



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^7 3^{11} 5^{14}$ ,  $bc$  делится на  $2^{13} 3^{15} 5^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{17} 5^{43}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,3$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-17;68)$ ,  $Q(2;68)$  и  $R(19;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что  $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $SA = BC = 10$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 3$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 4.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3

$$\text{arccos}(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x \quad \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(y), \text{ тогда } y = \frac{\pi}{2} - x$$

тогда урав примет вид

$$x = \frac{\pi}{2} - y$$

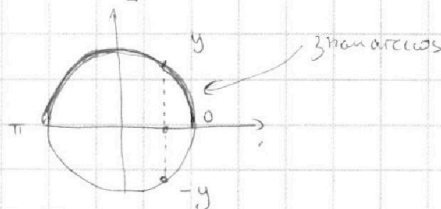
$$\text{arccos}(\cos y) = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - y = 2\pi - y$$

1)  $\text{arccos}(\cos y) = y - 2\pi k$  при  $y \in [0 + 2\pi k; \pi + 2\pi k], k \in \mathbb{Z}$

2)  $\text{arccos}(\cos y) = -(y - 2\pi k) = 2\pi k - y$  при  $y \in [-\pi + 2\pi k; 0 + 2\pi k], k \in \mathbb{Z}$

Т.к.  $\text{arccos}$  принимает значения от 0 до  $\pi$ ,

а  $\cos(y) = \cos(-y)$



1) Тогда при  $y \in [0 + 2\pi k; \pi + 2\pi k], k \in \mathbb{Z}$

$$\text{arccos}(\cos y) = 2\pi - y$$

$$5(y - 2\pi k) = 2\pi - y$$

$$5y - 10\pi k = 2\pi - y$$

$$6y = 10\pi k + 2\pi$$

$$y = \frac{10\pi k + 2\pi}{6}$$

Заметим  $y = \frac{\pi}{2} - x$

$$6\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 10\pi k + 2\pi$$

$$3\pi - 6x = 10\pi k + 2\pi$$

$$6x = \pi - 10\pi k$$

$$x = \frac{\pi - 10\pi k}{6} \quad \text{при } k \in \mathbb{Z}$$

при  $2\pi k \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$2\pi k - \frac{\pi}{2} \leq -x \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$-\frac{\pi}{2} - 2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{2} - 2\pi k$$

2) При  $y \in [-\pi + 2\pi k; 0 + 2\pi k], k \in \mathbb{Z}$

$$\text{arccos}(\sin y) = 2\pi - y$$

$$5(2\pi k - y) = 2\pi - y$$

$$10\pi k - 5y = 2\pi - y$$

$$4y = 10\pi k - 2\pi$$

$$4\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 10\pi k - 2\pi$$

$$2\pi - 4x = 10\pi k - 2\pi$$

$$x = \frac{4\pi - 10\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

при  $-\pi + 2\pi k \leq \frac{\pi}{2} - x \leq 2\pi k$

$$-\frac{3}{2}\pi + 2\pi k \leq -x \leq -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\frac{\pi}{2} - 2\pi k \leq x \leq \frac{3\pi}{2} - 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ:  $x = \frac{\pi - 10\pi k}{6}, x \in \left[-\frac{\pi}{2} - 2\pi k; \frac{\pi}{2} - 2\pi k\right], k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{4\pi - 10\pi k}{4}, x \in \left[\frac{\pi}{2} - 2\pi k; \frac{3\pi}{2} - 2\pi k\right], k \in \mathbb{Z}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



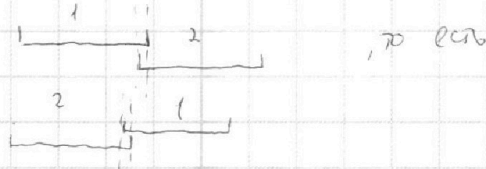
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

14) Пригодятся

$$\begin{cases} 7|b+1| < 2c \\ 7|b| < 3c \end{cases}, c \geq 1$$

$$\begin{cases} |b+1| < \frac{2c}{7} \\ |b| < \frac{3c}{7} \end{cases}$$

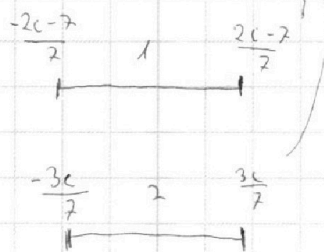
, чтобы существовало  $b$  удовлетворяющее первым двум условиям



$$\begin{cases} \frac{2c-7}{7} \geq -\frac{3c}{7} \\ \frac{3c}{7} \geq \frac{-2c-7}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{2c}{7} < b+1 < \frac{2c}{7} \\ -\frac{3c}{7} < b < \frac{3c}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1) \frac{-2c-7}{7} < b < \frac{2c-7}{7} \\ 2) \frac{-3c}{7} < b < \frac{3c}{7} \end{cases}$$



$$\begin{cases} 2c-7 \geq -3c \\ 3c \geq -2c-7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5c \geq 7 \\ 5c \geq -7 \end{cases}$$

$$c \geq \frac{7}{5}$$

$$\sqrt{9a^2+1} \geq \frac{7}{5}$$

$$9a^2+1 \geq \frac{49}{25}$$

$$9a^2 \geq \frac{24}{25}$$

$$a^2 \geq \frac{24}{9 \cdot 25}$$

$$a^2 \geq \frac{8}{75}$$

$$\begin{cases} a \geq \sqrt{\frac{8}{75}} \\ a \leq -\sqrt{\frac{8}{75}} \end{cases}$$

Ответ:  $a \in (-\infty; -\sqrt{\frac{8}{75}}] \cup [\sqrt{\frac{8}{75}}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4

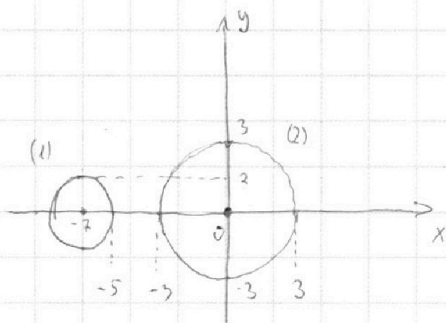
$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ \begin{cases} x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0 \\ x^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

(1)  $x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0$

$x^2 + 14x + 49 + y^2 - 4 = 0$

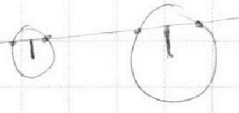
$(x + 7)^2 + y^2 = 4$  - окружность с центром в точке ~~(-7; 0)~~  $(-7; 0)$  и радиусом 2

(2)  $x^2 + y^2 = 9$  - окр. с центром в  $(0; 0)$  и радиусом 3



~~Условие~~  $x + 3ay - 7b = 0$  - прямая  
чтобы прямая с двумя окружностями имела 4 пересечения (то есть у системы было 4 реш.)  
надо чтобы расстояние от этой прямой до ~~ее~~ центров обеих окр. было меньше их радиусов (\*)

Расстояние от точки с координатами  $(x_0; y_0)$  до прямой  $ax + by + c = 0$



равно:  $\rho = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

, тогда расст. от прямой  $x + 3ay - 7b = 0$  до

центра (1) окр. равно:  $\frac{|-7 - 1 + 3a \cdot 0 - 7b|}{\sqrt{9a^2 + 1}} = \frac{|7b + 7|}{\sqrt{9a^2 + 1}}$

Расст. от этой же прямой до центра (2) окр. равно:  $\frac{|1 \cdot 0 + 3a \cdot 0 - 7b|}{\sqrt{9a^2 + 1}} = \frac{|7b|}{\sqrt{9a^2 + 1}}$

Из условия (\*)  $\Rightarrow$   $\begin{cases} \frac{|7b + 7|}{\sqrt{9a^2 + 1}} < 2 \\ \frac{|7b|}{\sqrt{9a^2 + 1}} < 3 \end{cases}$  Пусть  $\sqrt{9a^2 + 1} = c$ , тогда  $c \geq 1$

$$\begin{cases} |7b + 7| < 2c \\ |7b| < 3c \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение  
⑤ Получим, что корни (1) и (2) - ~~суть~~  $t_1 + t_2 = 0$   
~~Реша обратн. задачу~~ Значит, другое значение  $t$  принимает не может  
Тогда ~~обр. задача~~ Так же убедимся, что корни (1) и (2)  
 $\log_2 6x + \log_2 y = 0$  это это не  $x = \frac{1}{6}$  и  $y = 0$ , значит  
 $\log_2 6xy = 0$  наши корни тогда ОДЗ  
 $6xy = 1$   
 $xy = \frac{1}{6}$  Ответ:  $\frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

⑤  $\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x} 345 - 4$

ОДЗ:  $x > 0$   
 $x \neq \frac{1}{6}$

с учетом ОДЗ ↓

$\log_7^4(6x) - \frac{2}{\log_2 6x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\log_2 6x} - 4$ , Пусть  $\log_2 6x = t$ , тогда

т.к.  $x \neq \frac{1}{6}$ , то  $t \neq 0$

$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{t} - 4 \quad | \cdot t, \text{ т.к. } t \neq 0$

(1)  $t^5 + 4t - 3,5 = 0 \quad g(t) = t^5 + 4t - 3,5$

$\log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4$

ОДЗ:  $y > 0$   
 $y \neq 1$

с учетом ОДЗ ↓

$\log_7^4 y + \frac{6 \cdot 1}{\log_7 y} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{\log_7 y} - 4$  Пусть  $\log_2 y = n$ , тогда  $n \neq 0$ , т.к.  $y \neq 1$

$n^4 + \frac{6}{n} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{n} - 4 \quad | \cdot n, \text{ т.к. } n \neq 0$

$n^5 + 6 - 2,5 + 4n = 0$

(2)  $n^5 + 4n + 3,5 = 0$

Пусть  $f(n) = n^5 + 4n + 3,5 \quad f'(n) = 5n^4 + 4 > 0$

т.к.  $f'(n) \text{ всегда } > 0$ , то  $f(n)$  - монотонно возраст.

Значит  $f(n) = 0$  - имеет один корень

Аналогично с  $g(t)$ ,  $g'(t) = 5t^4 + 4$ , значит  $g(t) = 0$  - монотонно и имеет один корень

Заметим, что (1)  $t^5 + 4t = 3,5$ , т.к. функция имеет вид  $x^5 + 4x$  и

(2)  $n^5 + 4n = -3,5$  ~~и  $x^5 + 4x$~~   $x^5 + 4x = -((t-x)^5 + 4(t-x))$

Значит, если корень первого равен  $t_0$ , то корень второго ~~равно~~  $n_0 = -t_0$

(добавив (1) и (2), получим:  $t^5 + n^5 + 4(t+n) = 0$  Та

$(t+n)(t^4 - t^3n + t^2n^2 - tn^3 + n^4) + 4(t+n) = 0$

$(t+n)(t^4 - t^3n + t^2n^2 - tn^3 + n^4 + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t+n=0 \\ a=0 \end{cases} \begin{cases} t=-n \\ a \neq 0 \end{cases}$

Из доказанных фактов (1) и (2) имеют по одному корню и  $t_0 = -n_0$ , значит

~~и  $t_0 + n_0 = 0$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$7b+7 - 2\sqrt{9a^2+1} < 0$$

$$7b - 3\sqrt{9a^2+1} < 0$$

$$2|b+2| < c$$

$$|4b| < c$$

$$7b+2c < 0$$

$$2 < 3$$

$$1 < 2$$

$$b \geq 0$$

$$ab : 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$ac : 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

$$bc : 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{19}$$

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 5^{\alpha_3}$$

$$b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3}$$

$$c = 2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3}$$

$$\alpha_1 + \beta_1 \geq 7$$

$$\alpha_2 + \beta_2 \geq 11$$

$$\alpha_3 + \beta_3 \geq 14$$

$$7|b+1| < 2 \cdot c \quad c \geq 1$$

$$7|b| < 3$$

$$|b+1| < \frac{2}{7}$$

$$|b| < \frac{3}{7}$$

$$-\frac{2}{7} < b+1 < \frac{2}{7}$$

$$-\frac{9}{7} < b < -\frac{5}{7}$$

$$\frac{26+12}{106}$$

$$\frac{32+43}{75}$$

$$|b+1| < \frac{2c}{7}$$

$$-\frac{2c}{7} < b+1 < \frac{2c}{7}$$

$$|b| < \frac{3c}{7}$$

$$-\frac{3c}{7} < b < \frac{3c}{7}$$

$$-\frac{2c}{7} < 1$$

$$\boxed{-\frac{2c-7}{7} < b < \frac{2c-7}{7}}$$

$$\boxed{-\frac{3c}{7} < b < \frac{3c}{7}}$$

$$-\frac{9}{7} < b < -\frac{5}{7}$$

$$-\frac{3c}{7} \leq \frac{2c-7}{7}$$

$$\frac{2c-7}{7}$$

$$2 \cdot \beta \geq 11 \quad 65$$

$$\beta \cdot \varphi \geq 15 \quad 80$$

$$\varphi \cdot 2 \geq 17 \quad 74 \quad 11$$

$$2 \cdot \beta \geq 14 \quad 7 \quad 7$$

$$2 \cdot \varphi \geq 18 \quad 2 \quad 11 \quad \beta$$

$$2 \cdot \varphi \geq 45 \quad 22 \quad 21 \quad 0$$

$$\alpha_1 + \beta_1 \geq 7$$

$$\beta_1 + \varphi_1 \geq 13$$

$$\alpha_1 + \varphi_1 \geq 14$$

$$\alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot \varphi_1$$

$$3 \cdot 4$$

$$4 \cdot 9$$

$$\alpha_1 = 7$$

$$\beta_1 = 0$$

$$\varphi_1 = 13$$

$$4 \cdot 3$$

$$3 \cdot 10$$

$$\left. \begin{matrix} \alpha_1 = 7 \\ \beta_1 = 0 \\ \varphi_1 = 13 \end{matrix} \right\} 20$$

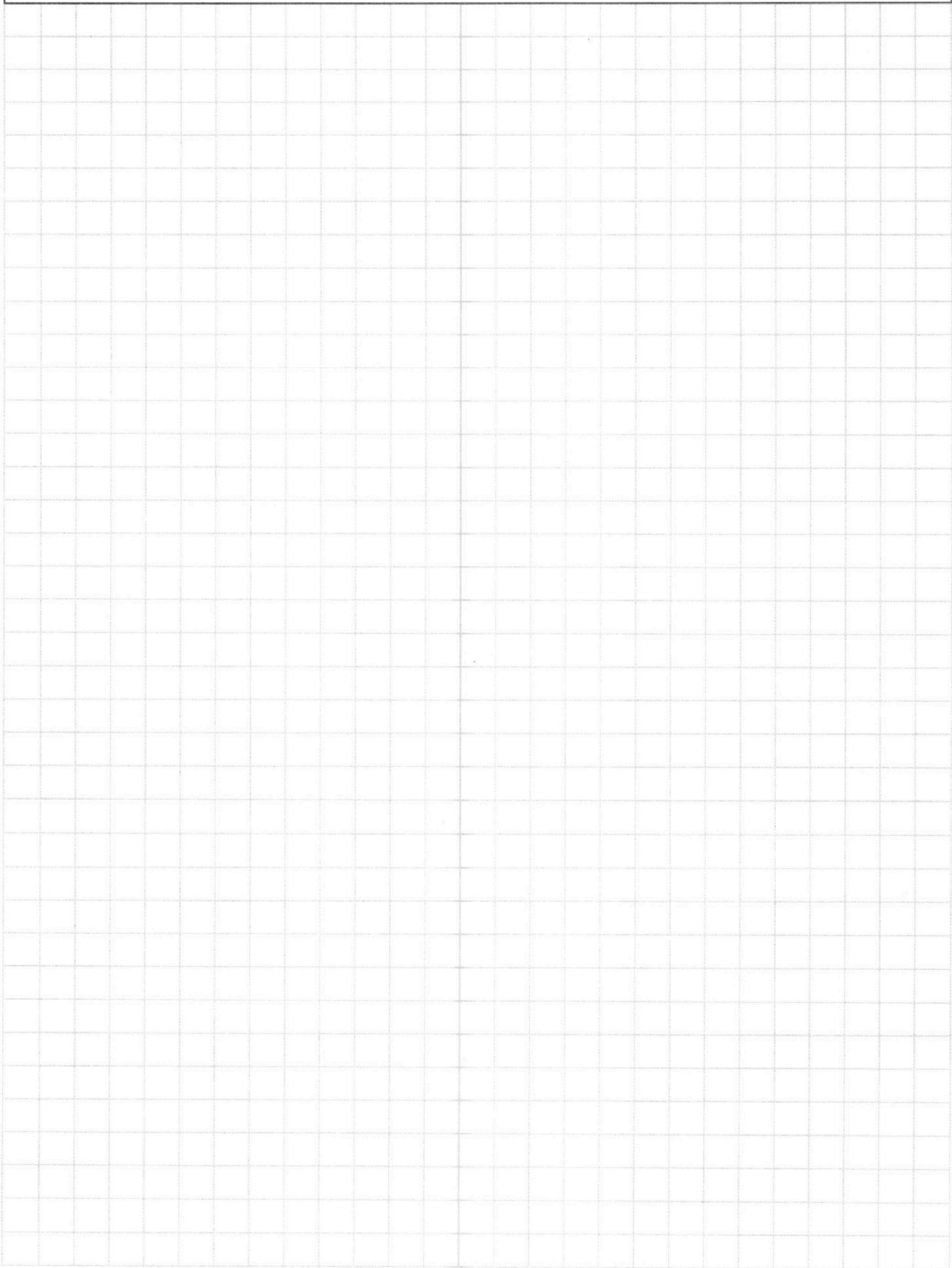




На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\textcircled{9} \log_3^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4 \quad \log_{36x^2} 343 = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\log_2 6x} = 2 \log_{2,6x} 7$$

ОДЗ:  
 $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{6} \\ y \neq 1 \\ y > 0 \end{cases}$

$$-2 \frac{1}{\log_2 6x} = \frac{3}{2} \frac{1}{\log_2 6x} \quad \log_2 6x = t, \text{ тогда } \neq 0$$

$$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$$

$$t^5 + 4t - 2 - \frac{3}{2} = 0$$

$$t^5 + 4t - 3,5 = 0$$

$$\log_2^4 y + \frac{6}{\log_2 y} = \frac{5}{2 \log_2 y} - 4$$

$$\log_2 y = n \quad t^4 + n^4 - \ln(t^2 + n^2) + t^2 n^2 + 4$$

$$\log_2 6x = t \quad (t^2 + n^2)^2 - \ln(t^2 + n^2) - t^2 n^2 + 4$$

$$t^2 + n^2 = (t+n)^2 - 2tn$$

$$n^4 - \frac{6}{n} = \frac{5}{2n} - 4$$

$$n^5 + 6 - 2,5 + 4n = 0$$

$$n^5 + 4n + 3,5 = 0$$

$$t^5 + 4t - 3,5 = 0$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - \left(\frac{a}{b}\right) - 1 + \frac{4}{b^2} = 0$$

$$t + 4$$

$$t^5 + t^5 + 4(n+t) = 0$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$$

$$(t+n)(t^4 - t^3n + t^2n^2 - tn^3 + n^4 + 4) = 0$$

$$(t^4 + n^4 - \ln(t^2 + n^2) + t^2n^2 + 4) = 0$$

$$- \ln(t^2 + n^2)$$

$$t^4 + n^4 + t^2n^2 > \ln(t^2 + n^2) - 4$$

$$\frac{a^2 + a + 1}{2} > 0$$

$$\left(\frac{t}{n}\right)^4 + \left(\frac{t}{n}\right)^2 + 1 > 1$$

$$t^3n + tn^3 - 4$$

$$t^4 > t^3 + t - 4$$

$$3t^3 - t^3 - t + 4$$

$$3t^3 - 2t - 1$$

$$t^4 + n^4 = (t^2 + n^2)^2 - 2t^2n^2$$

$$\text{значит } 1) (-2; 0)$$

перейдем

$$x + 3ay - 2b = 0$$

$t^4$

$$2|b+1| > 0$$

$$2|b| > 0$$

$$ax - by + c = 0$$

$$|ax_0 + by_0 + c|$$

$$a = 1$$

$$b = 3a$$

$$c = -2b$$

$$\sqrt{9a^2 + 1} \geq 1$$

$$|-2 - 2b|$$

$$\sqrt{9a^2 + 1} \leq 2$$

$$7|b+1| - 2\sqrt{9a^2 + 1} < 0$$

$$7|b| - 3\sqrt{9a^2 + 1} < 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



10 23 ноя

b 4 5 4 5 5 5 6

12

2 2 4 7 p 2, 4, 7 4 2, 7 5

$$ab: 2^2 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

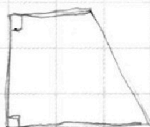
$$(abc)^2: 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$$

$$2^{12} \cdot 3^{215} \cdot 5^{32,5}$$

$$abc - ? = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^4$$

$$11+15+12 = 43$$

$$14+15+43 = 32 - 75$$



$$\frac{4B}{15D} = 1,3$$

$$y + 3ay - 7b$$

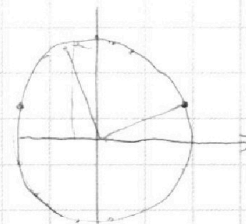
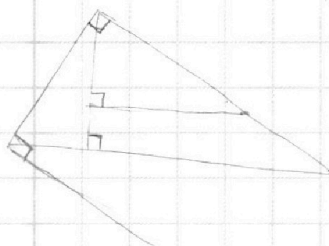
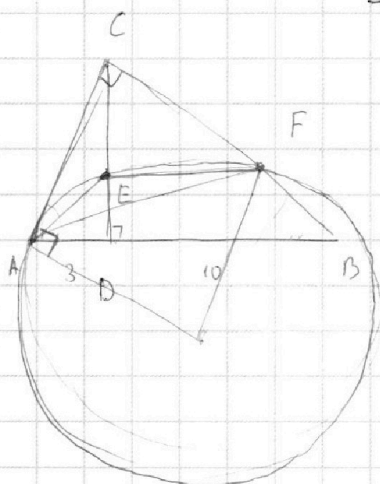
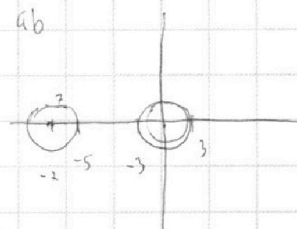
$$S_{ACD}$$

$$S_{CEF}$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot h$$

$$x^2 + 14x + 49 + y^2 - 4$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 4$$



a

$$ab = 2^2 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$a = 2^7 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$b = 3^1 \cdot 5^4 \rightarrow c = 2^{13} \cdot 3^{14} \cdot 5^{14}$$

$$abc = 2^{20}$$

$$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi}{2} - x \quad \text{при } \frac{\pi}{2} - x \in (0; \pi)$$

$$5(x - 2\pi k) \text{ при}$$

$$\frac{\pi}{2} - 2\pi k > x \geq \frac{\pi}{2} - 2\pi k$$

$$5x - 10\pi k = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$-\frac{\pi}{2} - 2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{2} - 2\pi k$$

$$4x = \frac{3\pi}{2} + 10\pi k$$

$$x = \frac{3\pi}{8} + \frac{5\pi}{2}k$$

$$\text{при } y \in [0 - \pi k; \pi + \pi k]$$

$$y = \frac{\pi}{2} - x \quad 0 \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \pi - 2\pi k$$

$$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq -x \leq \frac{\pi}{2} - 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{2} \quad \text{или} \quad \frac{\pi}{2} - x \in (-\pi; 0)$$

$$\arccos(\cos(x)) = x \quad \text{при } x \in [0; \pi]$$

$$= -x \quad \text{при } x \in [-\pi; 0]$$

$$= x - 2\pi \quad \text{при } x \in [2\pi; 3\pi]$$

$$= x - 2\pi \quad \text{при } x \in [2\pi; 3\pi]$$

$$[-\pi; 0] \quad x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + 2\pi = -\frac{\pi}{2} + 2\pi$$

$$= -\frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{3\pi}{2}$$

$$= -\frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{3\pi}{2}$$