



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^9 3^{10} 5^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{19} 3^{18} 5^{30}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 3 : 1$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-14; 42)$ ,  $Q(6; 42)$  и  $R(20; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна  $90$ ,  $SA = BC = 12$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен  $5$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

ЛМФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) П.к.  $ab : 2^9 3^{10} 5^{10}$ , то  $ab \geq 2^9 3^{10} 5^{10}$ . П.к.  $bc :$   
 $: 2^{14} 3^{13} 5^{13}$ , то  $bc \geq 2^{14} 3^{13} 5^{13}$ . П.к.  $ac : 2^{19} 3^{18} 5^{30}$ ,  
то  $ac \geq 2^{19} 3^{18} 5^{30}$ . И, м.к.  $ab, bc, ac > 0$ , то:

$$ab \times bc \times ac \geq 2^9 \times 3^{10} 5^{10} \times 2^{14} 3^{13} 5^{13} \times 2^{19} 3^{18} 5^{30}$$

$$(abc)^2 \geq 2^{42} \times 3^{41} \times 5^{53}, \text{ но м.к. } ab : 2^9 3^{10} 5^{10},$$

$$bc : 2^{14} 3^{13} 5^{13} \text{ и } ac : 2^{19} 3^{18} 5^{30}, \text{ то } (abc)^2 : 2^{42} 3^{41} 5^{53}.$$

2) Заметим, что  $(abc)^2$  - квадрат числа  $\Rightarrow$  при разложении на простые множители, каждый множитель будет иметь четную степень, а м.к.  $(abc)^2 : 2^{42} 3^{41} 5^{53}$ , то  $(abc)^2 :$

$$: 2^{42} 3^{42} 5^{54} \Rightarrow (abc)^2 \geq 2^{42} 3^{42} 5^{54}$$

$$abc \geq 2^{21} 3^{21} 5^{27}, \text{ но } abc : 2^{19} 3^{18} 5^{30} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow abc \geq 2^{21} 3^{21} 5^{30}.$$

3) Проверим  $abc = 2^{21} 3^{21} 5^{30}$ ;  $ab = 2^9 3^{10} 5^{10}$ ,  $bc =$

$$= 2^{14} 3^{13} 5^{13}$$

$$c = 2^{12} 3^{11} 5^{20} = \frac{abc}{ab}$$

$$a = 2^7 3^8 5^{17} = \frac{abc}{bc}$$

$$b = \frac{ab}{a} = 2^2$$

3) Заметим, что если  $a = 2^7 3^8 5^{17}$ ;  $b = 2^2 3^3$ ;  $c = 2^{12} 3^{10} 5^{13}$ ,

$$\text{то } abc = 2^{21} 3^{21} 5^{30}, ab = 2^9 3^{11} 5^{17}; 2^9 3^{10} 5^{10}; bc = 2^{14} 3^{13} 5^{13}; 2^{14} 3^{13} 5^{13}.$$

$$ac = 2^{19} 3^{18} 5^{30}; 2^{19} 3^{18} 5^{30} \Rightarrow \text{все условия выполняются} \Rightarrow \min(abc) = 2^{21} 3^{21} 5^{30}.$$

$$\text{Ответ: } 2^{21} 3^{21} 5^{30}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \quad 5 \arcsin(\cos X) = X + \frac{\pi}{2}$$
$$5 \arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - X\right)\right) = X + \frac{\pi}{2}$$

~~$\arcsin \sim \frac{X}{5} + \frac{\pi}{10}$~~

$$\arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - X\right)\right) = \frac{X}{5} + \frac{\pi}{10}$$

$$\left[ \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} - X = \frac{X}{5} + \frac{\pi}{10} \quad (I) \\ \frac{\pi}{2} - X = \pi - \frac{X}{5} - \frac{\pi}{10} \quad (II) \end{array} \right.$$

$$2) \quad (I) \quad \frac{2}{5}\pi = \frac{6}{5}X$$

$$\frac{\pi}{3} = X$$

$$(II) \quad \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{10} - \pi = \frac{4}{5}X$$

$$\frac{\pi}{10} - \frac{\pi}{2} = \frac{4}{5}X$$

$$-\frac{4\pi}{10} = \frac{4}{5}X$$

$$X = -\frac{\pi}{2}$$

3) Проверим полученные значения:

$$(I) \quad 5 \arcsin\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = \cancel{\pi} + \frac{\pi}{2}$$

$$5 \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5\pi}{6}$$

$$\frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$(II) \quad 5 \arcsin\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = 0$$

$$5 \arcsin 0 = 0$$

$$0 = 0$$

Ответ:  $X = \frac{\pi}{3}$ ;  $X = -\frac{\pi}{2}$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) 
$$\begin{cases} ax+2y-3z=0 \\ (x^2+y^2-9)(x^2+y^2-12x+32)=0 \end{cases} \text{ - ровно 4 решения.}$$

2) Будем искать  $a$ , при которых шестая ось  $z$  и система имеет ровно 4 решения.

3) 
$$\begin{cases} ax+2y-3z=0 & \text{- графиком ур-ия является прямая} \\ x^2+y^2=9 & \text{- графиком ур-ия является окр-ть с ц. (0,0) и R=3} \\ (x-6)^2+y^2=4 & \text{- графиком ур-ия является окр-ть с ц. (6,0) и R=2.} \end{cases}$$

4) Если прямая с двумя непересекающимися окр-тями имеет ровно 4 общие точки, то ур. коэф  $a \in (-K; K)$ , где  $K$  - условные коэффициенты внутренних касательных. Найдём эти коэффициенты. Если прямая касается окр-ти, то  $\rho$  (расстояние) от прямой до окр-ти равно радиусу  $R$ :

$$\begin{cases} \frac{|3b|}{\sqrt{a^2+4}} = 3 \\ \frac{|6a-3b|}{\sqrt{a^2+4}} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9b^2 = 9(a^2+4) \Rightarrow b^2 = a^2+4 \\ (6a-3b)^2 = 4(a^2+4) \Rightarrow (6a-3b)^2 = 4b^2 \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6a=5b \Rightarrow b=\frac{6}{5}a \Rightarrow \frac{36}{25}a^2 = a^2+4 \Rightarrow \frac{11}{25}a^2=4 \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{10}{\sqrt{11}}; b=\frac{12}{\sqrt{11}} \\ a=-\frac{10}{\sqrt{11}}; b=-\frac{12}{\sqrt{11}} \end{cases} \\ 6a=b \Rightarrow 36a^2-4a^2=4 \Rightarrow a^2=\frac{4}{35} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{2}{\sqrt{35}}; b=\frac{12}{\sqrt{35}} \\ a=-\frac{2}{\sqrt{35}}; b=-\frac{12}{\sqrt{35}} \end{cases} \end{cases}$$

5) По замечанию, что  $\frac{10}{\sqrt{11}} > \frac{2}{\sqrt{35}} \Rightarrow \frac{10}{11} < \frac{10}{11}$  - коэф. внутренних касательных.  
Тогда  $a \in (-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}})$ .  
Ответ:  $a \in (-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}})$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \begin{cases} \log_3^4 X + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 & (I) \\ \log_3^4 5y + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8 & (II) \end{cases}$$

$$2) (I) \quad \log_3^4 X + \frac{6}{\log_3 X} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{\log_3 X} - 8 \quad \left| \times \log_3 X, \log_3 X \neq 0, \right. \\ \left. \text{н.к. } X \neq 1, \text{ а } \right. \\ \left. X \neq 1, \text{ н.к. если } \right. \\ \left. X=1, \text{ то } \log_x 3 \text{ не опре-} \right. \\ \left. \text{делен.} \right.$$
$$\log_3^5 X + 6 = \frac{5}{2} - 8 \log_3 X \quad | \times 2$$

$$2 \log_3^5 X + 16 \log_3 X + 7 = 0$$

$$(II) \quad \log_3^4 5y + \frac{2}{\log_3 5y} = \frac{11}{2} \log_{5y} 3 - 8 \quad \left| \times \log_3 5y \text{ (аналогично} \right. \\ \left. \text{моду, как мы делаем} \right. \\ \left. \text{на } \log_3 X \text{ в (I)).} \right.$$

$$\log_3^5 5y + 2 - \frac{11}{2} + 8 \log_3 5y = 0 \quad | \times 2$$

$$2 \log_3^5 5y + 16 \log_3 5y - 7 = 0$$

3) <sup>III</sup> Пусть  $f(t) = 2t^5 + 16t$ . Заметим, что  $f(-t) = -f(t)$ ,  
н.к.  $f(-t) = 2(-t)^5 + 16(-t) = -(2t^5 + 16t) = -f(t)$ . Также  $f(t) \in \mathbb{R}$

Тогда заметим, что  $f(\log_3 X) = -f(\log_3 5y)$

$$f(\log_3 X) = f(-\log_3 5y)$$

$$\log_3 X + \log_3 5y = 0$$

$$\begin{cases} \log_3 (5yX) = 0 \\ y > 0 \\ X > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5yX = 1 \\ X > 0 \\ Y > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} XY = \frac{1}{5} \\ X > 0 \\ Y > 0 \end{cases}$$

Ответ:  $XY = \frac{1}{5}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}$$

$$\frac{9}{10} \pi - \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} - x$$

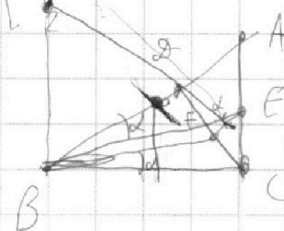
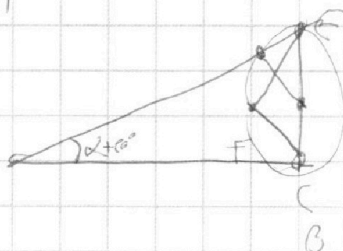
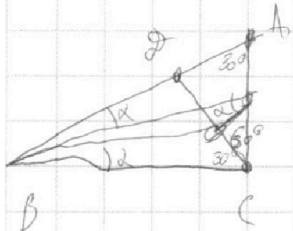
$$x - \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} - \frac{9}{10} \pi$$

$$\frac{4}{5} x = -\frac{4}{10} \pi$$

$$\frac{1}{5} x = -\frac{\pi}{10}$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$3a \times 2 \quad 2(x \times 2)$$



n5

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 \\ x^2 + y^2 = 9 \\ (x - a)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

$$\frac{ax - 3b}{-2} = y$$

$$-\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} = y$$

$$4a^2 + 16 = 36a^2 - 36ab + 9b^2$$

$$b^2 = a^2 + 4$$

$$4b^2 = 36a^2 - 36ab + 9b^2$$

$$b^2 = a^2 + 4$$

$$(2b)^2 = (6a - 3b)^2$$

$$2b = 6a - 3b$$

$$2b = 3b - 6a$$

$$6a = b$$

$$35a^2 = 4$$

$$a = \frac{2}{\sqrt{35}}; b = \frac{12}{\sqrt{35}}$$

$$a = -\frac{2}{\sqrt{35}}; b = -\frac{12}{\sqrt{35}}$$

$$(6a + c)^2 = 2a^2 + 2b^2$$

$$c^2 = 3a^2 + 3b^2$$

$$36a^2 + 12ac + c^2 = 2a^2 + 2b^2$$

$$a^2 + b^2 + 36a^2 + 12ac = 0$$

$$\frac{36}{25} a^2 = a^2 + 4$$

$$\frac{11}{25} a^2 = 4 \Rightarrow$$

$$a = \frac{10}{\sqrt{11}}; b = \frac{12}{\sqrt{11}}$$

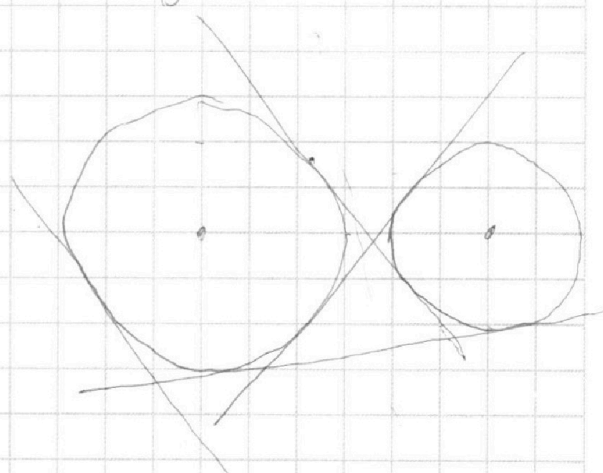
$$a = -\frac{10}{\sqrt{11}}; b = -\frac{12}{\sqrt{11}}$$

$$\frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \quad \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = -3$$

$$\frac{|6a + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2$$

$$\frac{|3b|}{\sqrt{a^2 + 4}} = 3; \frac{|6a - 3b|}{\sqrt{a^2 + 4}} = 2$$

$$9b^2 = 9a^2 + 36 \quad 4a^2 + 16 = 36a^2$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

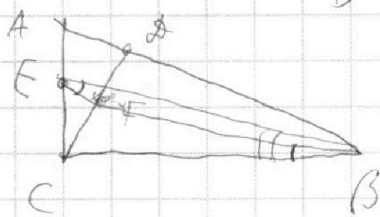
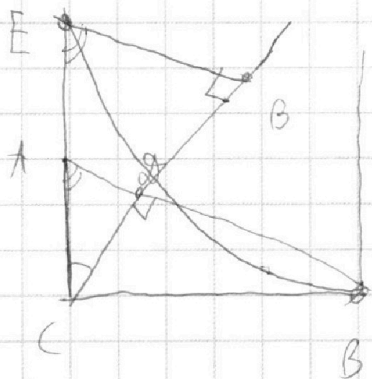


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1)  $ab : 2^9 3^{10} 5$   
 $bc : 2^{14} 3^{13} 5^{13}$   
 $ac : 2^{19} 3^{18} 5^{30}$

$c = 2^{12} 3^{11} 5^{17}$   
 $a = 2^7 3^8 5^{14}$   
 $b = 2^2 3^3$



11

$ab \times bc \times ac = 2^{42} 3^{41} 5^{53}$   
 $a^2 b^2 c^2 \geq 2^{42} 3^{41} 5^{53}$

$2^{21} 3^{21} 5^{27}$

$c = 2^{12} 3^{10} 5^{13}$

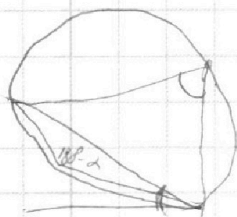
$a = 2^7 3^8 5^{17}$

$b = 2^2 3^3$

$2^{21} 3^{22} 5^{37}$

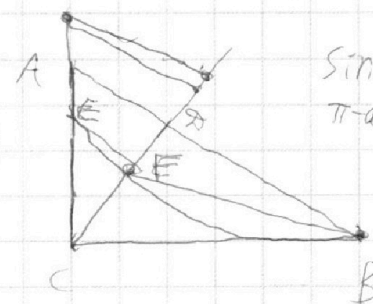
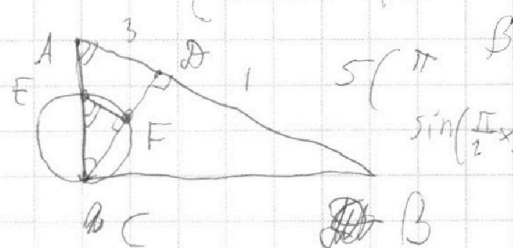
12

$\frac{DB}{BC} =$



$\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{CB}$

$k \times (AD) = AD \times BC$



$\sin X = a$   
 $\arcsin(\sin X) =$

$= X$

$5\left(\frac{\pi}{2} - X\right) =$

$= X + \pi$

$\frac{4\pi}{2} = 6x$

$2\pi = 6x$

$x = \frac{2\pi}{3}$

$2^{21} 3^{24} 5^{30}$

$5\left(\frac{\pi}{2} - X\right) = \frac{x + \pi}{2}$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = x$

$\sin X = a$   
 $\pi - \arcsin a$

$\frac{\pi}{2} - \pi = \arcsin(\cos X) = \frac{x + \pi}{2}$

$\cos X = \sin \frac{x + \pi}{2}$

$\frac{\pi}{2} - x = \pi - \frac{x + \pi}{2} + 2\pi k$

$\frac{\pi}{2} - x = \frac{x + \pi}{2} + 2\pi k$

$\sin \frac{\pi}{2} - x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{x + \pi}{2}\right)$

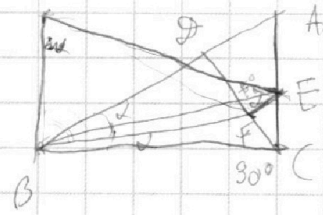
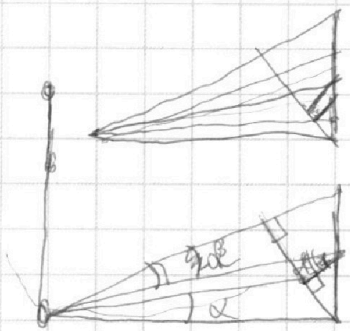
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$60^\circ - 2$   
 $30^\circ + \alpha$

$120^\circ + \alpha$

$\log_3 x = 1$   
 $\log_3 5y = m$

$f(t) = f(-m)$      $x > 0$   
 $y > 0$

$t = -m$

$f(t) = 7$   
 $f(x) = -7$

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x^2 243 - 8$$

$$\log_3^4 5y + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y}^2 (3^{11}) - 8$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \frac{1}{2} \log_x 243$$

$Q(6; 1/2)$      $4t^5 + 16t$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{1}{2} \frac{5}{\log_3 x} - 8 \quad | \cdot 2 \log_3 x$$

$f(x) = \frac{1}{x}$      $(2; 0; 0)$

$$3(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 33$$

$$2 \log_3^5 5y + 16 = 7$$

$$2 \log_3^5 x + 12 - 5 + 8 \log_3 x = 0$$

$$f(5y) = 7$$

$$2 \log_3^5 x + 18 \log_3 x + 7 = 0$$

$$2t^5 + 16t = 7 \quad / \cdot \log R$$

$8 + 7 = 15$

*mississ*

$\log$

$$\log_3^4 x + \frac{6 \log}{\log_3 x} = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{\log 18}{\log_3 x} - 8$$

$$\log_3^4 5y + 2 \log_{5y} 3 -$$

$$- \frac{11}{2} \log_{5y} 3 + 8 = 0$$

$$2 \log_3^4 x + 12 - 5 + 18 \log_3 x = 0$$

$$2 \log_3^5 5y + (4 - 11) + 16 \log_3 5y = 0$$

$$2 \log_3^5 x + 18 \log_3 x + 7 = 0$$

$$2 \log_3^5 5y + 16 \log_3 5y - 7 = 0$$

$$f_1(x) = 7$$

$$f_1(t) = f_2(1/t)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 5

$$1) \begin{cases} \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x^2 243 - 8 \\ \log_3^4 (54) + 2 \log_{54} 3 = \log_{254}^2 (3^{11}) - 8 \end{cases}$$

$$t = x \log_3 x$$

$$m = \log_3 54$$

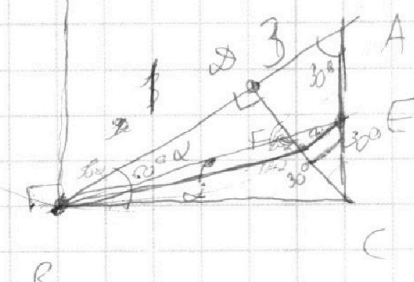
$$\begin{cases} t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2} t - 8 \quad | \cdot t \\ m^4 + \frac{2}{m} = \frac{11}{2} m - 8 \quad | \cdot m \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 - \frac{5}{2} t^2 + 8t + 6 = 0 \\ m^5 - \frac{11}{2} m^2 + 8m + 2 = 0 \end{cases}$$

$$m^5 - \frac{11}{2} m^2 + 8m + 2 = 0$$

$$\begin{cases} t^5 - m^5 + 3(m^2 - t^2) + 8(t - m) + 2 = 0 \end{cases}$$

$180^\circ - 60^\circ - 2$   
 $60^\circ - 2$   
 $180^\circ - \alpha + \beta$   
 $120^\circ + 2$   
 $140^\circ + 2$



$60^\circ - 2$   
 $60^\circ$   
 $60^\circ - 2$   
 $30^\circ$   
 $30^\circ + 2$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AD}{AB}$$

$$BD \cdot AD = DC^2$$

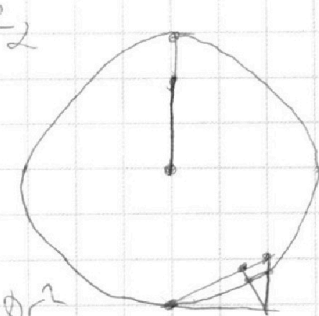
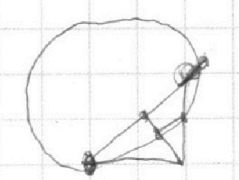
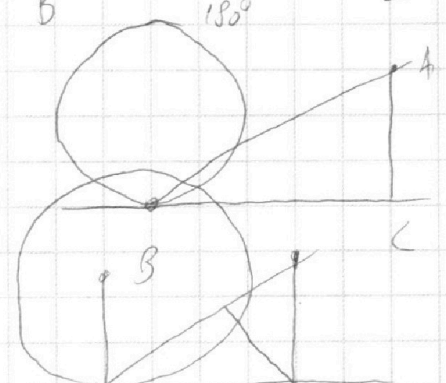
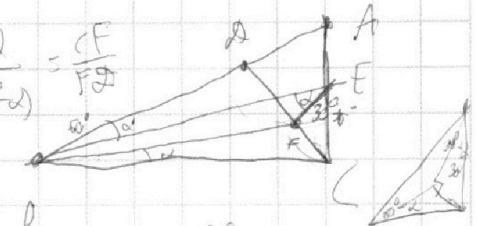
$$3BD^2 = DC^2$$

$$\sqrt{3} = \frac{DC}{DB}$$

$$\frac{BC}{BD} = \frac{BD}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BC \cdot \sin \alpha}{BD \cdot \sin(60^\circ - \alpha)} = \frac{CF}{FD}$$

$$\frac{2 \sin \alpha}{\sin(60^\circ - \alpha)} = \frac{CF}{FD}$$



$$90^\circ + \alpha + 30^\circ + \alpha$$



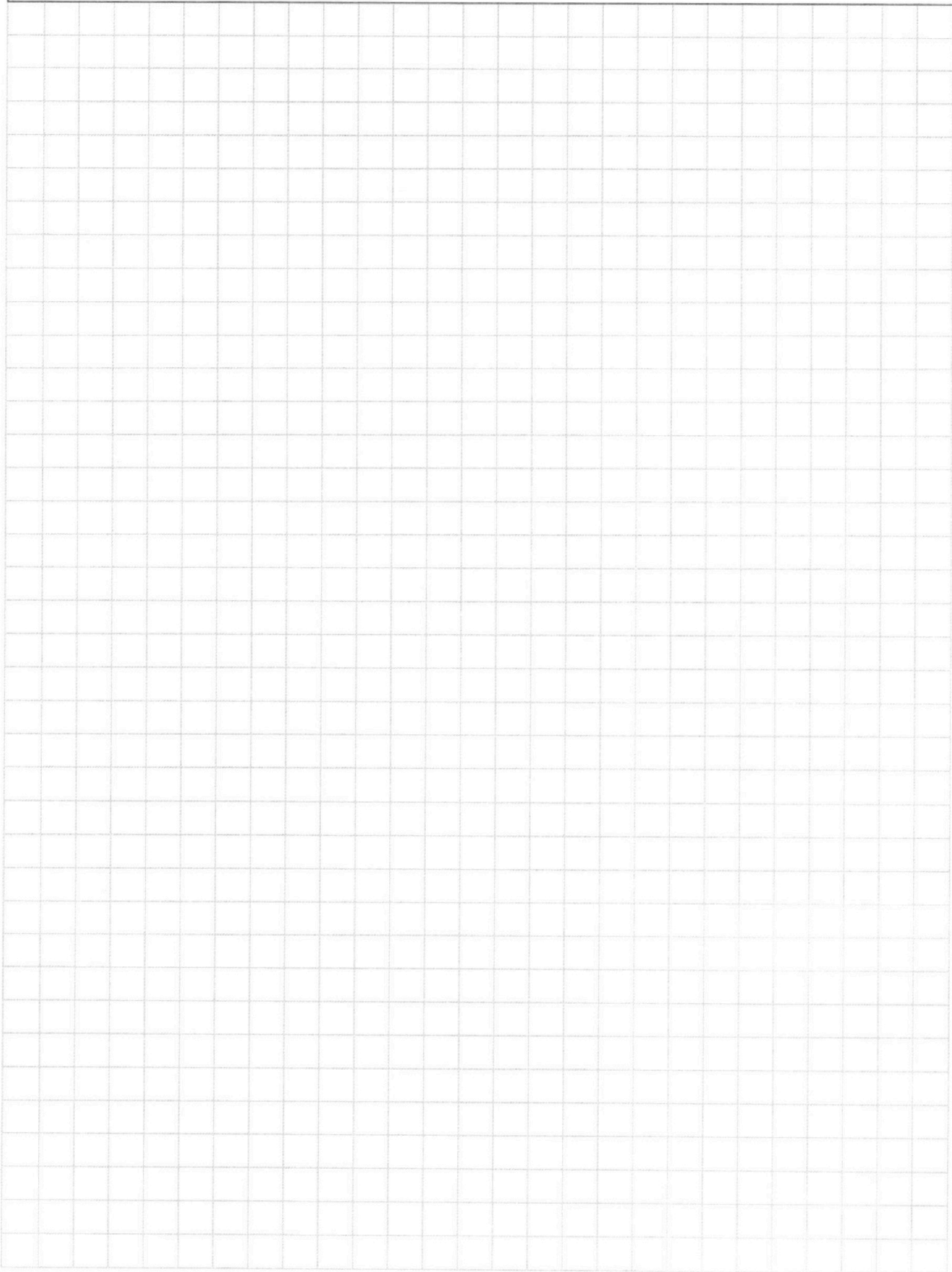
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!