \frac{10}{7}$$

$$y = -\frac{\sqrt{57}}{7}x + \frac{10}{7}$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -\frac{3\sqrt{57}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{57}}{7}; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5. ур-е симметрично x : $\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{2x} 625 - 3$

$\log_5^4(2x) > 0$, $\log_{2x} 5 > 0$ \Rightarrow обратимости на x : $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$

$$\log_5^4(2x) - \frac{4}{\log_5(2x)} = \frac{4}{3 \log_5 2x} - 3 \quad (\log_{2x} 625 = \frac{1}{3} \cdot 4 \log_{2x} 5)$$

$$\log_5(2x) = a \quad a^4 - \frac{3}{a} = \frac{4}{3a} - 3 \quad || \cdot a \neq 0 \quad (a \neq 0, \text{ м.к. } x \neq \frac{1}{2})$$

$$a^5 - 3 = \frac{4}{3} - 3a \quad a^5 + 3a - \frac{7}{3} = 0 \quad a=0 \text{ не является решением, лишние корни не приобретаем}$$

ур-е симметрично y : $\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_y 5 - 3$ $\begin{cases} y > 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = -\frac{1}{3 \log_5 y} - 3 \quad \log_5 y = b \quad b^4 + \frac{4}{b} = -\frac{1}{3b} - 3 \quad || \cdot b$$

$$(b \neq 0 \text{ м.к. } y \neq 1) \quad b^5 + 4 = -\frac{1}{3} - 3b \quad b^5 + 3b + \frac{7}{3} = 0 \quad b=0 \text{ не является решением, лишние корни не приобретаем}$$

$$\begin{cases} a^5 + 3a - \frac{7}{3} = 0 & (1) \\ b^5 + 3b + \frac{7}{3} = 0 & (2) \end{cases} \quad (a+b) \cdot (a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) = 0$$

(3) Заметим, что если $a^5 + 3a = \frac{7}{3}$, $a^5 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 = 0$ то

$$f_1(a) = a^5 + 3a - \frac{7}{3} \quad f_1'(a) = 5a^4 + 3 > 0 \Rightarrow \text{монотонно возр.} \Rightarrow y \text{ ур-е}$$

$$(1) \text{ один корень, а и-то } f_2(b) = b^5 + 3b + \frac{7}{3} \quad f_2'(b) = 5b^4 + 3 > 0 \Rightarrow \text{монотонно возр.} \Rightarrow y \text{ ур-е (2) один корень.}$$

Заметим, что если c - корень (1), то $c^5 + 3c - \frac{7}{3} = 0 \Rightarrow c^5 + 3c = \frac{7}{3} \Rightarrow (-c)^5 + 3(-c) = -\frac{7}{3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow (-c)^5 + 3(-c) + \frac{7}{3} = 0 \Rightarrow -c \text{ - корень (2)} \Rightarrow \text{единственно возможные значения } a \text{ и } b \text{ таковы, что } a+b=0.$$

$$0 = a+b = \log_5(2x) + \log_5 y = \log_5(2xy) \quad 0 = \log_5 1 \Rightarrow \log_5(2xy) = \log_5 1$$

$$2xy = 1 \quad xy = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

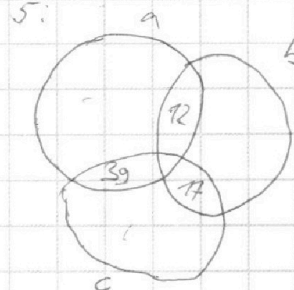
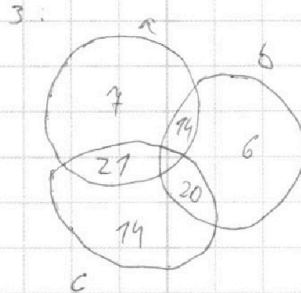
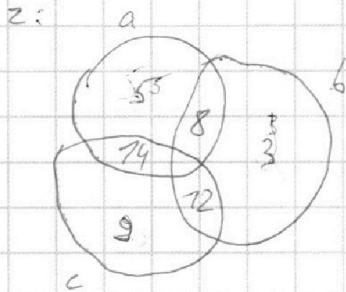
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



7. ~~... 39~~ ~~... 39~~ ~~... 39~~ ~~... 39~~ ~~... 39~~ ~~... 39~~ ~~... 39~~



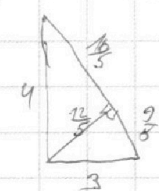
~~2^24 3^32 5^39~~

$$a = 2^5 3^4 5$$

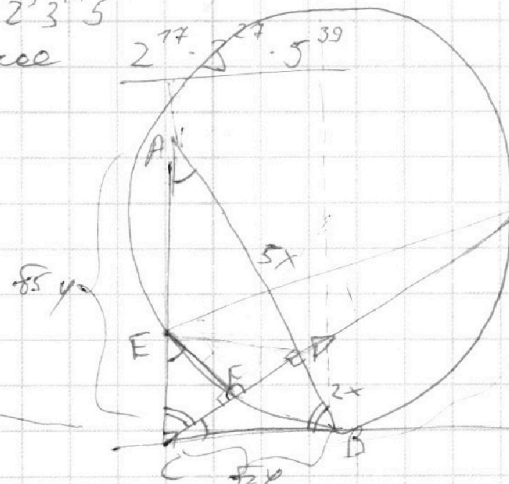
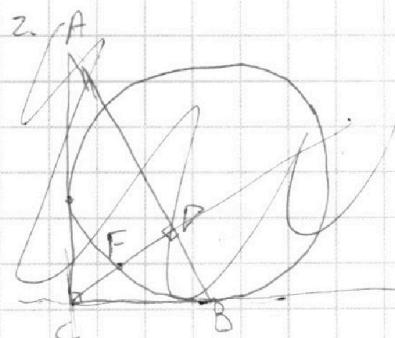
$$b = 2^3 3^6 5$$

$$c = 2^9 3^{14} 5$$

~~2^14 3^27 5^39~~



В общем наверх



$$16 - \frac{144}{25}$$

$$= \frac{225 - 144}{25} = \frac{81}{25}$$

$$\sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{9}{5}$$

$S_{APC} = \frac{5}{7} S_{ABC}$ Маго $EF:AD, CF:FD, CE:EA$

3. $\cos x \sin(\cos x) = \pi - 2x$

~~$\cos x \sin(\cos x) = \frac{\pi - 2x}{20}$~~

$\frac{\pi - 2x}{20} \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (1)

$\cos x = \sin(\frac{\pi - 2x}{20})$ (2)

(1): $\pi - 2x \in [-5\pi, 5\pi]$

$-2x \in [-6\pi, 4\pi]$

$2x \in [-4\pi, 6\pi]$

$x \in [-2\pi, 3\pi]$

$\cos x = \sin(\frac{\pi}{20} - \frac{x}{5})$

$\cos x = \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{20} + \frac{x}{5})$

$\cos x = \cos(\frac{2\pi}{5} + \frac{x}{5})$

$\frac{4x}{5} = \frac{2\pi}{5} + 2\pi k$

$\frac{6x}{5} = -\frac{2\pi}{5} + 2\pi k$

$4x = 2\pi + 10\pi k$

$6x = -2\pi + 20\pi k$

$x = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} k$

$x = -\frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} k$

$x = \frac{2\pi}{5} + \frac{\pi}{5} + 2\pi k$

$x = -\frac{2\pi}{5} + \frac{\pi}{5} + 2\pi k$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) $-2 \leq \frac{7}{2} + \frac{5}{2}k \leq 3$ $-4 \leq -1 + 5k \leq 6$ $-5 \leq 5k \leq 5$ $-7 \leq k \leq 7$

$k = -1, 0, 1$

$x = -2\pi, \frac{\pi}{2}, 3\pi$

2) $-2 \leq -\frac{1}{3} + \frac{5}{3}k \leq 3$ $-6 \leq -1 + 5k \leq 9$ $-5 \leq 5k \leq 10$ $-7 \leq k \leq 7$

$k = -1, 0, 1, 2$

$x = -2\pi, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{3}, 3\pi$

$x = -2\pi, -\frac{\pi}{3}, 2\pi, 3\pi$

$-2\pi \leq -\frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2} \leq 3\pi$

(2): $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 - 20y + 100 - 36 = 0 \\ x^2 + y^2 = 7 \\ x^2 + (y-10)^2 = 36 \end{cases}$

$kx + ly + m = 0$
-общий кас.

$\frac{|10l + m|}{\sqrt{k^2 + l^2}} = 6$

$\frac{|m|}{\sqrt{k^2 + l^2}} = 1$

$l = 0,5 \quad m = 7 \quad k = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + 7 = 0$

$ax - 3y + 4b = 0$ (1)
 $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0$ (2)

$(0; 10)$

$(0; 0)$

кас???

$y = kx + b$

$\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + 7 = 0$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + 7 = 0$

$\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y - 7 = 0$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y - 7 = 0$

$m = -7 \quad l = \frac{7}{20}$

$|m| = 7$

$|l| = \frac{7}{20}$

$k = \frac{\sqrt{57}}{20}$

$\sqrt{3}x + y + 7 = 0$

$-\sqrt{3}x + y + 7 = 0$

$\sqrt{3}x - y - 7 = 0$

$-\sqrt{3}x - y - 7 = 0$

$\frac{\sqrt{57}}{20}x + \frac{7}{20}y - 7 = 0$

$-\frac{\sqrt{57}}{20}x + \frac{7}{20}y - 7 = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{5}x + 7y - 20 = 0 \quad y = -\frac{\sqrt{5}}{7}x + \frac{20}{7}$$

$$-\sqrt{5}x + 7y - 20 = 0 \quad y = \frac{\sqrt{5}}{7}x + \frac{20}{7}$$

$$|a| > \frac{3\sqrt{5}}{7}$$

№1

$$3y = -\frac{3\sqrt{5}}{7}x + \frac{30}{7}$$

$$3y = \frac{3\sqrt{5}}{7}x + \frac{30}{7}$$

а может ли быть
 3 решения? норма 10+00

$$a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{5}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{5}}{7}; +\infty)$$

5. $\log_5^4 2x - 3 \log_{2x} 5 = \log_{2x} 625 - 3$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\log_5^4 2x - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3 \log_5 2x} - 3$$

$$\log_{2x} 625 = \frac{1}{3} \log_{2x} 5^4$$

$$= \frac{4}{3} \log_{2x} 5 =$$

$$t = \log_5 2x \quad t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3$$

$$t^5 - 3 = \frac{4}{3} - 3t \quad t^5 + 3t - \frac{13}{3} = 0 \quad t^5 + 9t - 13 = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{25} = \frac{1}{50} \quad \frac{1}{25} + \frac{9}{15} = \frac{14+25}{23 \cdot 15} = \frac{39}{345} \quad \frac{1}{625 \cdot 5} + \frac{9}{5} = \frac{625+9}{625 \cdot 5}$$

$$\sqrt{t^4 + 9} > 0 \text{ нет экстр.} \rightarrow t^2 + \frac{3}{4t} = \frac{13}{3t} = 0$$

$\log_5^4 2x$ → 4 корень между 1 и 2

$$\log_5 2x \in (1, 2] \quad 2x \in [5, 25] \quad x \in [2, 5; 12, 5]$$

$$\frac{243}{32} + \frac{27}{2} = \frac{243 + 27 \cdot 16}{32}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 16 \\ \hline 162 \\ + 27 \\ \hline 432 \\ - 32 \\ \hline 400 \\ - 96 \\ \hline 304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 625 \\ \hline 75 \\ \hline 3725 \end{array}$$

$$\frac{625 \cdot 5}{1024} + \frac{45}{4} = \frac{625 \cdot 5 + 45 \cdot 256}{1024}$$

$$\begin{array}{r} 432 \\ - 32 \\ \hline 400 \\ - 96 \\ \hline 304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 256 \\ \hline 128 \\ \hline 7280 \\ + 24 \\ \hline 7304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 130 \quad 260 \\ 73000 \\ + 260 \\ \hline 52 \\ \hline 73072 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71520 \\ + 3136 \\ \hline 74656 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_3^2 y + 4 \log_4 5 = \log_4^2 \frac{4}{3} - 3 \quad \log_3^4 y + 4 \log_4^2 y = \quad \left(\begin{matrix} 5 > 0 \\ 4 \neq 1 \end{matrix} \right)$$

$$\log_3^4 y + \frac{4}{\log_3 y} = \log_3^4 y + 4 \log_4 5 = -\frac{1}{3} \log_4 5 - 3$$

$$\log_3^4 y + \frac{4}{\log_3 y} = -\frac{1}{3 \log_4 5} - 3$$

$$t^4 + \frac{4}{t} = -\frac{1}{3t} - 3$$

$$f' = t^5 + 9 > 0$$

$$t^5 + 4 = t - \frac{1}{3} - 3t$$

$$t^5 + 3t + \frac{13}{3} = 0$$

$$t^5 + 9t + 13 = 0$$

$$\begin{cases} t_x^5 + 9t_x - 13 = 0 \\ t_y^5 + 9t_y + 13 = 0 \end{cases}$$

$$t_x \rightarrow a \quad a \in [1; 2]$$

$$\log_5(xy)$$

логар. zxy

$$t_y \rightarrow b \quad b \in [-2; -1]$$

$$a^5 + 9a + b^5 + 9b = 0$$

$$(a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) + (a+b)9 = 0$$

$$(a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 9) = 0$$

если $a+b=0$, то $\log_5 2x + \log_5 y = \log_5 2xy = 0 \Rightarrow 2xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{2}$

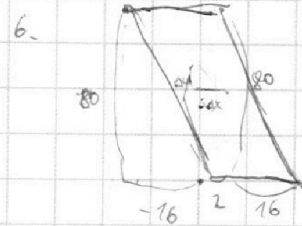
~~$xy = \frac{1}{2}$~~

если $a+b \neq 0$ $a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - a^2b^2 - ab(a^2 + b^2) + 9 = 0$

$$= (a^2 + b^2)^2 - ab(a^2 + b^2 + ab) + 9 = (a^2 + b^2)^2 - ab(a^2 + b^2) - a^2b^2 + 9$$

$xy = \frac{1}{2}$

$-a^2b^2$ \sqrt{ab} $9\sqrt{ab}(a+b)^2$ $[-7; -4]$ $\in [-7; 7]$



$S_{AX} + S_{AY} = 45$

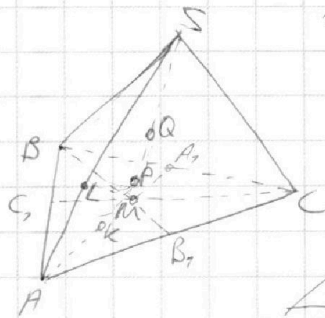
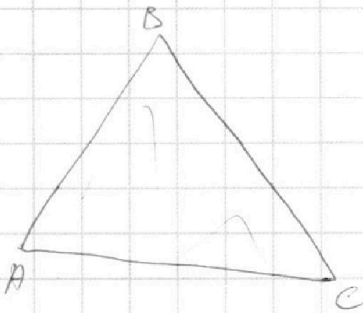
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

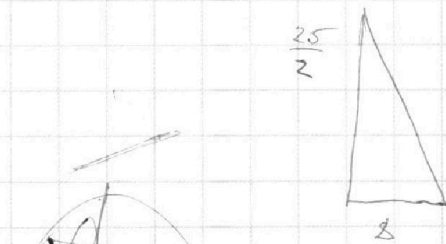
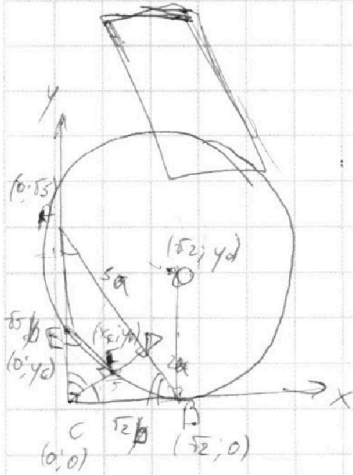
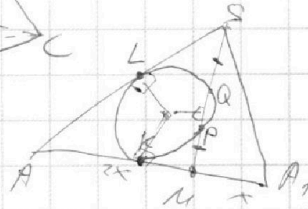


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$100 = \frac{7}{2} \cdot 16 - h_A$$

$$\Rightarrow h_A = 2,5$$



$$x_F \quad y_F \quad y_E \quad y_0$$

$$AB: \frac{x}{15} + \frac{y}{15} = 1 \quad \sqrt{5}x + \sqrt{2}y - \sqrt{10} = 0 \quad \{\sqrt{5}, \sqrt{2}, -\sqrt{10}\}$$

$$CP: \{k; l; m\} \quad \sqrt{5}k + \sqrt{2}l - \sqrt{10}m = 0 \quad k = \sqrt{2}, l = \sqrt{5}$$

$$-m = 0 \quad -\sqrt{2}x + \sqrt{5}y = 0$$

EF

$$y_0^2 = 2 + y_0^2 - 2y_0 y_E + y_E^2$$

$$\sqrt{y_0^2 - 2y_0 y_E + y_E^2} = 2$$

